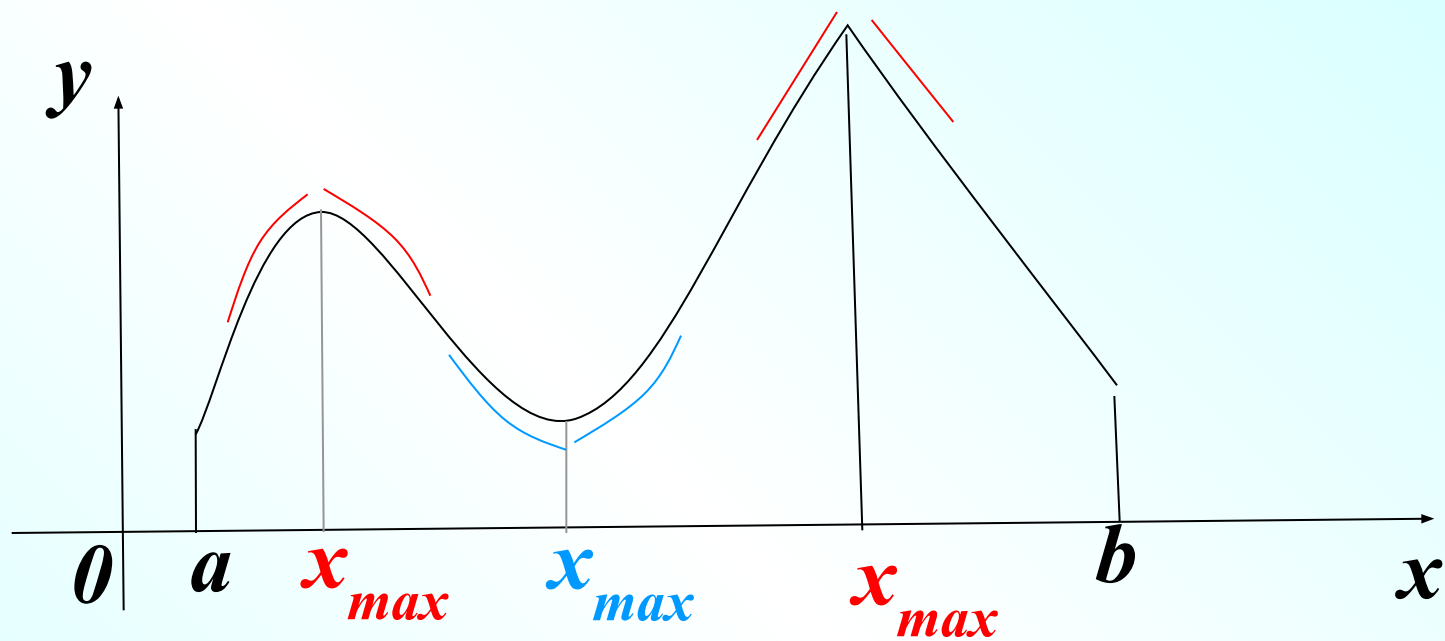


Методическая разработка Савченко Е.М.  
МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

# Экстремумы функции

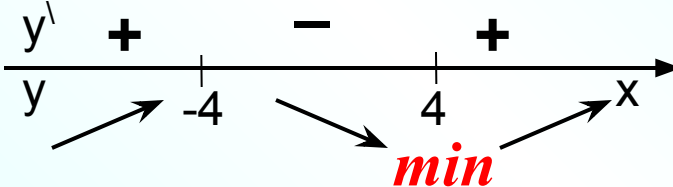
Открытый банк заданий по математике <http://mathege.ru:8080/or/ege/Main.action>

Пример



1.

## Выполнение этапов решения

| Этапы  | Найдите точку минимума функции<br>$y = x^3 - 48x + 17$   |
|--|--|
| 1. Найти $f'(x)$   | 1) $y' = 3x^2 - 48$  |
| 2. Найти критические точки   | 2) $y' = 3x^2 - 48 = 3(x^2 - 16) = 3(x - 4)(x + 4)$  |
| 3. Проверить знаки производной, выполнить графическую иллюстрацию. |  <p>The diagram shows a number line for the derivative <math>y'</math> against <math>x</math>. The critical points are marked at <math>x = -4</math> and <math>x = 4</math>. Above the line, the sign of <math>y'</math> is indicated as <math>+</math> for <math>x &lt; -4</math>, <math>-</math> for <math>-4 &lt; x &lt; 4</math>, and <math>+</math> for <math>x &gt; 4</math>. Arrows point from the labels <math>-4</math> and <math>4</math> to the corresponding points on the axis. A red label <math>min</math> is placed below the axis in the interval <math>(-4, 4)</math>, with an arrow pointing to this interval.</p> |

В 11

4


$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

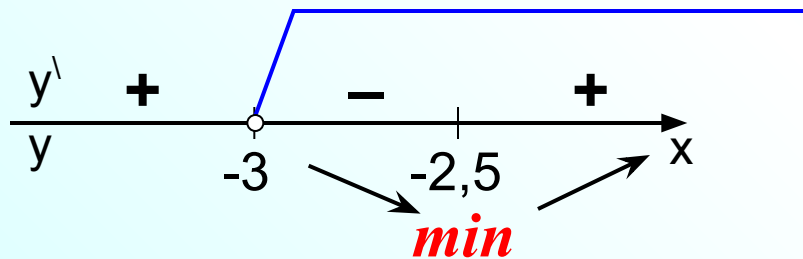
2. Найдите точку минимума функции

$$y = 2x - \ln(x+3) + 7$$

$$D(y) : x + 3 > 0$$

$$x > -3$$

$$y' = 2 - \frac{1}{x+3} = \frac{2x+6-1}{x+3} = \frac{2x+5}{x+3}$$



**B 11** - **2** , **5**

3. Найдите точку минимума функции

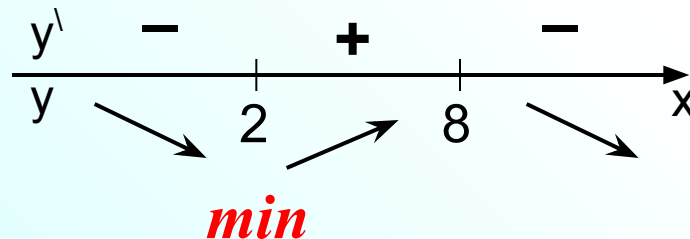


$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$y = (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}$$

$$D(y) : x \in R$$

$$\begin{aligned} y' &= (x^2 - 8x + 8)' e^{6-x} + (x^2 - 8x + 8)(e^{6-x})' = \\ &= (2x - 8)e^{6-x} + (x^2 - 8x + 8)e^{6-x}(-1) = \\ &= e^{6-x}(2x - 8 - x^2 + 8x - 8) = e^{6-x}(-x^2 + 10x - 16) = \\ &= -e^{6-x}(x^2 - 10x + 16) = -e^{6-x}(x - 8)(x - 2) \end{aligned}$$



B 11

2

4. Найдите точку минимума функции

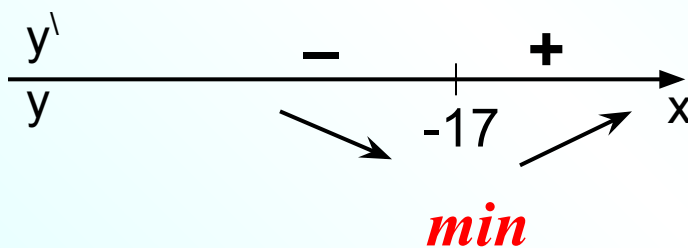


$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$y = (x + 16)e^{x-16}$$

$$D(y) : x \in R$$

$$\begin{aligned} y' &= (x + 16)' e^{x-16} + (x + 16)(e^{x-16})' = \\ &= 1 \cdot e^{x-16} + (x + 16)e^{x-16} = e^{x-16} (1 + x + 16) = \\ &= e^{x-16} (x + 17) \end{aligned}$$



В 11

-

1

7

5. Найдите точку минимума функции

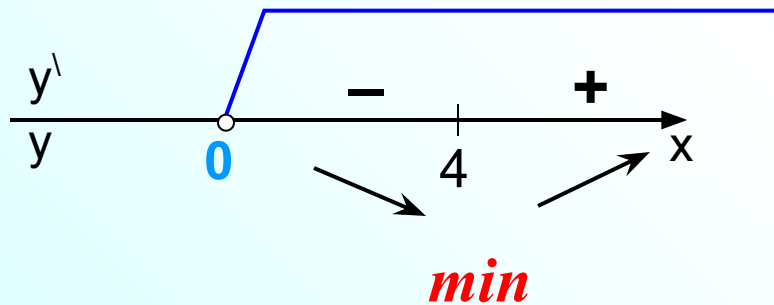
$$y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - 2x + 1 \quad D(y) : x \geq 0$$

$$y' = x^{\frac{1}{2}} - 2 = \sqrt{x} - 2$$

$$\sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$



|      |   |  |  |  |  |  |
|------|---|--|--|--|--|--|
| B 11 | 4 |  |  |  |  |  |
|------|---|--|--|--|--|--|

6. Найдите точку максимума функции

$$y = -\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 3x + 1$$

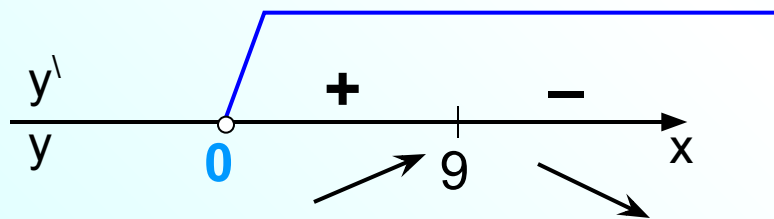
$$D(y) : x \geq 0$$

$$y' = -x^{\frac{1}{2}} + 3 = -\sqrt{x} + 3$$

$$3 - \sqrt{x} = 0$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$



*max*

В 11

9



7. Найдите точку максимума функции



$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$y = -\frac{x^2 + 289}{x}$$

$$D(y) : x \neq 0$$

$$y = -x - 289 \cdot \frac{1}{x}$$

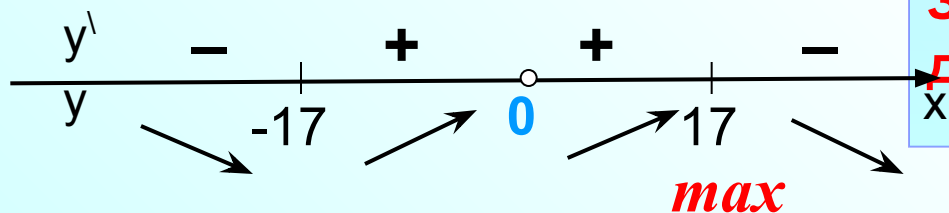
$$y' = -1 - 289 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{289}{x^2} = \frac{-x^2 + 289}{x^2} =$$

$$= \frac{289 - x^2}{x^2} = \frac{(17 - x)(17 + x)}{x^2}$$

$$y = -\frac{x^2}{x} - \frac{289}{x}$$

$$y = -x - 289 \cdot \frac{1}{x}$$

Запишем функцию в удобном для дифференцирования виде



|      |   |   |  |  |  |  |
|------|---|---|--|--|--|--|
| В 11 | 1 | 7 |  |  |  |  |
|------|---|---|--|--|--|--|

  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

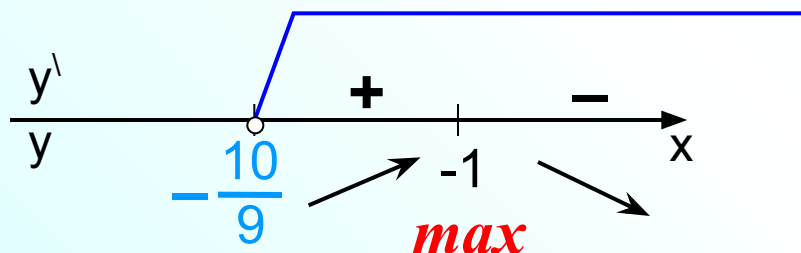
8. Найдите точку максимума функции

$$y = \ln(9x+10) - 9x$$

$$D(y) : 9x + 10 > 0$$

$$x > -\frac{10}{9}$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{9x+10} (9x+10)' - 9 = \frac{9}{9x+10} - 9 = \frac{9-81x-90}{9x+10} = \\ &= \frac{-81x-81}{9x+10} = \frac{-81(x+1)}{9x+10} \end{aligned}$$



|      |   |   |  |  |  |  |
|------|---|---|--|--|--|--|
| В 11 | - | 1 |  |  |  |  |
|------|---|---|--|--|--|--|

9. Найдите точку минимума функции



$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$y = (x + 3)^2 e^{2-x} = (x^2 + 6x + 9)e^{2-x}$$

$$D(y) : x \in R$$

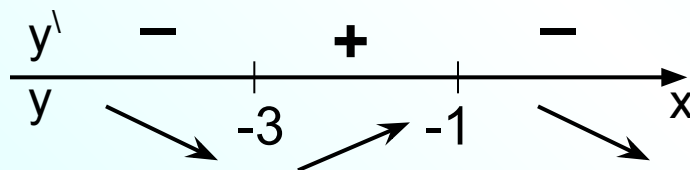
Запишем функцию в удобном для дифференцирования виде

$$y' = (x^2 + 6x + 9)' e^{2-x} + (x^2 + 6x + 9)(e^{2-x})' =$$

$$= (2x + 6)e^{2-x} + (x^2 + 6x + 9)e^{2-x}(-1) =$$

$$= e^{2-x}(2x + 6 - x^2 - 6x - 9) = e^{2-x}(-x^2 - 4x - 3) =$$

$$= -e^{6-x}(x^2 + 4x + 3) = -e^{6-x}(x + 1)(x + 3)$$



*min*

В 11

-

3