
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

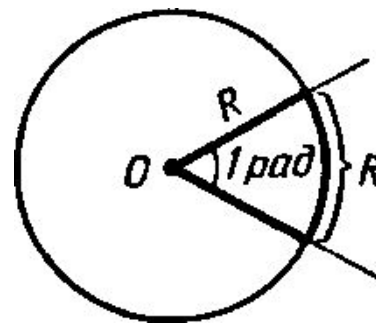
Угол в 1 *радиан* — это такой центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности. Радианная и градусная меры связаны зависимостью $180^\circ = \pi$ угол в n° ради $\frac{\pi n}{180}$

При радианном измерении углов упрощается ряд формул. для окружности радиуса r длина l ее дуги в α радиан находится по формуле:

$$l = \alpha r.$$

площадь S сектора круга радиуса r дуга которого содержит α радиан:

$$S = \frac{\alpha r^2}{2}.$$



Значение синуса, косинуса, тангенса, котангенса

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	—

Формулы сложения

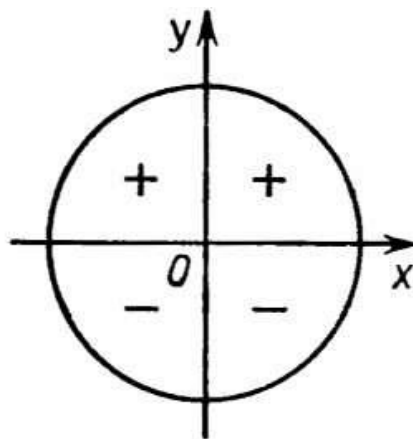
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta;$$

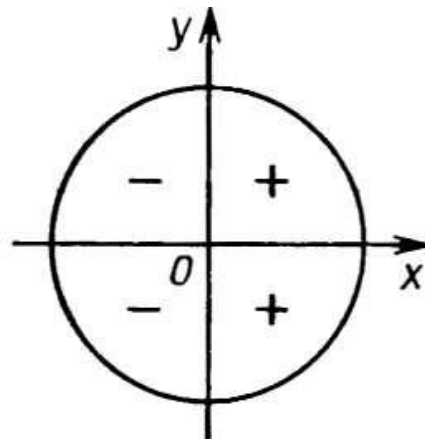
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta;$$

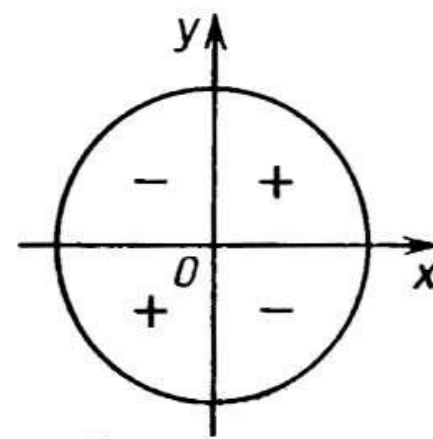
$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}.$$



Знаки синуса



Знаки косинуса



*Знаки тангенса
и котангенса*

Формулы суммы и разности синусов (косинусов)

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} ;$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} ;$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} ;$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} .$$

формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha ;$$

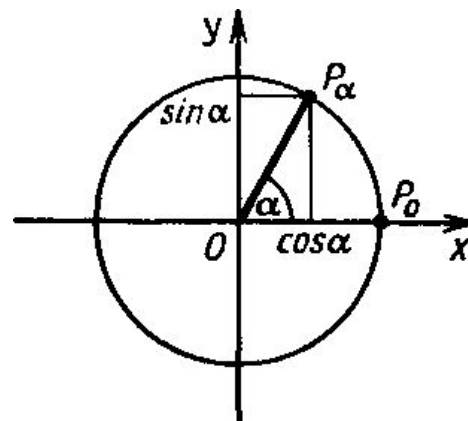
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha ;$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha ; \quad \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 ;$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} .$$

Тригонометрические функции и их графики

Функции синус и косинус. Окружность радиуса 1 с центром в начале координат называют *единичной окружностью*. Пусть точка P_α единичной окружности получена при повороте точки $P_0(1; 0)$ на угол α радиан. Нетрудно понять, что ордината точки P_α — это синус угла α , а абсцисса этой точки — косинус угла α .



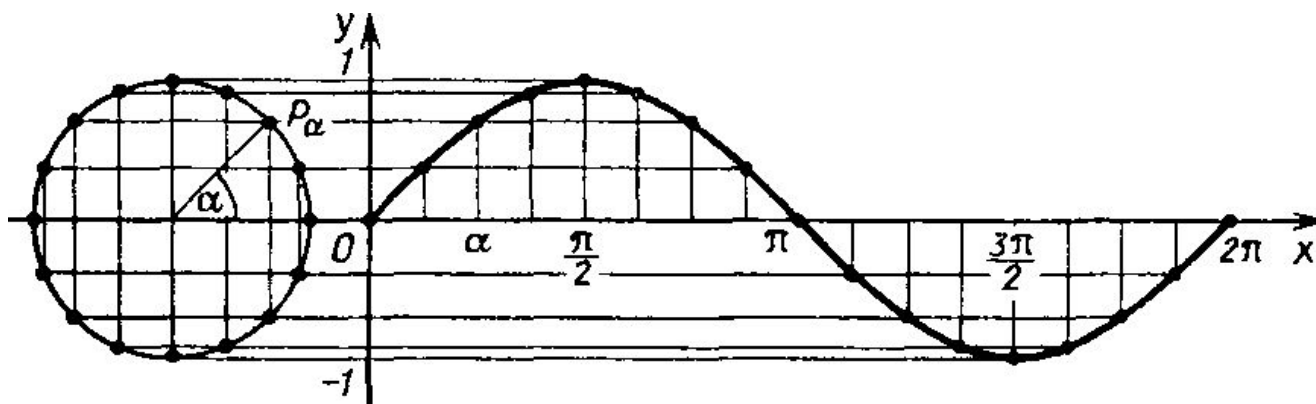
Определение. Числовые функции, заданные формулами $y = \sin x$ и $y = \cos x$, называют *синусом* и *косинусом* (и обозначают $\sin$ и $\cos$).

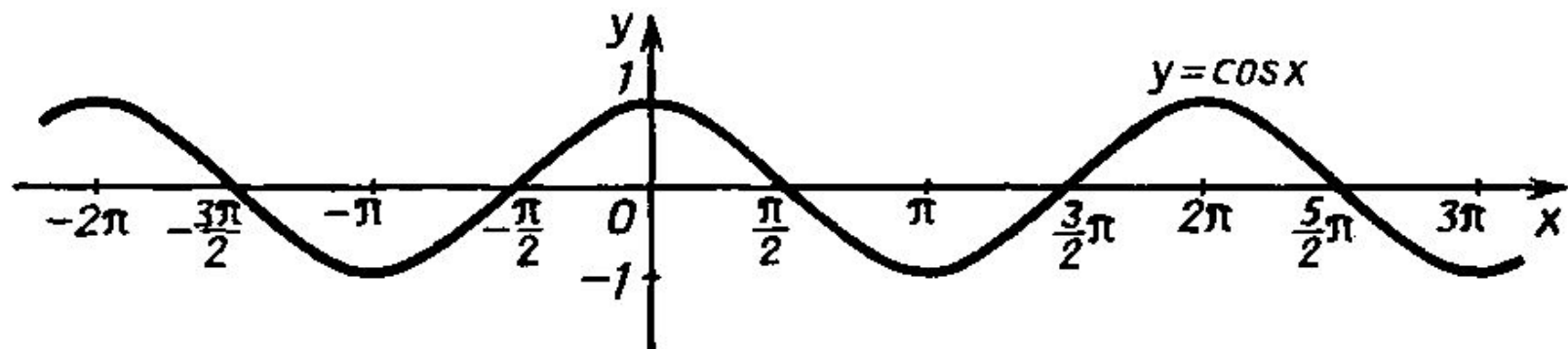
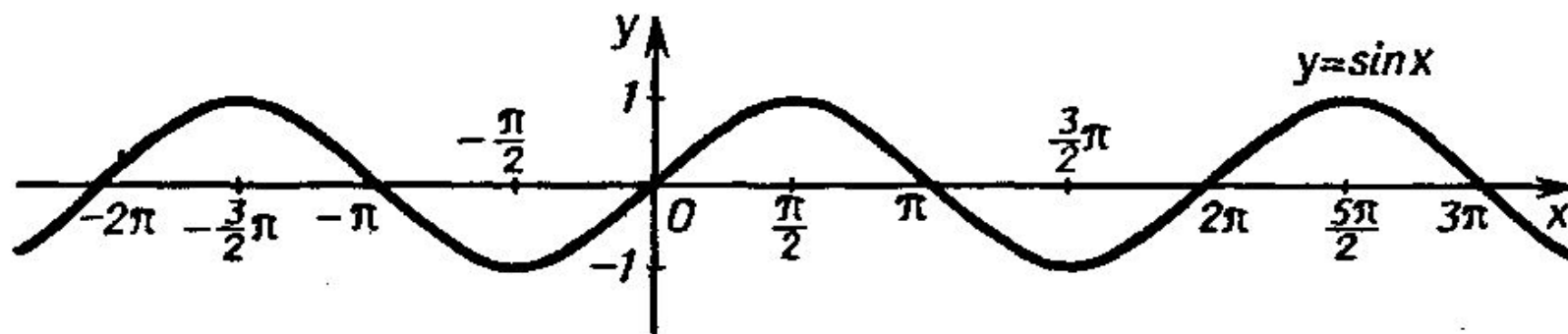
Область определения функций — множество всех действительных чисел. Областью значений функций синус и косинус является отрезок $[-1; 1]$, поскольку и ординаты, и абсциссы точек единичной окружности принимают все значения от -1 до 1 .

Для любого x справедливы равенства:

$$\begin{aligned}\sin(-x) &= -\sin x, & \cos(-x) &= \cos x; \\ \sin(x + 2\pi n) &= \sin x, & \cos(x + 2\pi n) &= \cos x\end{aligned}$$

График синуса называется *синусоидой*. Отрезок $[-1; 1]$ оси ординат, с помощью которого мы находили значения синуса, иногда называют *линией синусов*.

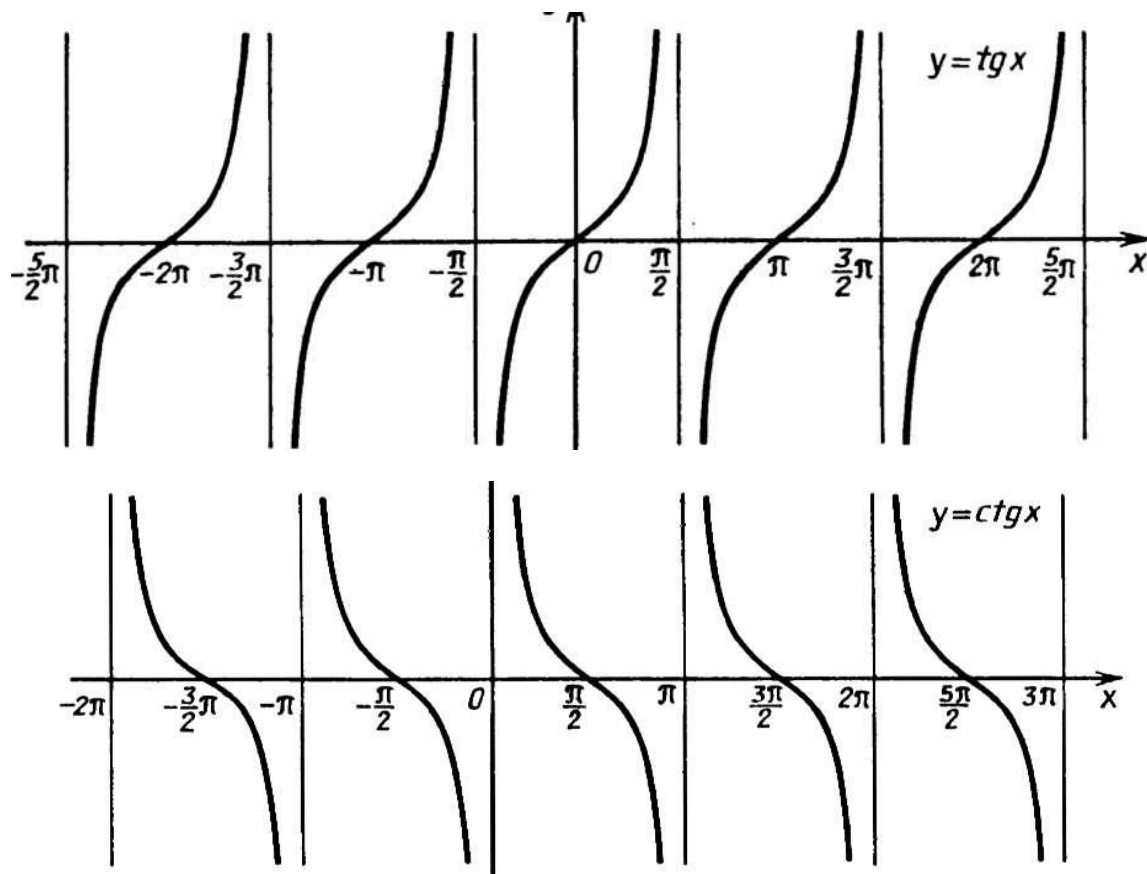




Графики функций синуса и косинуса

Функции тангенс и котангенс и их графики.

Определение. Числовые функции, заданные формулами $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, называют соответственно *тангенсом* и *котангенсом* (и обозначают tg и ctg).



Графики функций тангенса и котангенса