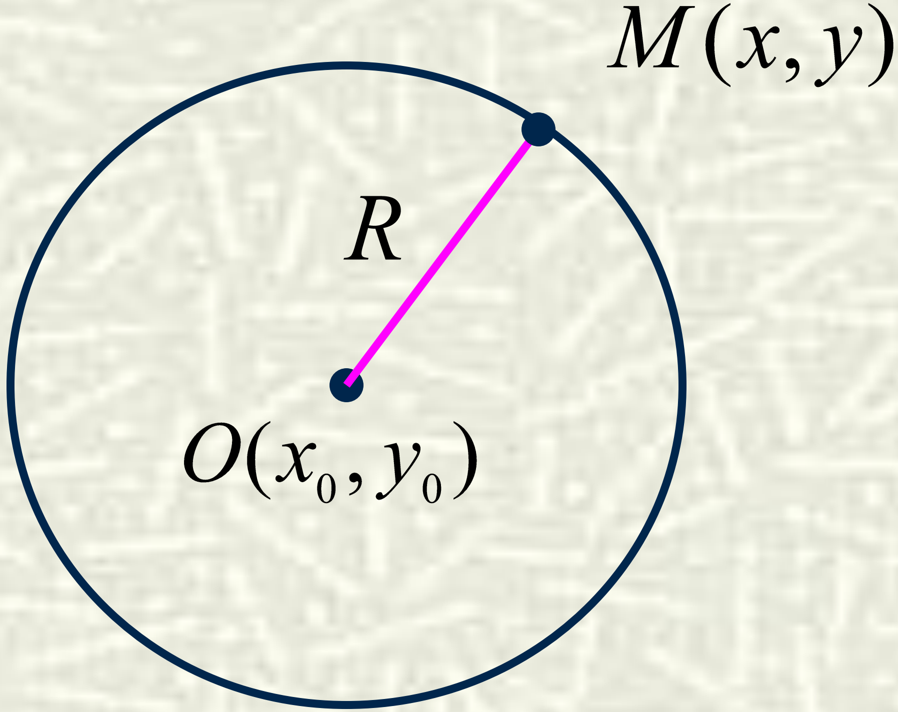
4.3. ОКРУЖНОСТЬ И ЭЛЛИПС

Окружность и эллипс относятся к кривым второго порядка, которые описываются уравнениями второй степени с двумя переменными.

Пусть дана окружность радиуса *R* с центром в точке $O(x_0,y_0)$. Найдем ее уравнение.

Выберем на окружности произвольную точку *M (x,y)*.


$M(x, y)$
R
$O(x_0, y_0)$

Для точки *M* выполняется равенство:

$$OM = R$$

Используем формулу расстояния между двумя точками:

$$\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = R$$

Возводим обе части выражения в квадрат:

$$\boxed{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2}$$

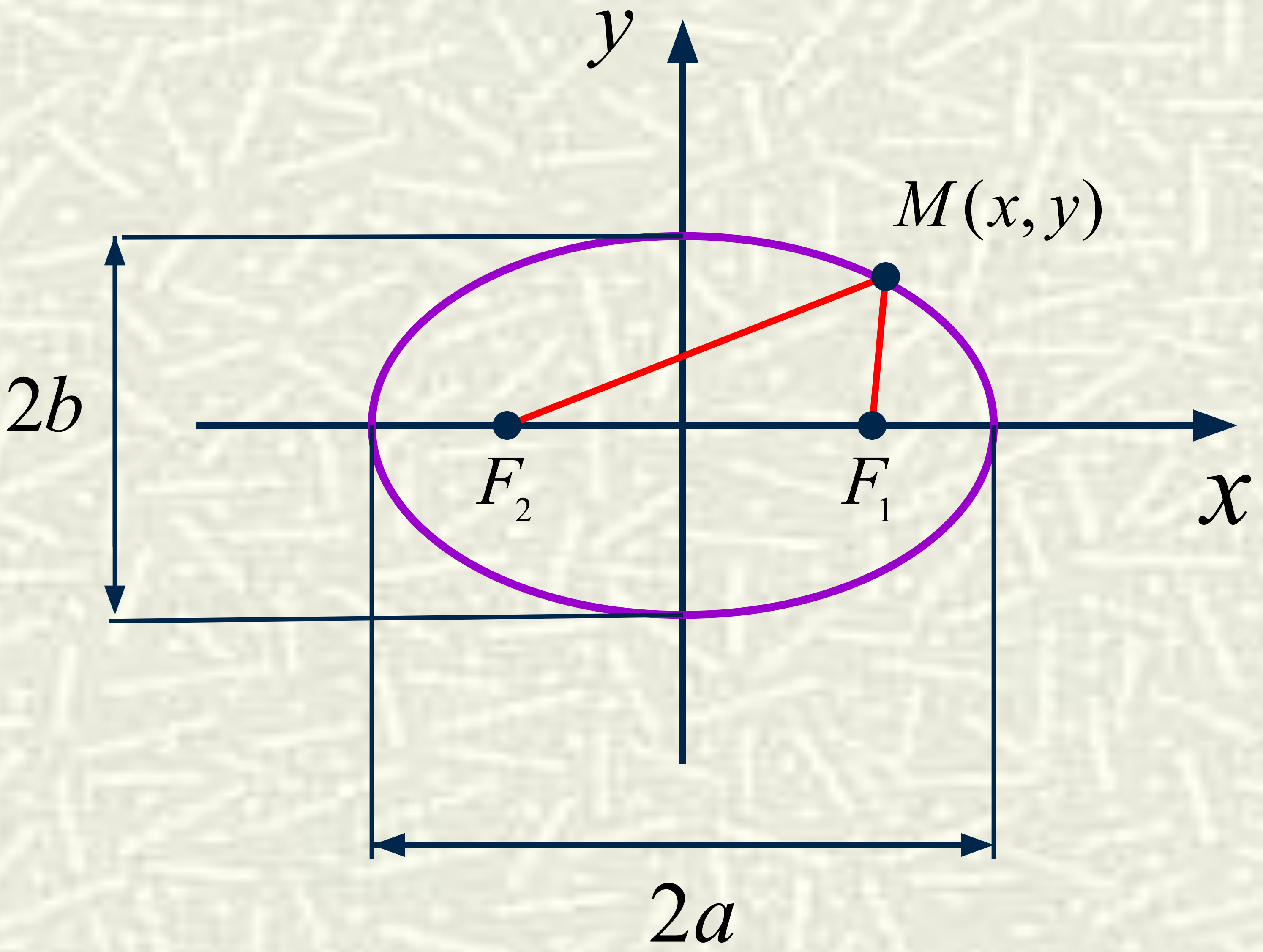
нормальное уравнение окружности

Если центр окружности лежит в начале координат (0,0):

$$x^2 + y^2 = R^2$$

каноническое уравнение окружности

ЭЛЛИПСОМ называется множество точек плоскости, сумма расстояний от каждой до двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная.



y
M(x, y)
2b
F2
F1
x
2a

Введем обозначения:

$$F_1(c;0) \qquad F_2(-c;0)$$

$$|F_1F_2| = 2c$$

a **– большая полуось эллипса**

b **– малая полуось эллипса**

Для любой точки *M(x,y)*, принадлежащей эллипсу, по определению выполняется равенство:

$$|F_1M| + |MF_2| = 2a$$

ТЕОРЕМА

Для того, чтобы точка М(x,y) принадлежала эллипсу, необходимо и достаточно, чтобы ее координаты удовлетворяли уравнению

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (1)$$

где $b^2=a^2-c^2$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

каноническое уравнение эллипса

***Отношение фокусного расстояния к длине большой оси эллипса называется* ЭКСЦЕНТРИСИТЕТОМ**

$$\varepsilon = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$$