



# Динамика полета

Лекция 7




# Разгон и торможение

## самолета

Под **разгоном** (**торможением**) самолета

понимается

движение самолета в горизонтальном полете с увеличением (уменьшением) скорости, т.е. движение

Силы действующие на самолет, будут теми же, что и ГП. Уравнение движения: 

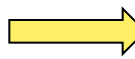
Тогда **время разгона** от скорости  $V_1$  до требуемой скорости  $V_2$ :

$$t = m \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{P_{изб}}$$

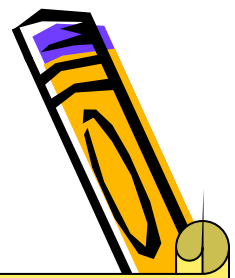
$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= P_p - X_\alpha = P_{изб}; \\ Y_a - G &= 0. \end{aligned}$$

Выполним преобразования: 

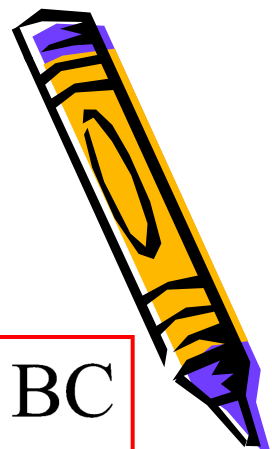
$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dL} \cdot \frac{dL}{dt} = V \frac{dV}{dL};$$

Тогда **длина участка разгона (торможения)**: 

$$L = m \int_{V_1}^{V_2} \frac{V dV}{P_{изб}}$$

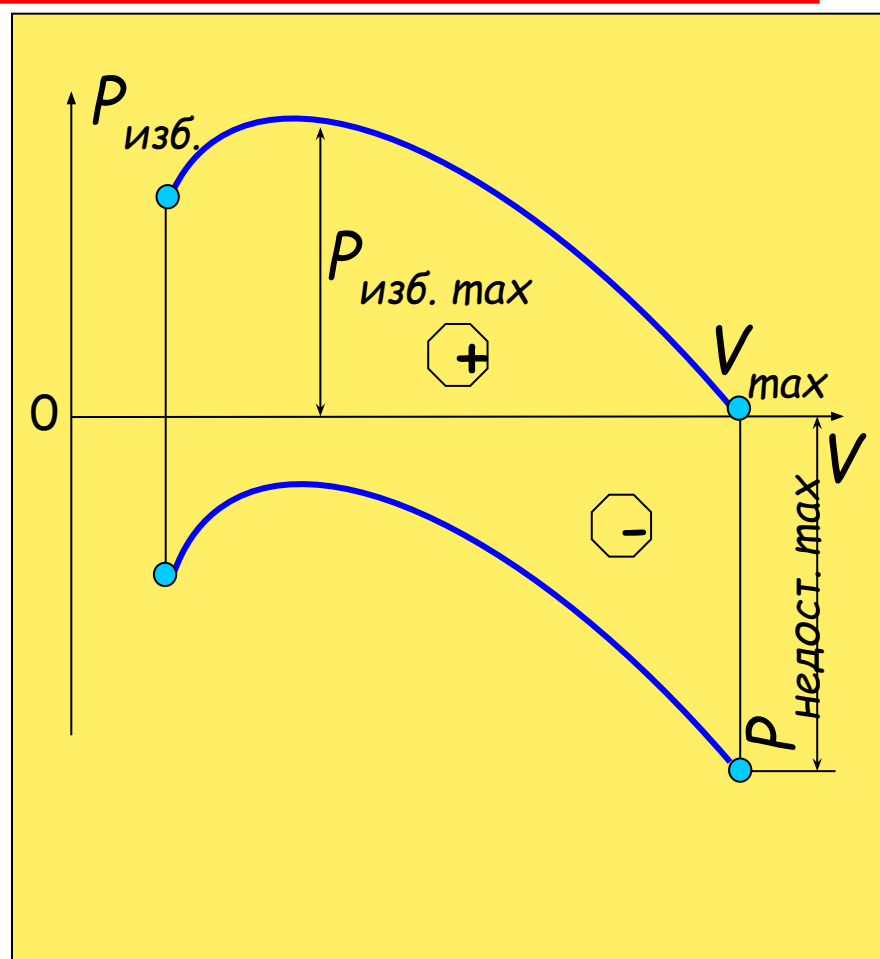
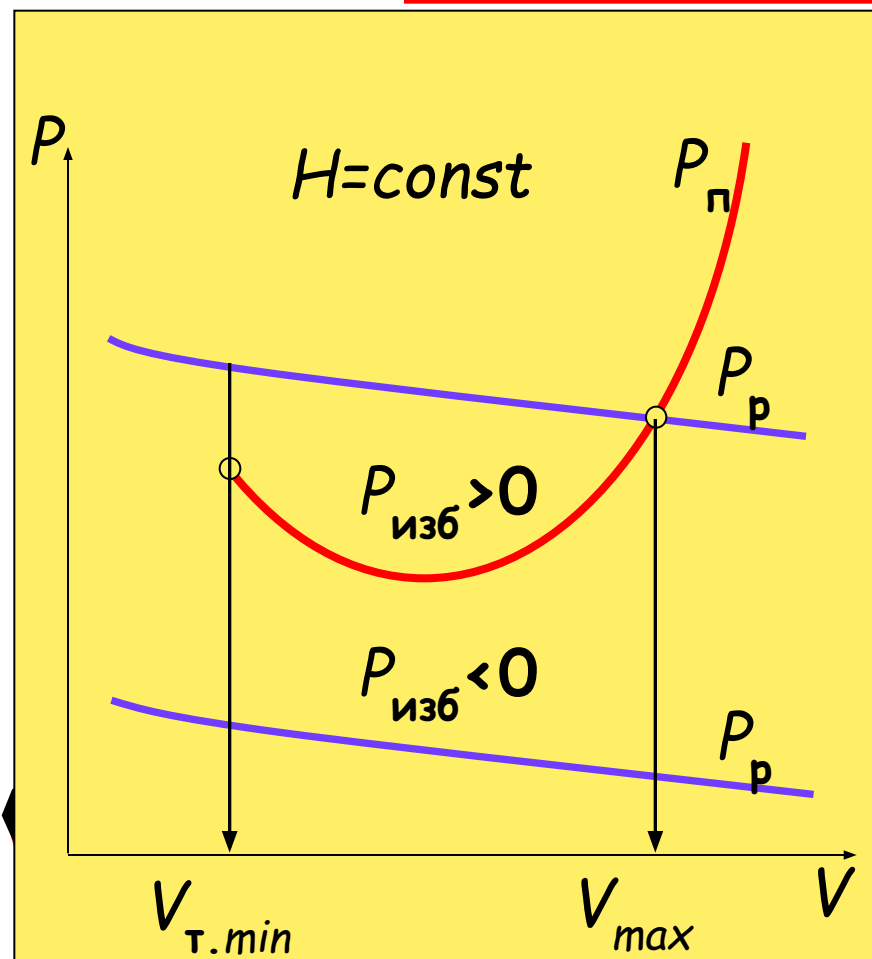


# Определение областей разгона и торможения самолета



$$P_p > X_\alpha \Rightarrow P_{\text{изб}} > 0 \Rightarrow \text{разгон ВС}$$

$$P_p < X_\alpha \Rightarrow P_{\text{изб}} < 0 \Rightarrow \text{торможение ВС}$$



# НАБОР ВЫСОТЫ



Под **набором высоты** понимается движение самолета по траектории, наклоненной к горизонту

под **положительным углом**

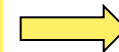
(угол наклона траектории набора высоты  $\Theta > 0$ ).

В общем случае набор высоты может являться

**неустановившемся, криволинейным**

**движением в вертикальной плоскости.**

**Допущения:** Движение в вертикальной плоскости  $O_0 X_g Y_g$  земной системы координат, без крена и скольжения)



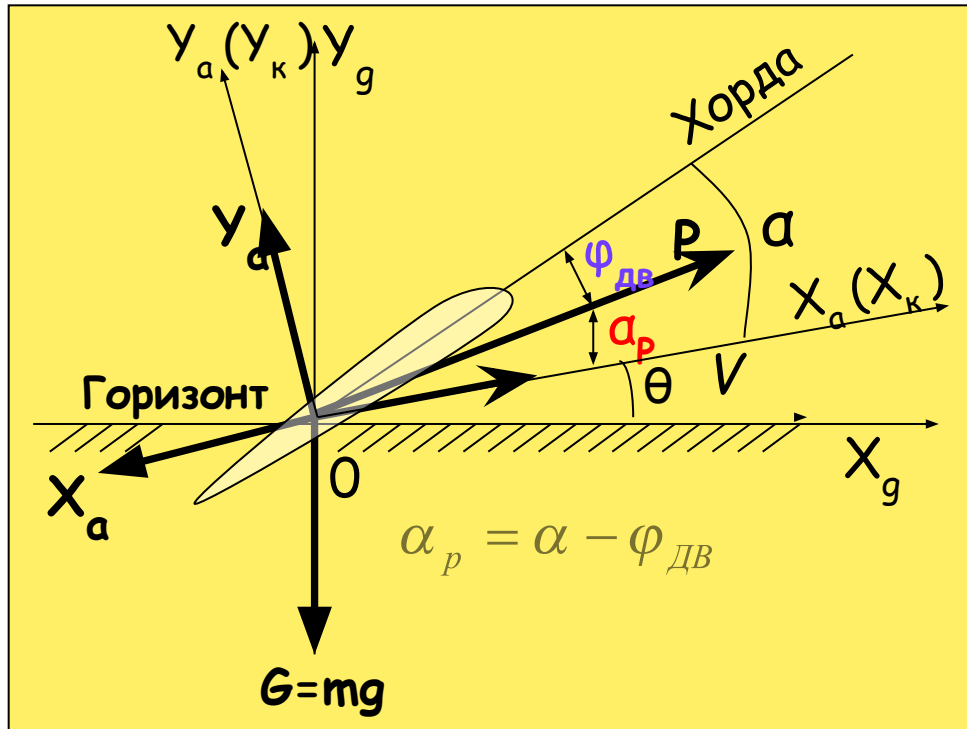
$$\psi = \psi_a = 0$$
$$\beta = \gamma = \gamma_a = 0.$$

В отличие от ГТ при наборе высоты все силы действующие на самолет, кроме силы тяжести, вместе с самолетом и вектором линейной скорости  $V$  повернуты на угол наклона траектории

**↻** по отношению к их направлению в ГТ.



# Уравнения движения:



$$m \frac{dV}{dt} = P_p - X_{\alpha\theta} - G \sin \theta$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = P_p \alpha_p + Y_a - G \cos \theta$$

Можно принять:

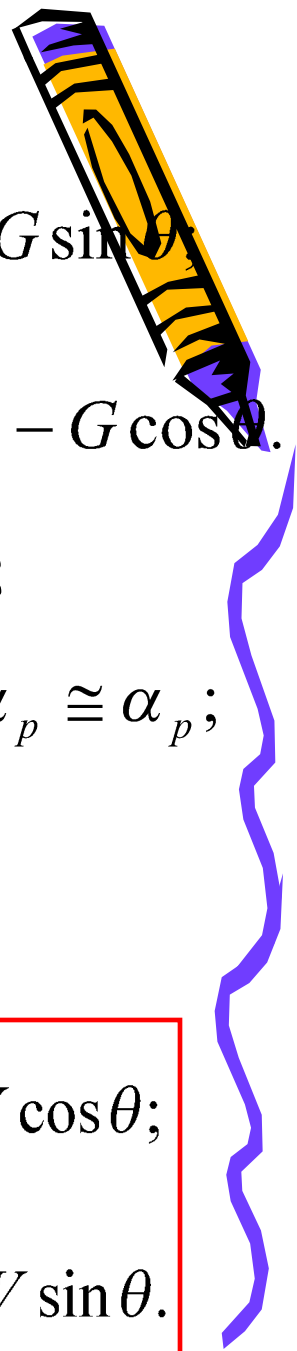
$$\cos \alpha_p \cong 1, \quad \sin \alpha_p \cong \alpha_p;$$

$$P_p \alpha_p + Y_a \approx Y_a.$$

Тогда:

$$m \frac{dV}{dt} = P_p - X_{\alpha\theta} - G \sin \theta; \quad \dot{x}_g = \frac{dL}{dt} = V_x = V \cos \theta;$$

$$mV \frac{d\theta}{dt} = Y_a - G \cos \theta; \quad \dot{y}_g = \frac{dH}{dt} = V_y = V \sin \theta.$$



# Условия набора высоты:

$$\left( \frac{dV}{dt} \neq 0 \right)$$

$$\left( \frac{d\theta}{dt} \neq 0 \right)$$

неустановившегося криволинейного

При аэродинамическом расчете самолета исследуется такой набор высоты, при котором движение самолета мало отличается от равномерного и прямолинейного

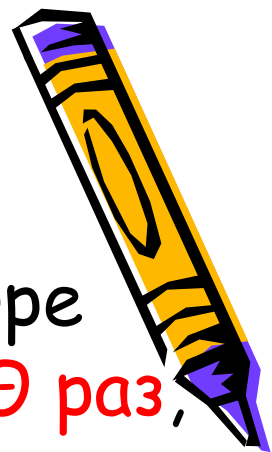
Тогда, при установившемся прямолинейном наборе высоты:

$$P_p - X_{\alpha\theta} - G \sin \theta = 0; \quad Y_a - G \cos \theta = 0;$$

$$V_x = V \cos \theta; \quad V_y = V \sin \theta.$$



# Особенности набора высоты



1. Если в ГП подъемная сила равна весу (силе тяжести) самолета  $Y_a = G$ , то при наборе высоты подъемная сила меньше веса **в  $\cos\theta$  раз**, так как  $Y_a = G \cos\theta$ .

2. Потребная скорость набора высоты  $V_\theta$  при том же  $c_{y_a}$  меньше потребной скорости ГП **в  $\sqrt{\cos\theta}$  раз**, так как

$$Y_a = c_{y_a} \frac{\rho V_\theta^2}{2} S = G \cos\theta$$

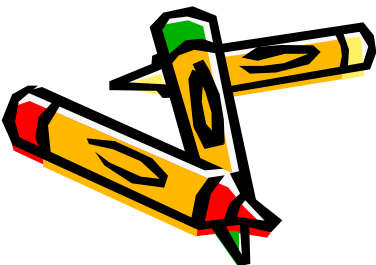


$$V_\theta = \sqrt{\frac{2G \cos\theta}{\rho S c_{y_a}}}$$

$$V_{\text{Г.П.}} = V_{\theta=0} = \sqrt{\frac{2G}{\rho S c_{y_a}}}$$



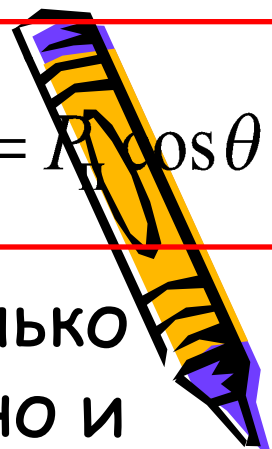
$$V_\theta = V_{\text{Г.П.}} \sqrt{\cos\theta}$$



3. При наборе высоты с тем же углом атаки, что и в ГП, сила лобового сопротивления меньше **в  $\cos\theta$  раз**, так как

$$X_{a\theta} = c_{x_a} \frac{\rho V_{\theta}^2}{2} S$$

$$X_{a\theta} = c_{x_a} \frac{\rho V_{\Gamma..П}^2}{2} S \cos \theta = X_a \cos \theta = R \cos \theta$$



4. При наборе высоты требуется тяга не только на преодоления лобового сопротивления, но и составляющей силы тяжести, равной  $G \sin \theta$ .

Тогда:

$$P_{\Pi\theta} = P_{\Pi} + G \sin \theta$$

$$N_{\Pi\theta} = N_{\Pi} + G \sin \theta V$$

Из принятых допущений получим:

$$P_p - P_{\Pi} = P_{\text{изб}} = G \sin \theta$$

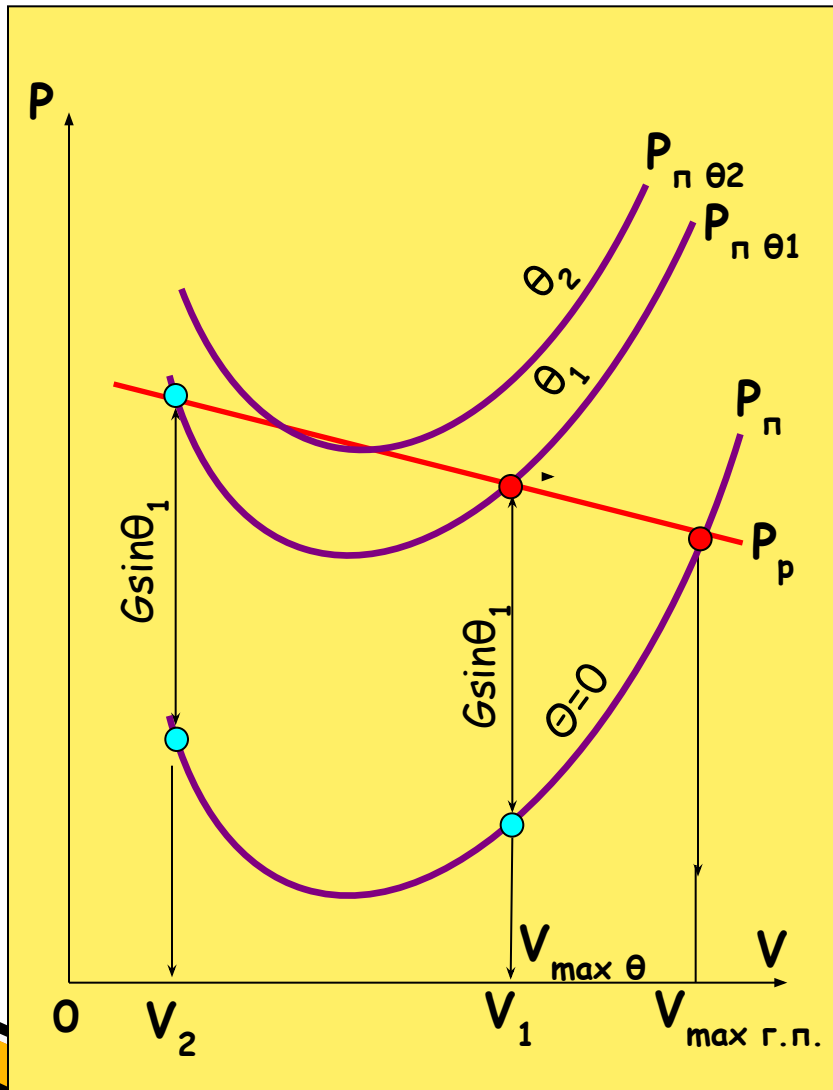
откуда

$$\sin \theta = \frac{P_{\text{изб}}}{G}$$

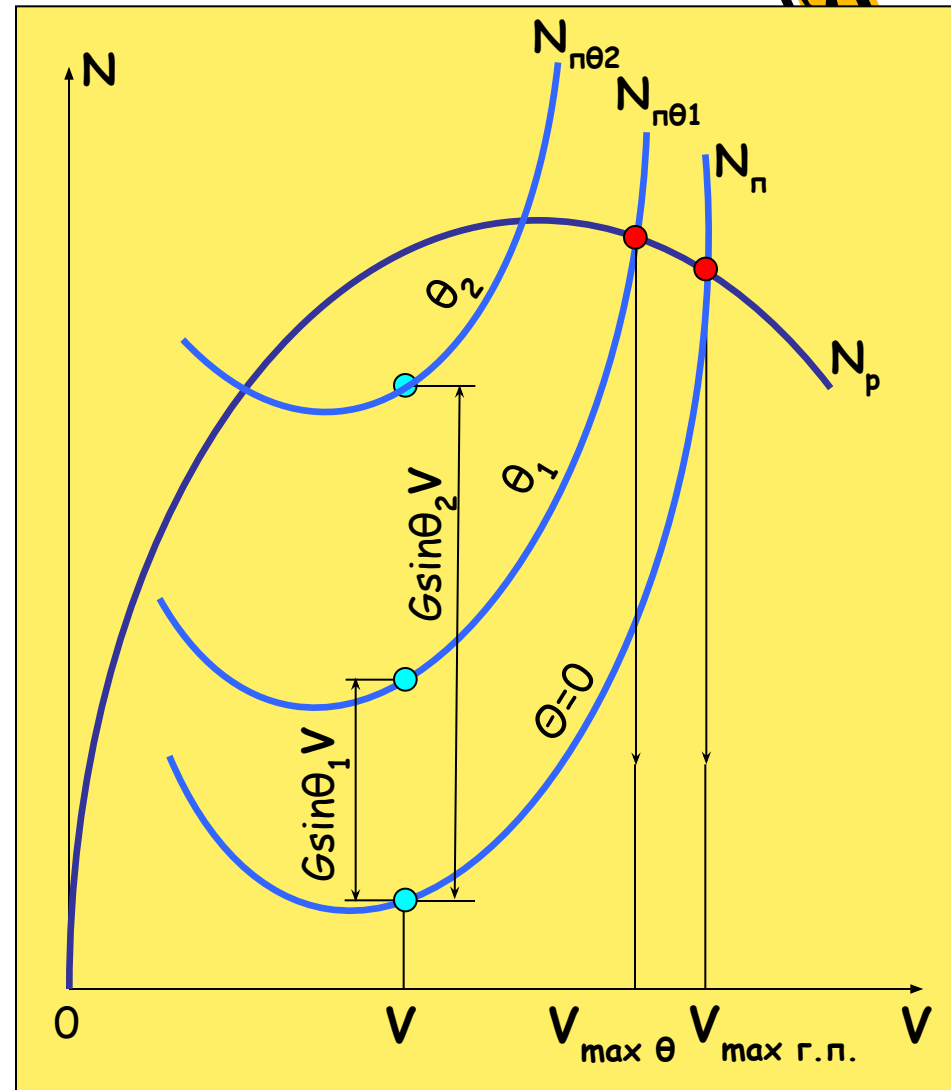




# Потребные тяги и мощности самолета при наборе высоты



ТРД



ТВД

## Выводы:

1. Набор высоты возможен только на тех скоростях, на которых имеется (может быть создан) избыток тяги  $P_{\text{изб}}$  сверх лобового сопротивления в ГП с той же скоростью.
2. Для получения кривой потребной тяги (мощности) при подъеме с данным углом  $\theta$  достаточно кривую потребных тяг для ГП сдвинуть вверх (эквидистантно) на  $G \sin \theta$  (а кривую потребной мощности для ГП сдвинуть вверх на величину  $G \sin \theta V$ ).
3. Максимальная скорость по траектории, наклоненной к горизонту под углом  $\theta$  ( $V_{\text{max}\theta}$ ), будет меньше максимальной скорости в ГП.
4. Для обеспечения подъема на заданной скорости под углом  $\theta$  необходимо увеличить тягу на  $G \sin \theta$  или мощность двигателя на  $G \sin \theta V$ . При этом чем больше угол набора  $\theta$ , тем больше должна быть тяга.
5. Если весь имеющийся избыток тяги расходуется на набор высоты (т.е. полет происходит без изменения скорости), то угол наклона траектории при этом определяется из

$$\sin \theta = \frac{P_{\text{изб}}}{G}$$

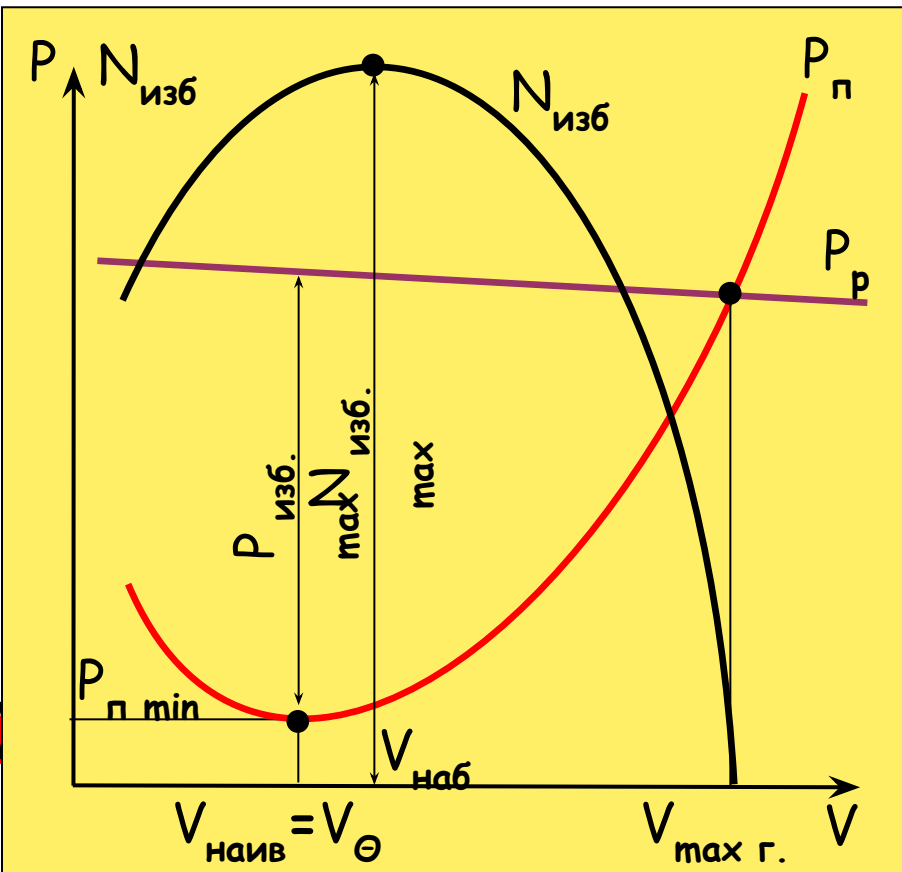
# Характерные режимы набора

## ВЫСОТЫ:

-режим наиболее крутого набора высоты

(имеет место при наибольшем угле набора)

$$\sin(\Theta_{\max}) = P_{\text{изб. max}} / G \rightarrow \Theta_{\max} \rightarrow P_{\text{изб. max}} = (P_p - P_{\text{п}})_{\text{max}}$$



Для самолета с ТРД:

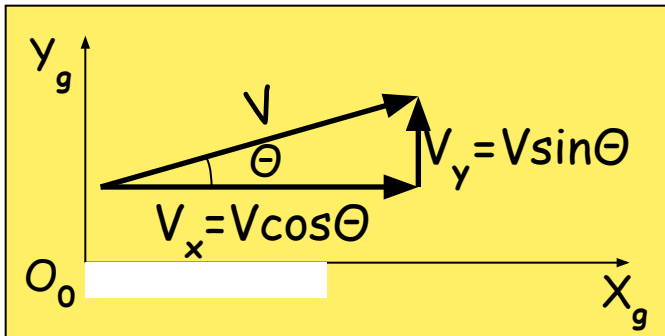
$$V_{\Theta \max} \cong V_{\text{наиб}} \cong V_{\text{пр. min}}$$

Для самолета с ТВД:

$$V_{\text{ЭК}} \leq V_{\Theta \max} \leq V_{\text{наиб}}$$

# -режим наиболее быстрого набора высоты

(имеет место при наибольшей вертикальной скорости набора  $V_{y \max}$ )



$$V_y^* = V \sin \theta = \frac{P_{\text{изб}} V}{G} = \frac{N_{\text{изб}}}{G}$$

Тогда:

$$V_{y \max}^* = \frac{(P_{\text{изб}} V)_{\max}}{G} = \frac{N_{\text{изб. max}}}{G} = \frac{(N_p - N_{\text{п}})_{\max}}{G}$$

Обозначим:  $V_{\text{наб}} \Rightarrow N_{\text{изб. max}} \Rightarrow V_{y \max}$

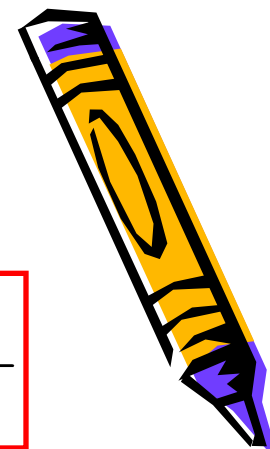
Для самолетов с ТРД

$$V_{\text{наб}} > V_{\text{наив.}}$$

Для самолетов с ТВД

$$V_{\text{наив.}} > V_{\text{наб}} > V_{\text{эк.}}$$

Режимы	Характеристика режима	Избыток тяги (мощности)	Скорость по траектории
Наиболее крутого набора	$\Theta_{\max}$	$P_{\text{изб. max}}$	$V_{\Theta \max}$
Наиболее быстрого набора	$V_{y \max}, t_{\text{наб. min}}$	$N_{\text{изб. max}}$	$V_{\text{наб}}$

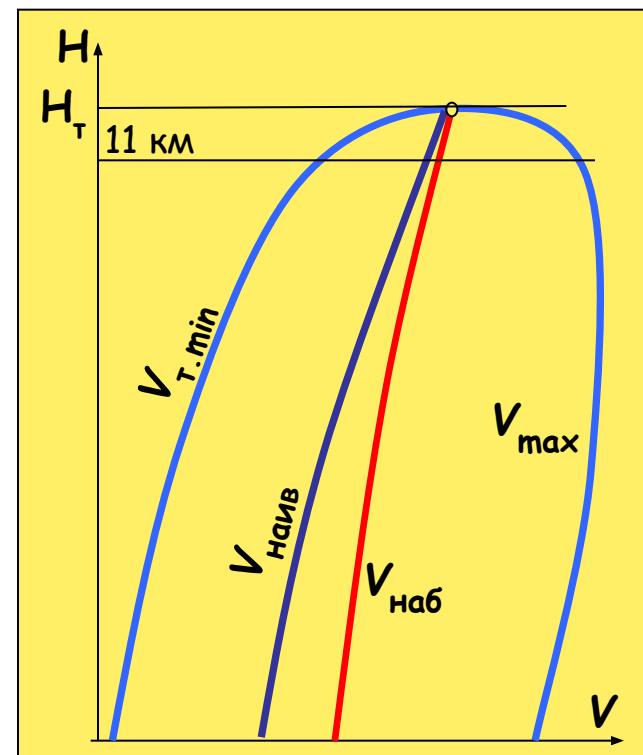
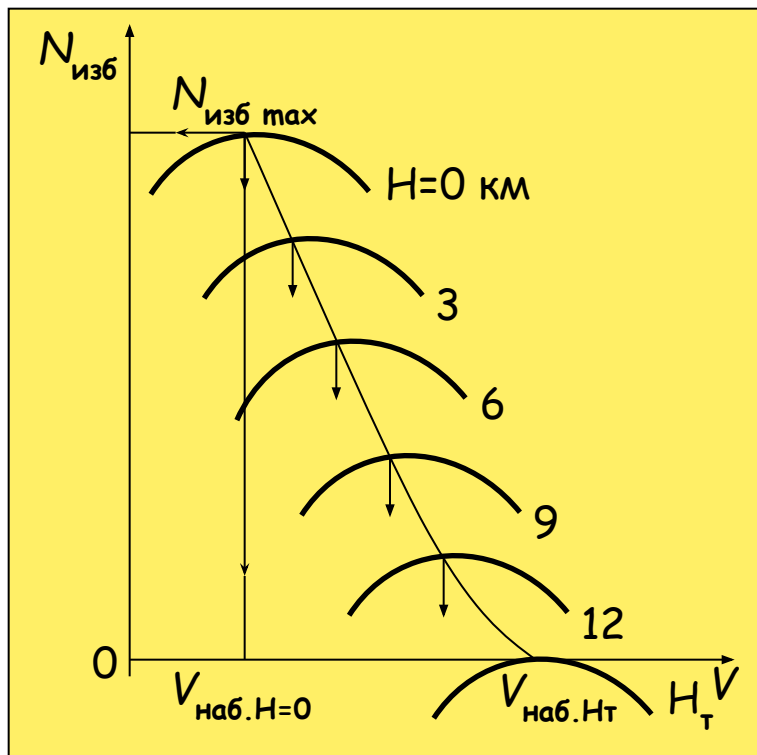


# Влияние высоты полета на скорость набора высоты

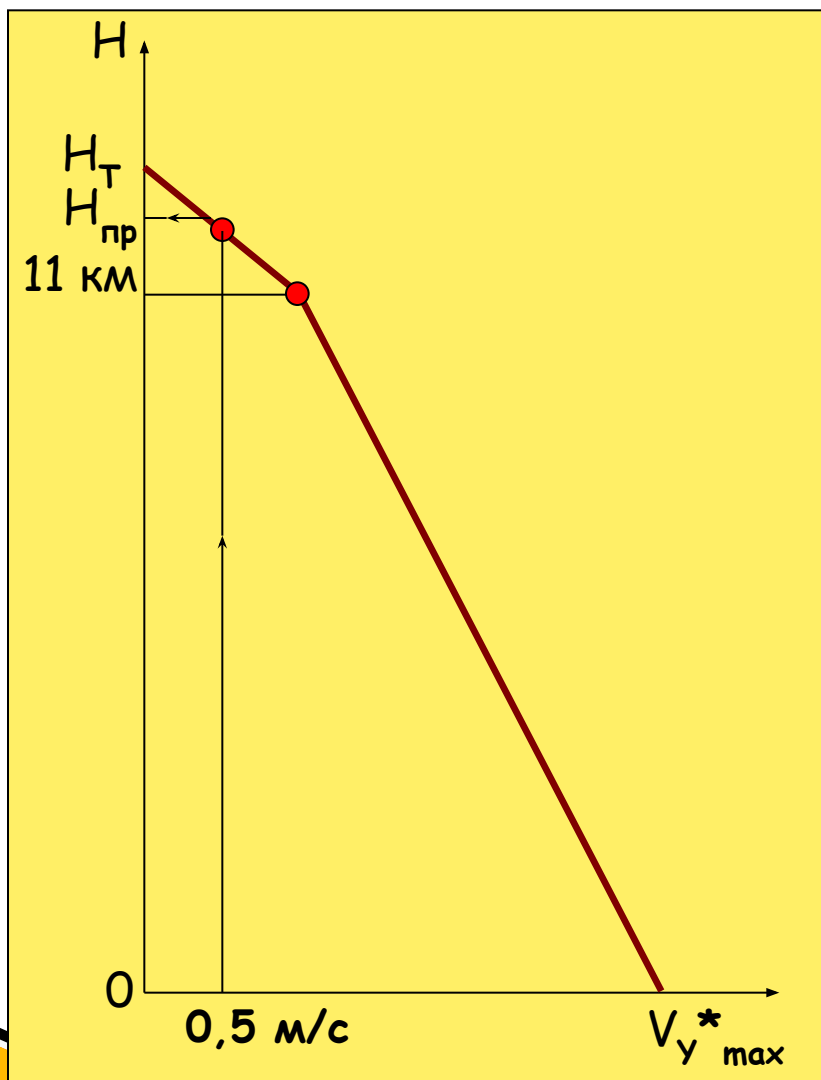
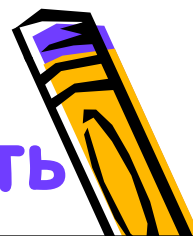


Используя графики тяг (мощностей) Жуковского для каждой принятой высоты рассчитаем:

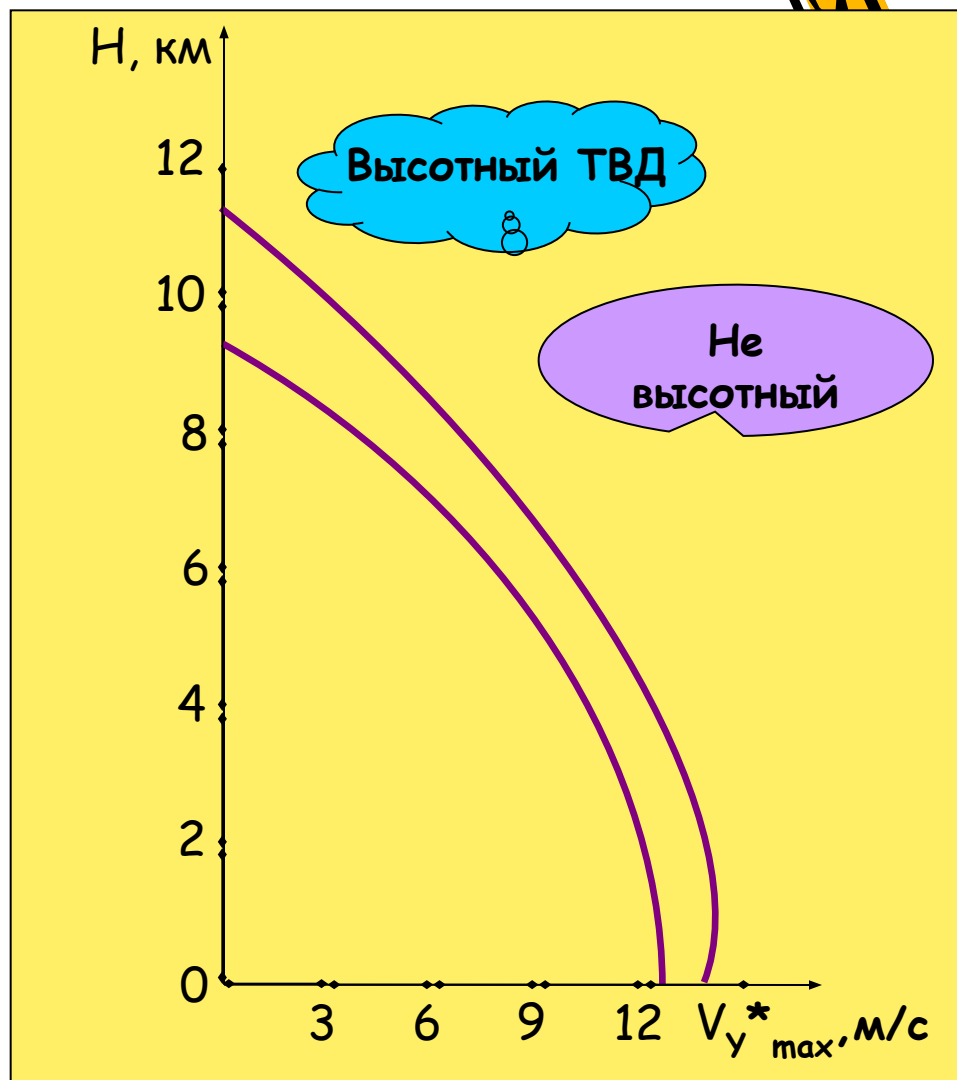
$$P_p, P_{\Pi} = f(V) \Rightarrow P_p - P_{\Pi} = f(V) \Rightarrow P_{\text{изб}} = f(V) \Rightarrow \\ \Rightarrow P_{\text{изб}} V = f(V) \Rightarrow N_{\text{изб}} = f(V) \Rightarrow N_{\text{изб max}} \Rightarrow V_{\text{наб}} \Rightarrow V_{y \text{ max}}$$



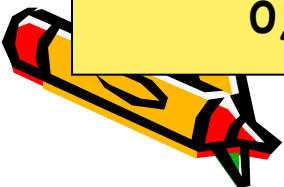
# Влияние высоты полета на максимальную вертикальную скорость



ТРД



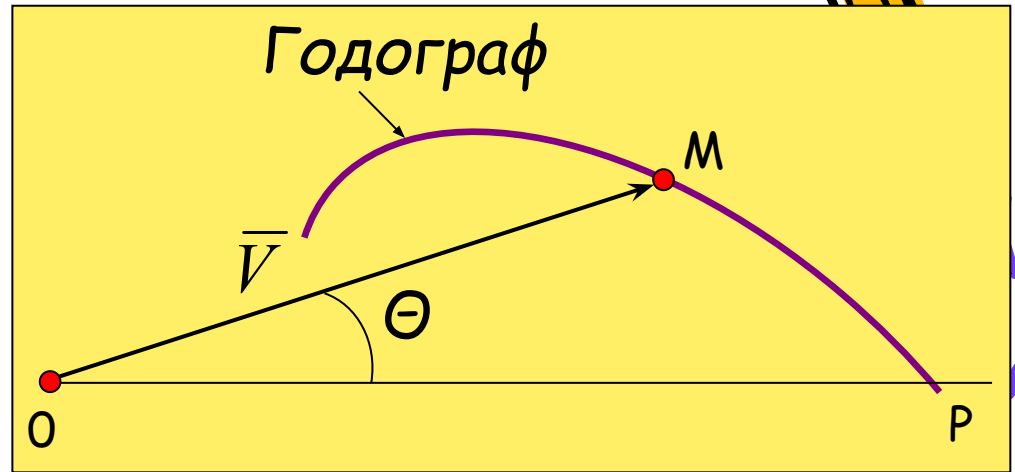
ТВД



# Поляра скоростей набора высоты



В полярных координатах:



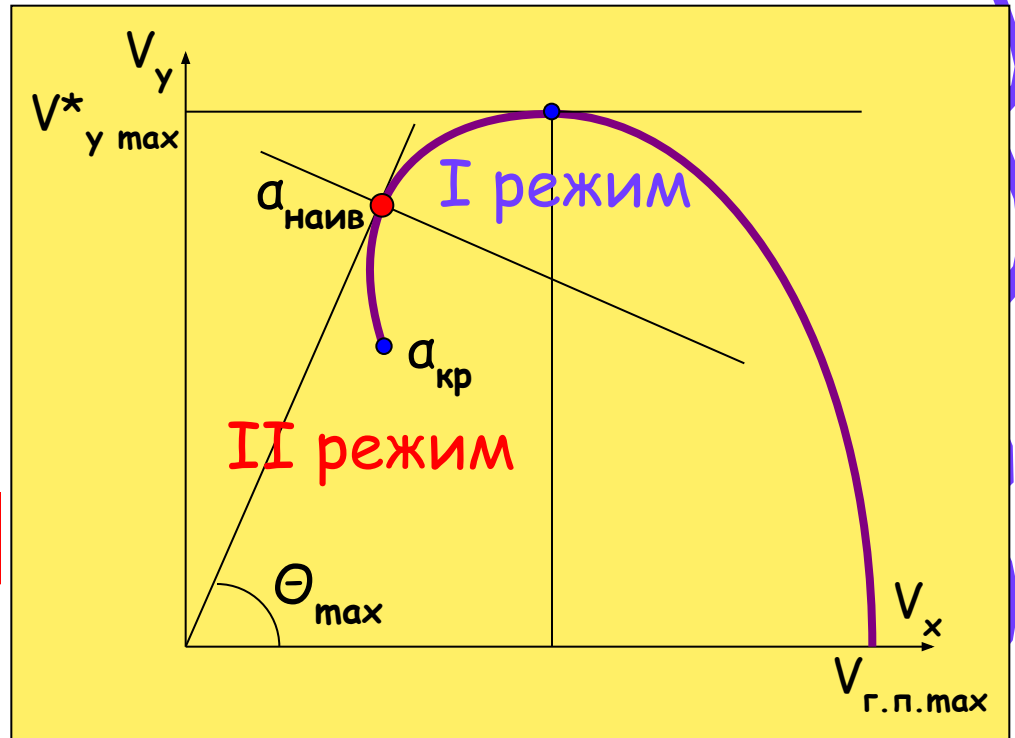
В прямоугольных координатах:

I режим

$$V \downarrow \Rightarrow \theta \uparrow \Rightarrow \alpha \uparrow$$

II режим

$$V \downarrow \Rightarrow \theta \downarrow \Rightarrow \alpha \uparrow$$



# Барограмма подъема самолета и дальность набора высоты

Уравнения кинематических связей при НВ:

$$V_y = V \sin \theta = \frac{dH}{dt}; \quad V_x = V \cos \theta = \frac{dL}{dt}.$$

На режиме наибольшей скороподъемности:

$$t_{\text{наб}} = \int_0^H \frac{dH}{V_{y \max}^*};$$

$$L_{\text{наб}} = \int_0^t V_{\text{наб}} \cos \theta dt$$

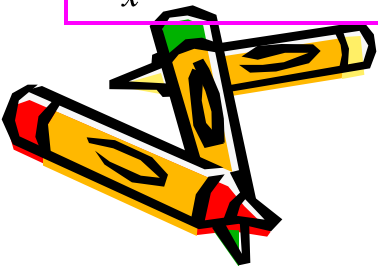
Для перехода от переменной  $t$  к переменной  $H$ :

$$\frac{V_y}{V_x} = \frac{dH}{dL} = \frac{V \sin \theta}{V \cos \theta} = \operatorname{tg} \theta$$

$$\operatorname{tg} \theta \approx \sin \theta = \frac{V_y}{V} \quad dL_{\text{наб}} = \frac{V_{\text{наб}}}{V_{y \max}^*} dH$$

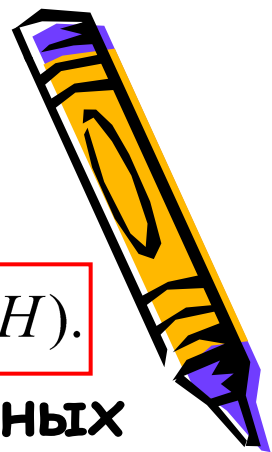
Тогда:

$$L_{\text{наб}} = \int_0^H \left( V_{\text{наб}} / V_{y \max}^* \right) dH$$





# Алгоритм расчета дальности при наборе высоты



Исходными данными для расчета являются зависимости

$$\longrightarrow V_{y \max}^* = f(H), \quad V_{\text{наб}} = f(H).$$

1. Рассчитать и построить графики подынтегральных функций  $\longrightarrow$

$$1/V_{y \max}^* = f(H), \quad V_{\text{наб}}/V_{y \max}^* = f(H).$$

2. Разбить высоту  $H$  на ряд элементарных участков  $\Delta H$ , соблюдая условие, чтобы подынтегральная функция на каждом принятом участке изменялась не более чем в **1,5** раза.

3. Определить средние значения подынтегральной функции на каждом из участков.

4. Найденные средние значения подынтегральной функции умножить на принятый интервал и этим определить **время и дальность набора** за каждый интервал:





$$\Delta t_{\text{наб}} = \left(1/V_{y \max}^*\right)_{\text{ср}} \cdot \Delta H = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{1}{V_{y \max}^*}\right)_{H_i} + \left(\frac{1}{V_{y \max}^*}\right)_{H_i + \Delta H} \right] \Delta H$$

$$\Delta L_{\text{наб}} = \left(\frac{V_{\text{наб}}}{V_{y \max}^*}\right)_{\text{ср}} \cdot \Delta H = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{V_{\text{наб}}}{V_{y \max}^*}\right)_{H_i} + \left(\frac{V_{\text{наб}}}{V_{y \max}^*}\right)_{H_i + \Delta H} \right] \Delta H$$

5. Последовательным суммированием найти **время** и **дальность** набора

**высоты  $H$**   $\Rightarrow$

$$t_{\text{наб}} = \sum_{H=0}^H \Delta t_{\text{наб}}, \quad L_{\text{наб}} = \sum_{H=0}^H \Delta L_{\text{наб}}.$$

