

# Шумы в усилительных каскадах

Лекции по курсу  
«Электроника систем регистрации элементарных частиц»

Жуланов Владимир Викторович  
тел. 329-47-32  
e-mail: zhulanov@inp.nsk.su

# Временные свойства сл. сигнала

$p(x, t_1)$  – плотность вероятности в  $t_1$ .

$p(x_1, x_2, t_1, t_2)$  – двумерная плотность вероятности

$$R_x(t_1, t_2) = M\{x(t_1)x(t_2)\} = \int \int x_1 x_2 p(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

– корреляционная функция случайного сигнала

$\sigma^2(t) = R_x(t, t) - m_x^2(t)$ , где  $m_x$  – мат. ожидание сл. сигнала

# Стационарный и эргодический сигнал

$p(x, t_1)$  – плотность вероятности в  $t_1$ .

$p(x_1, x_2, t_1, t_2)$  – двумерная плотность вероятности

$$R_x(t_1, t_2) = M\{x(t_1)x(t_2)\} = \int \int x_1 x_2 p(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

– корреляционная функция случайного сигнала

$\sigma^2(t) = R_x(t, t) - m_x^2(t)$ , где  $m_x$  – мат. ожидание сл. сигнала

$p(x, t_1)$  – плотность вероятности в  $t_1$ .

$p(x_1, x_2, t_1, t_2)$  – двумерная плотность вероятности

$$R_x(t_1, t_2) = M\{x(t_1)x(t_2)\} = \int \int x_1 x_2 p(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

– корреляционная функция случайного сигнала

$\sigma^2(t) = R_x(t, t) - m_x^2(t)$ , где  $m_x$  – мат. ожидание сл. сигнала

В общем случае, шум не имеет временной зависимости и описывается спектральной характеристикой мощности:

$$\langle u_n^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} N(\omega) d\omega$$

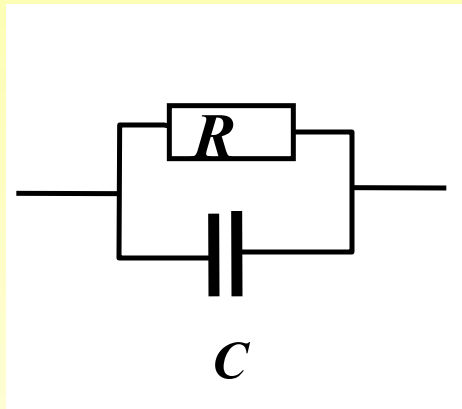
— мощность шума в полосе частот ( $\omega_1$ - $\omega_2$ ),  
имеющего спектральную мощность  $N(\omega)$

# Тепловой шум

Природа теплового шума — тепловое движение свободных электронов, — этот шум можно свести, в принципе, до нуля понижая температуру.

$$N_{\text{тепл}}(\omega) = 4kT \operatorname{Re}[Z(\omega)] \quad \text{— теорема Найквиста}$$

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} / \text{К} \quad \text{— постоянная Больцмана}$$



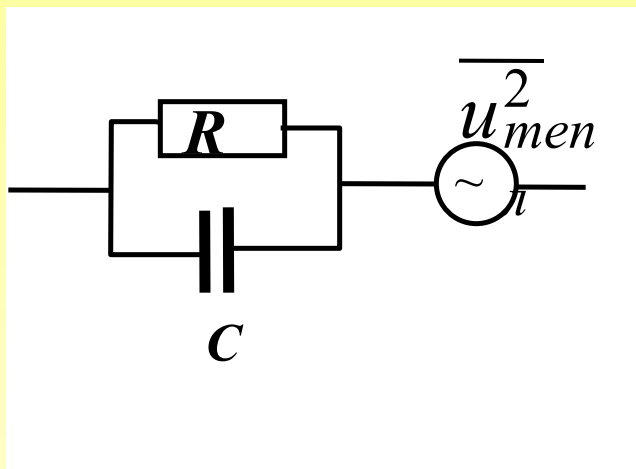
$$Z(j\omega) = \frac{R}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{R}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} - j\frac{R\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$N_{\text{тепл}}(\omega) = 4kT \frac{R}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2};$$

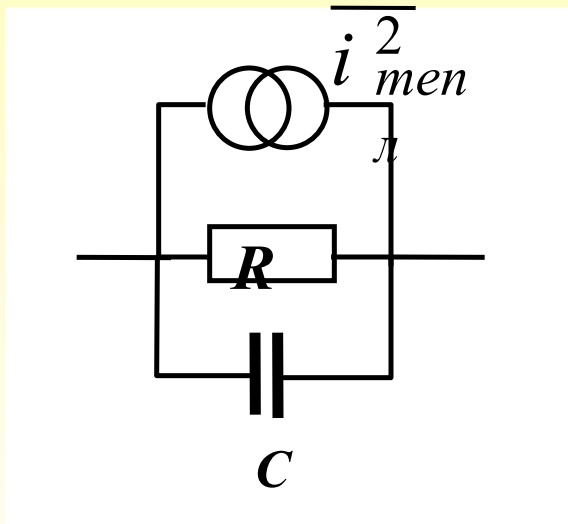
$$\overline{u_{\text{тепл}}^2} = 4kT \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{R}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} d\omega = \frac{2kT}{C} \text{arctg} \frac{\omega}{\omega_0} \Big|_{\omega_1}^{\omega_2}$$

$$\overline{u_{\text{тепл}}^2} = \frac{kT}{C}$$



$$M(\omega) = \frac{N(\omega)}{\text{Re}[Z(\omega)]^2} = \frac{4kT}{\text{Re}[Z(\omega)]}$$

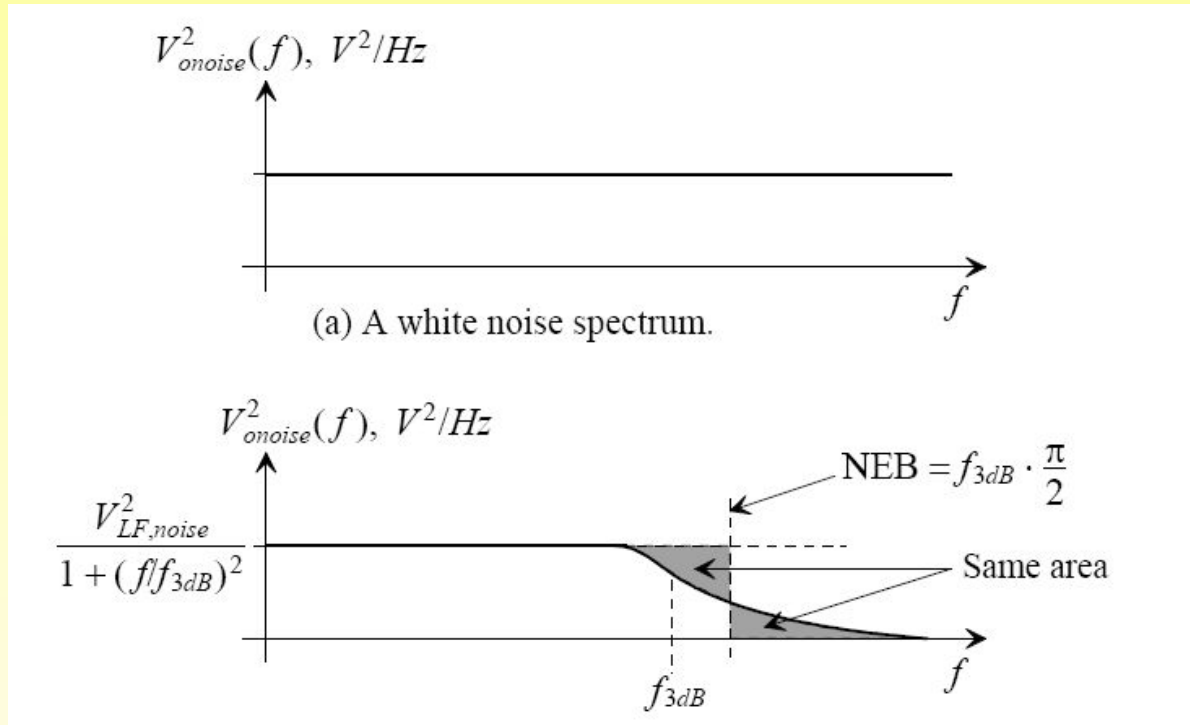
— спектральная плотность мощности эквивалентного источника тока



$$\langle i_n^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} M(\omega) d\omega$$



# Эффективная полоса шума



# Дробовой шум

Дробовой шум — шум, связанный с направленным перемещением носителей заряда через какой-либо потенциальный барьер

$M(\omega) = 2eI_0$  — Спектральная мощность токового источника дробового шума

$e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл — заряд электрона

$I_0$  — средний протекающий ток

## Шум $1/f$ (фликкер-шум)

$$M(\omega) = A_0 \frac{1}{f} = A_1 \frac{1}{\omega} \text{ — Спектральная мощность фликкер-шума}$$

# Спектр шума из документации на усилитель TLC220x

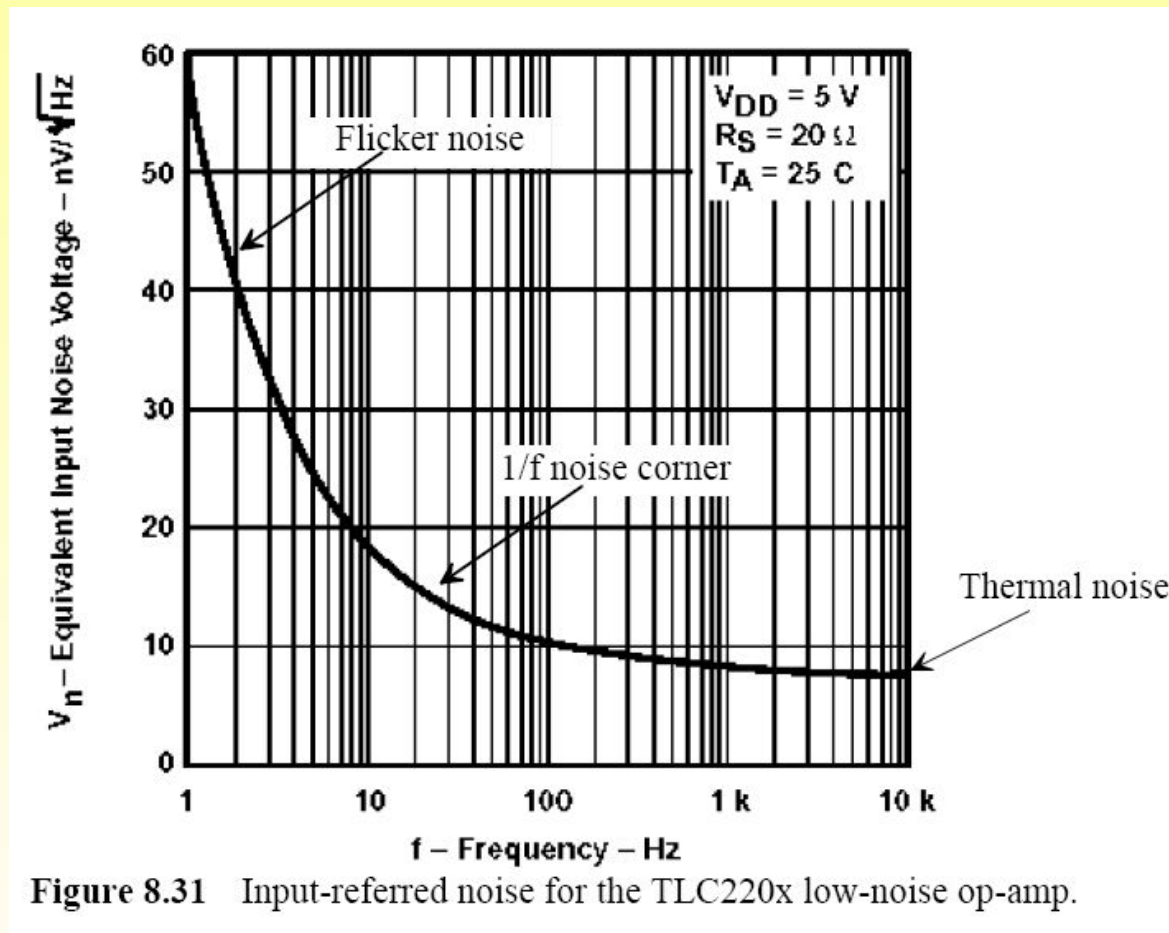
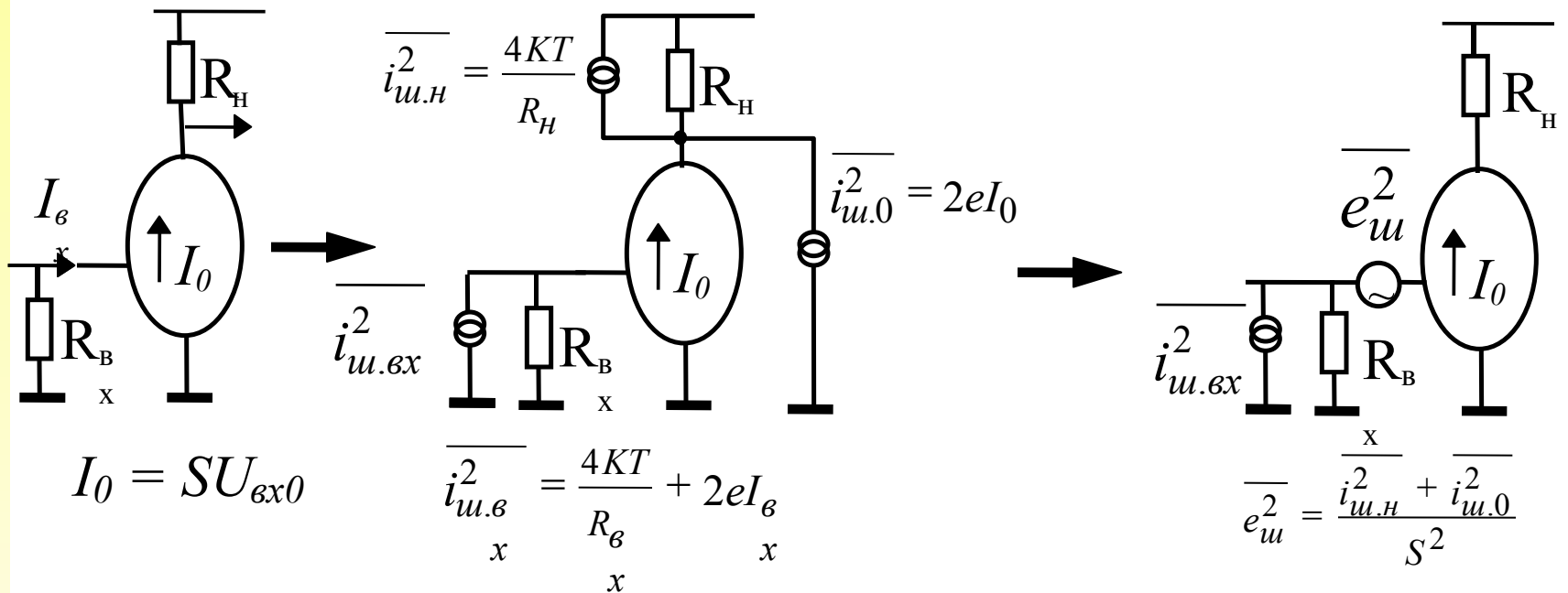


Figure 8.31 Input-referred noise for the TLC220x low-noise op-amp.

# Приведение шума ко входу

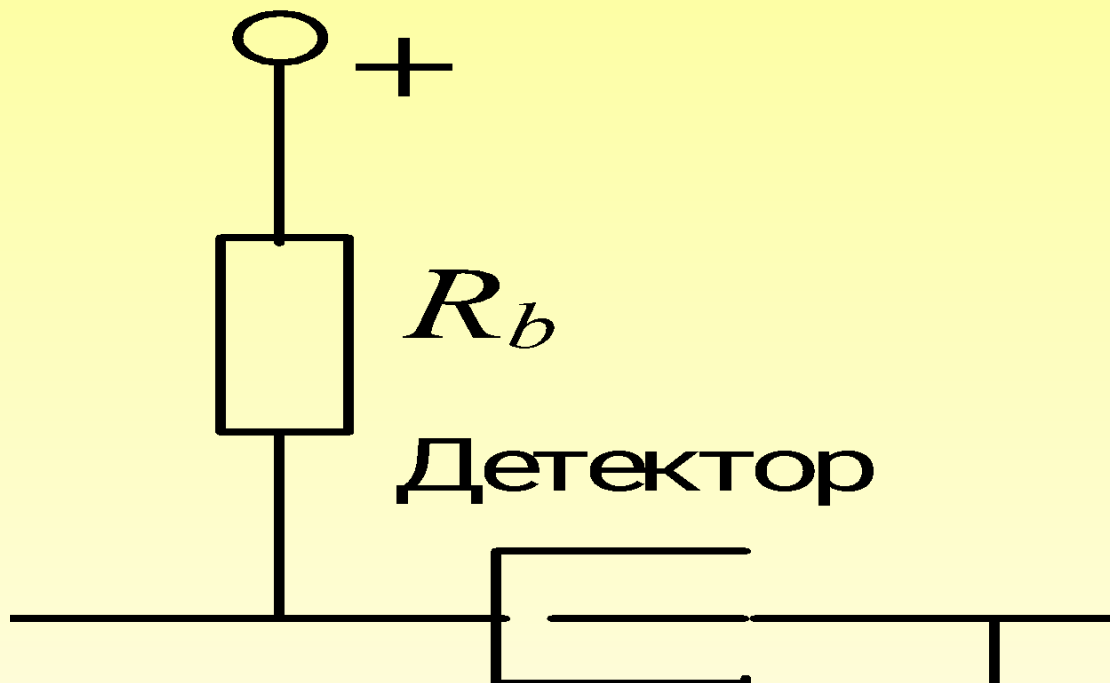
Удобным способом характеристики собственных шумов электронной схемы является пересчет внутренних источников шума эквивалентным генераторам действующими на входе схемы.

При этом часть эквивалентных источников действует последовательно со входом, а часть действует параллельно



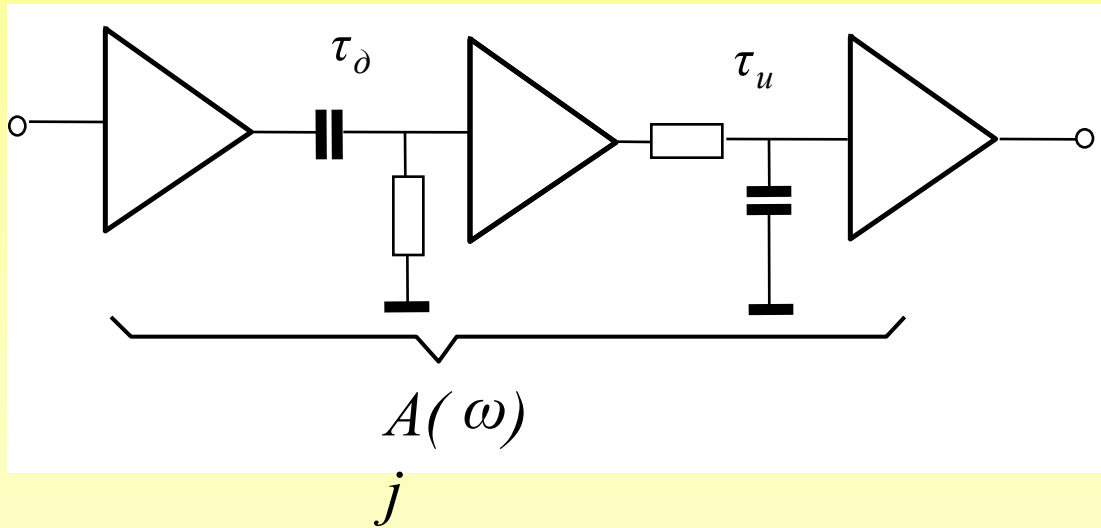
$$\overline{I_{др}^2} = \overline{I_{теп}^2} : 2eI_0 = \frac{4kT}{R} \Rightarrow RI_0 = \frac{2kT}{e}$$

# Эквивалентный шумовой заряд



$$\overline{I_p^2} = a;$$

$$\overline{U_s^2} = b + \frac{A_f}{f}$$



$$|A(j\omega)|^2 = \frac{(\omega\tau)^2}{(1 + \omega^2\tau^2)^2}$$

$$\overline{U_{\text{ш.ВЫХ}}^2(j\omega)} = \overline{U_{\text{ш.ВХ}}^2(j\omega)} \cdot |A(j\omega)|^2$$

$$\overline{U_{\text{ш.ВЫХ}}^2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left( \overline{U_s^2} + \frac{1}{\omega^2 C^2} \overline{I_p^2} + \frac{A_f}{\omega} \right) |A(j\omega)|^2 d\omega =$$

$$\frac{1}{2\pi} \left( \frac{b}{\tau} \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^2} + \frac{a\tau}{2\pi C^2} \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2} + A_f \int_0^{\infty} \frac{xdx}{(1+x^2)^2} \right) = \frac{a\tau}{8C^2} + \frac{b}{8\tau} + \frac{A_f}{2}$$



$$\tau_{\text{опт}} = C \sqrt{\frac{b}{a}}$$

*При таком параметре фильтра абсолютная величина шума на выходе минимальна*

Для характеристики шумовых свойств усилителя используется эквивалентный шумовой заряд. Это такой заряд, при подаче на вход усилителя в виде короткого импульса, дает на выходе сигнал, амплитуда которого равна:

$$\sqrt{U_{\text{Ш.ВЫХ}}^2}$$

Для короткого импульса и выбранного усилителя:

$$U_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{Q_{\text{ВХ}}}{C} \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad U_{\text{ВЫХ}}^{\text{max}} = U_{\text{ВЫХ}}(\tau) = \frac{Q_{\text{ВХ}}}{C} \frac{1}{e}$$

$$\frac{Q_{\text{ВХ}}}{C} \frac{1}{e} = \sqrt{\frac{a\tau}{8C^2} + \frac{b}{8\tau} + \frac{A_f}{2}} \Rightarrow Q_{\text{ВХ}} \approx \frac{1}{q} \sqrt{a\tau + \frac{b}{\tau} C^2 + 4A_f C^2}$$

$$Q_{\text{ВХ}} \approx \frac{1}{q} \sqrt{a\tau + \frac{b}{\tau} (C + A_0 C_{\text{ос}})^2 + 4A_f (C + A_0 C_{\text{ос}})^2}$$

# Резюме

- Математическое описание шума
- Классификация шумов по природе явлений
- Приведение шумов ко входу. Параллельный и последовательный шумы
- Эквивалентный шумовой заряд