# 4. УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ

# 4.1. Уравнение прямой на плоскости

***Уравнением линии на плоскости XOY называется уравнение, которому удовлетворяют координаты x и y каждой точки этой линии и не удовлетворяют координаты любой точки, не лежащей на этой линии.***

**В общем случае уравнение линии может быть записано в виде**

$$\boxed{F(x,y)=0}\quad \textbf{или} \quad \boxed{y=f(x)}$$

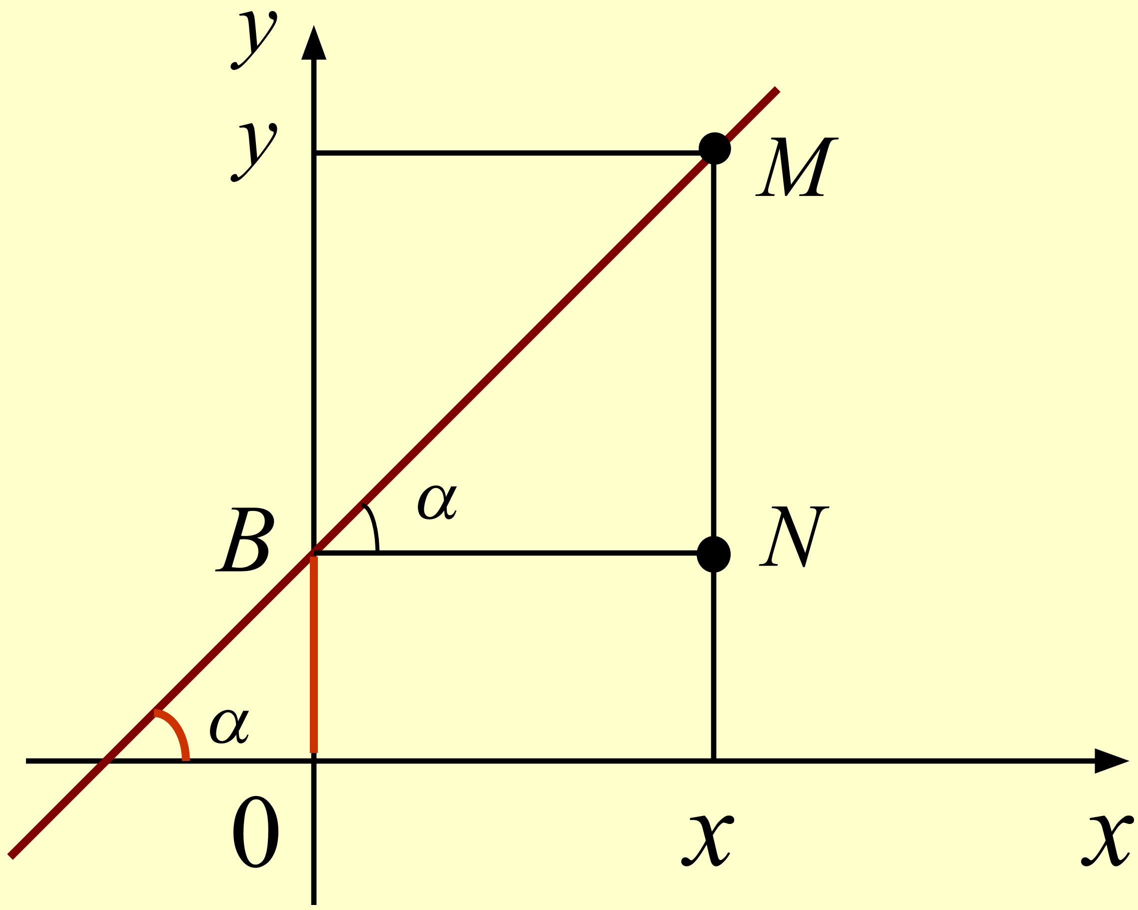
# Способы задания прямой на плоскости

## 1. Уравнение прямой с угловым коэфф

**Пусть задана прямая, пересекающая ось *y* в точке В *(0,в)* и образующая с осью х угол α**

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

**Выберем на прямой произвольную точку *М(х, у).***


y
y
M
α
B
N
α
0
x
x

**Координаты точки N *(х,в)*. Из треугольника *BMN*:**

$$tg\alpha = \frac{MN}{NB} = \frac{y-b}{x} = k$$

***k* – угловой коэффициент прямой.**

$$y = kx + b \qquad (1)$$

**Уравнение прямой с угловым коэффи**

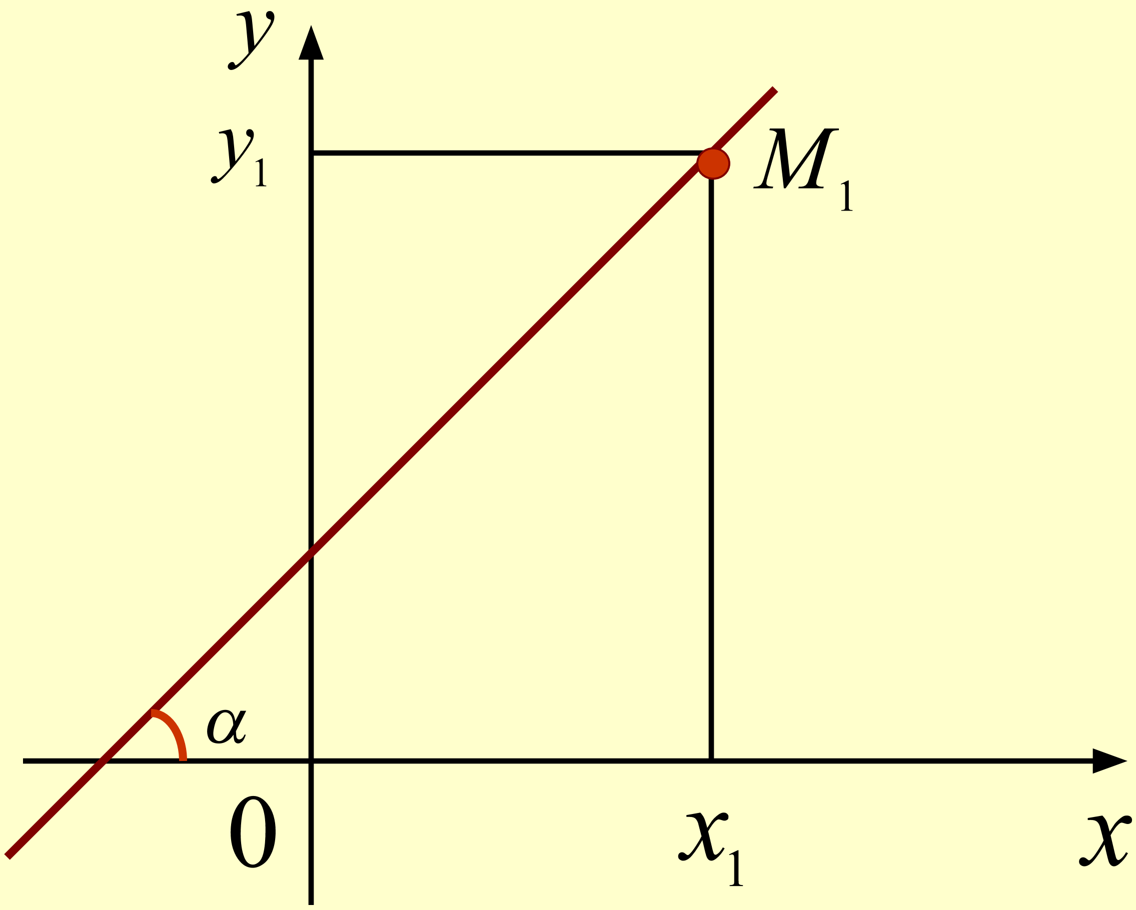
# 2. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в зада

Пусть задана прямая, проходящая через заданную точку

$$M_1(x_1, y_1)$$

и образующая с осью *x* угол α

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2}$$


y
y1
M1
α
0
x1
x

**Т.к. точка $M_1$ лежит на прямой, ее координаты должны удовлетворять уравнению (1):**

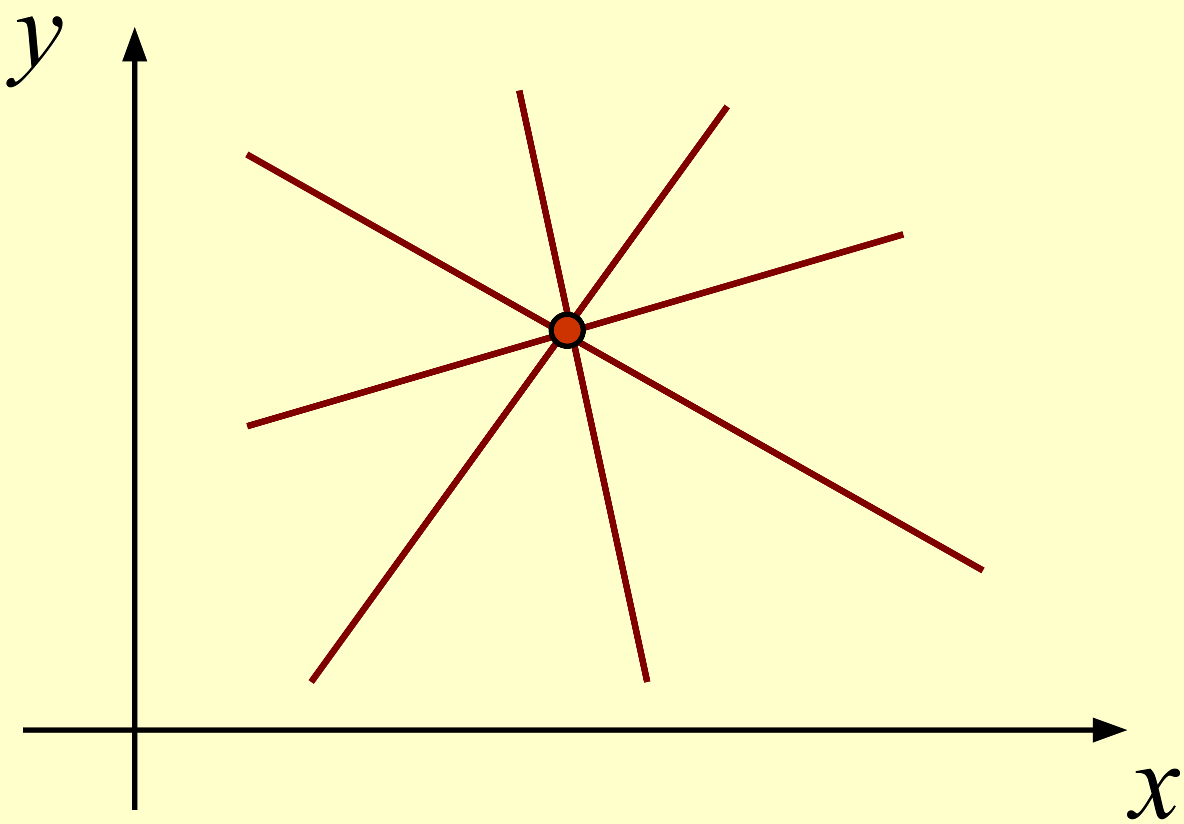
$$y_1 = kx_1 + b$$

**Вычитаем это уравнение из уравнения (1):**

$$y - y_1 = k(x - x_1) \qquad (2)$$

Уравнение прямой, проходящей через данную точку в дан

**Если в этом уравнении угловой коэффициент не определен, то оно задает пучок прямых, проходящих через данную точку, кроме прямой, параллельной оси у, не имеющей углового коэффициента.**



# 3. Уравнение прямой, проходящей чере

Пусть задана прямая, проходящая через две точки:

$$M_1(x_1, y_1) \qquad\qquad M_2(x_2, y_2)$$

Запишем уравнение пучка прямых, проходящих через точку $M_1$:

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

**Т.к. точка $M_2$ лежит на данной прямой, подставим ее координаты в уравнение пучка прямых:**

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1)$$

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

**Подставляем *k* в уравнение пучка прямых. Тем самым мы выделяем из этого пучка прямую, проходящую через две данные точки:**

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

**или**

$$\boxed{\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}}$$

3

# Уравнение прямой, проходящей чере

**ПРИМЕР.**

***Составить уравнение прямой, проходящей через точки А(-5,4) и В(3,-2).***

***РЕШЕНИЕ.***

**Подставляем координаты точек в уравнение прямой, проходящей через две точки.**

$$\frac{y-4}{-2-4}=\frac{x+5}{3+5}$$

$$y-4=-\frac{6}{8}(x+5)$$

$$y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$$

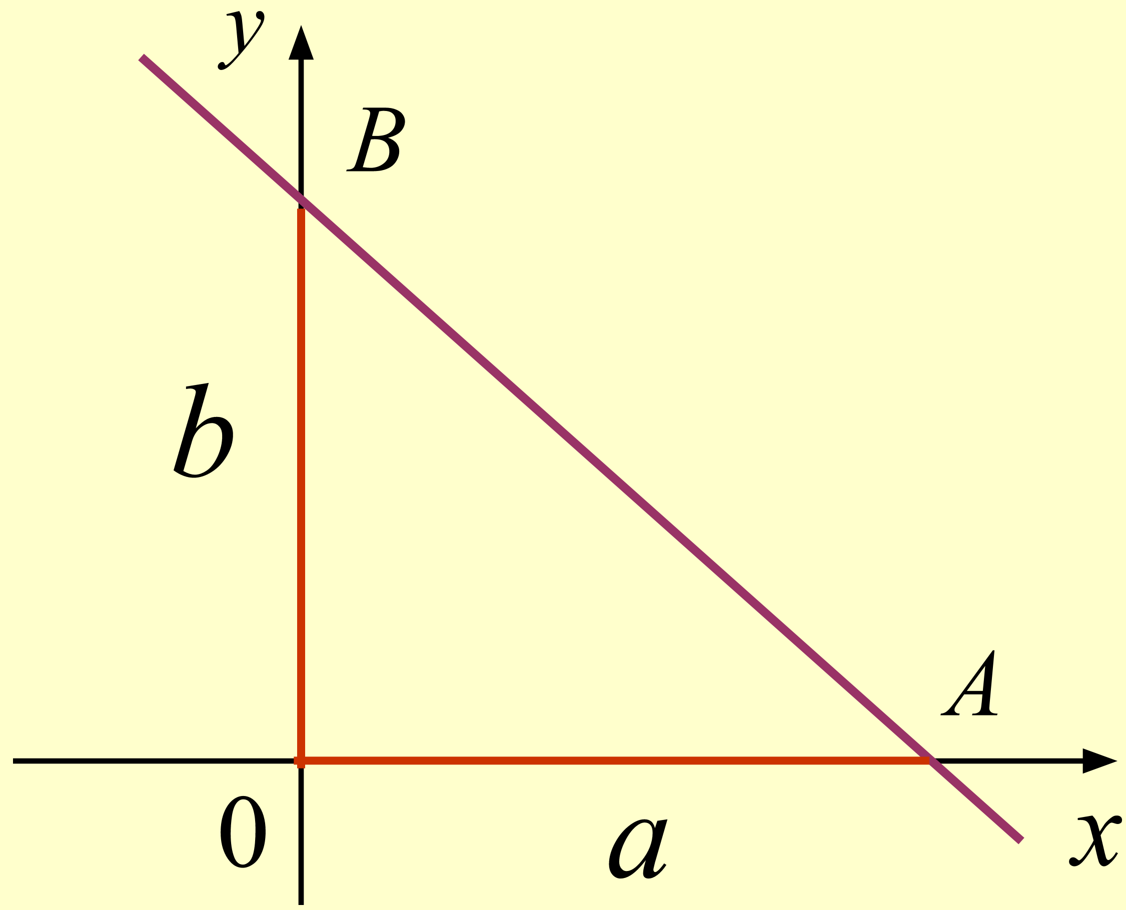
# 4. Уравнение прямой в от

**Пусть задана прямая, отсекающая на осях координат отрезки, равные *а* и *в*.**

**Это значит, что она проходит через точки**

$$A(a,0) \qquad B(0,b)$$

**Найдем уравнение этой прямой.**



y
B
b
A
0
a
x

Подставим координаты точек A и B в уравнение прямой, проходящей через две точки (3):

$$\frac{y-0}{b-0}=\frac{x-a}{0-a} \Rightarrow \frac{y}{b}=\frac{x-a}{-a} \Rightarrow \frac{y}{b}=\frac{x}{-a}+1$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1} \qquad (4)$$

Уравнение прямой в отре

# 5. Общее уравнение п

Рассмотрим уравнение:

$$Ax + By + C = 0$$

5

Рассмотрим частные случаи этого уравнения и покажем, что при любых значениях коэффициентов *A*, *B* (не равных нулю одновременно) и *C*, это уравнение есть уравнение прямой на плоскости.