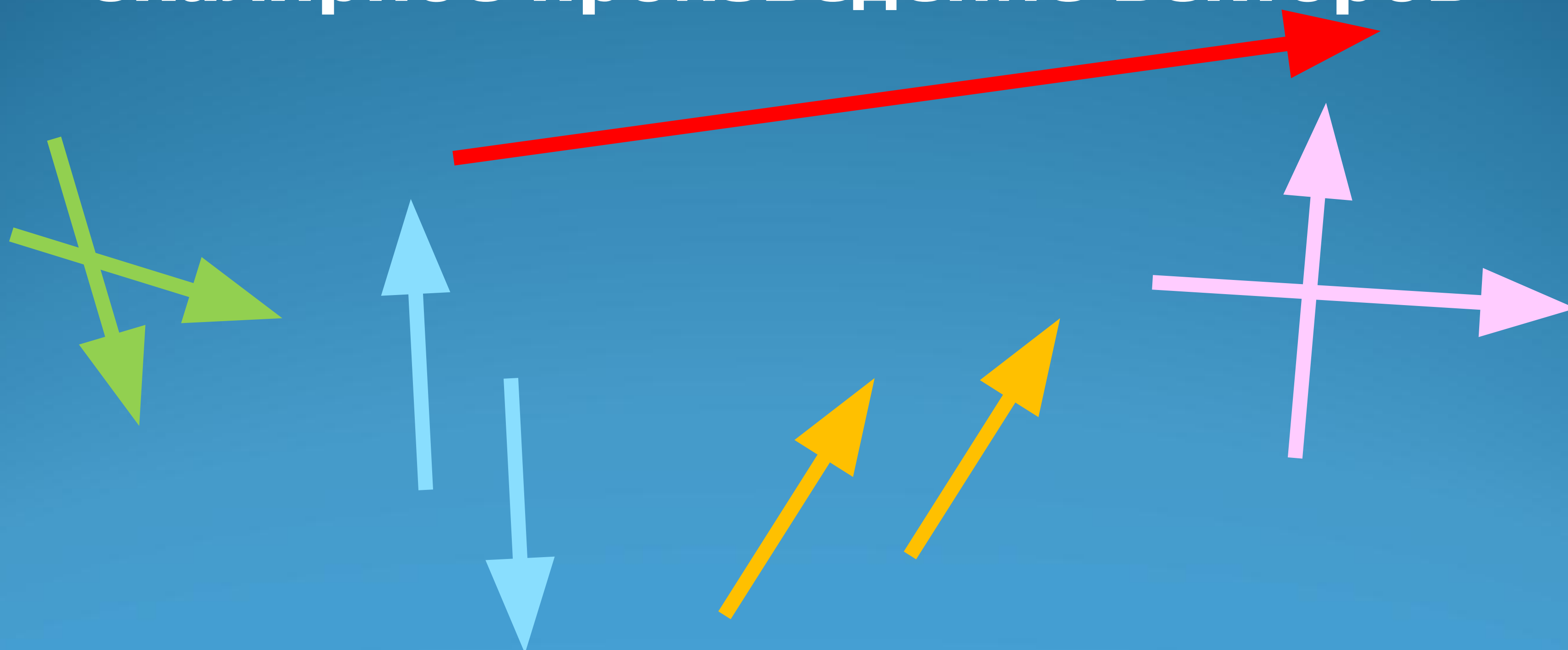
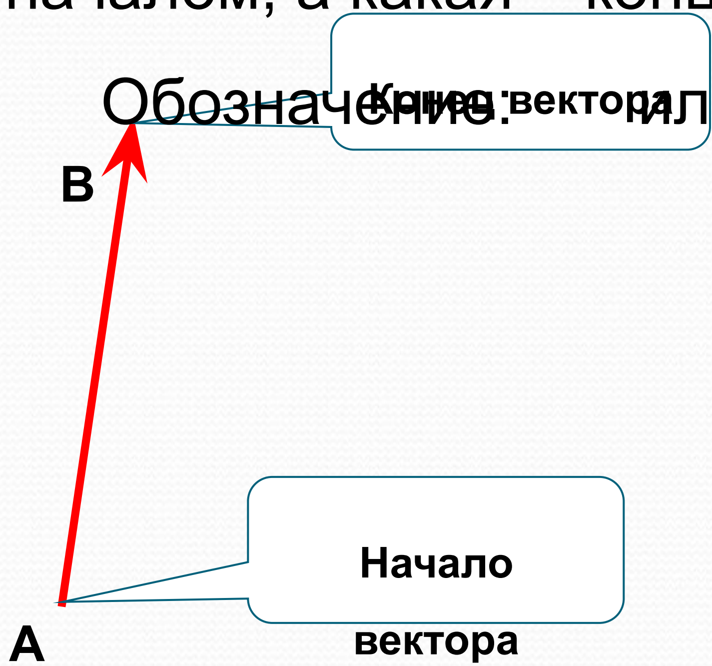
Векторы
Разложение вектора по направлениям
Координаты вектора
Скалярное произведение векторов



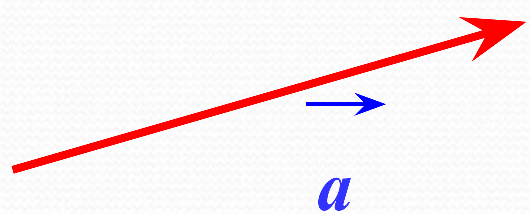
Вектор (направленный отрезок) − отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая концом.

Обозначение: $\overrightarrow{AB}$ или $\vec{a}$



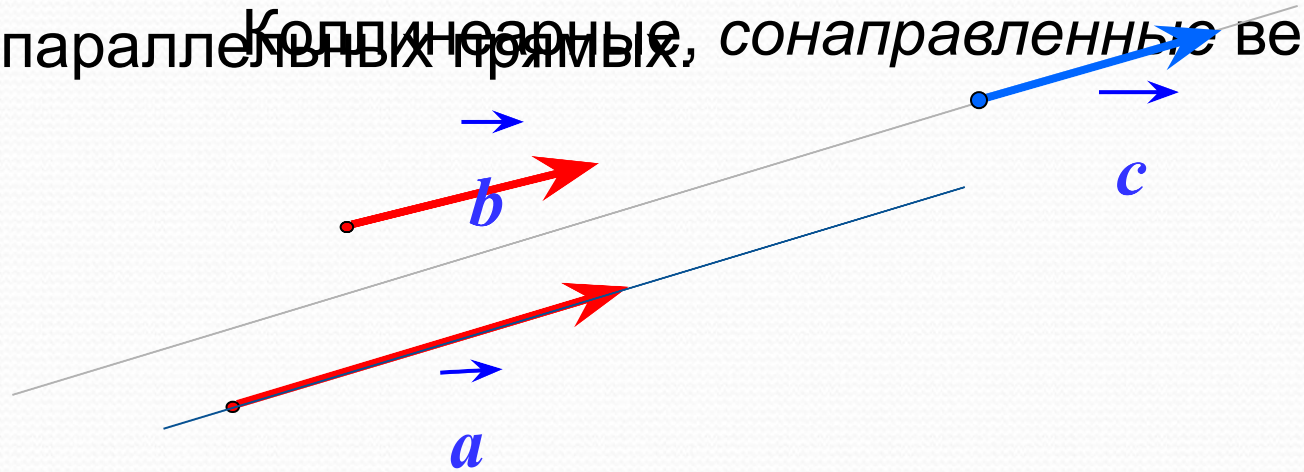
Длиной или *модулем* вектора называется длина отрезка AB:

$$|\overrightarrow{AB}| = AB$$



Два ненулевых вектора называются ***колли-неарными***, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные, *сонаправленные* векторы



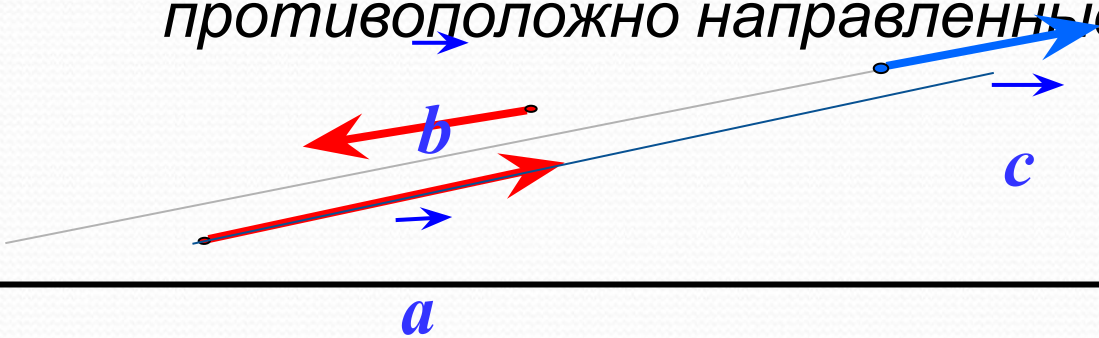
$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{a}$

Коллинеарные,

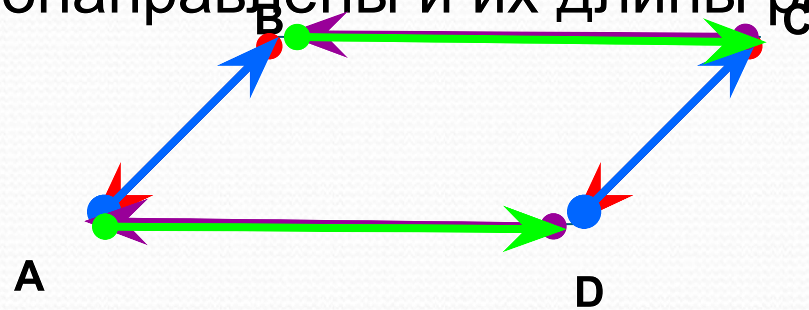
противоположно направленные векторы



$\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \downarrow\uparrow \vec{b}$

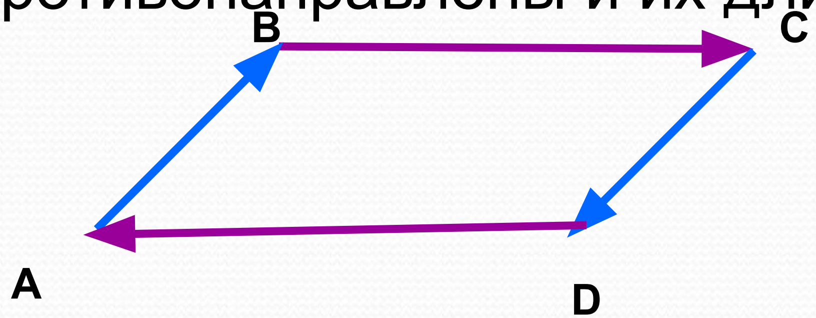
Векторы называются *равными*, если они сонаправлены и их длины равны.



$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$|\vec{a}| = |\vec{b}|$

Векторы называются *противоположными*, если они противонаправлены и их длины равны.



$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$

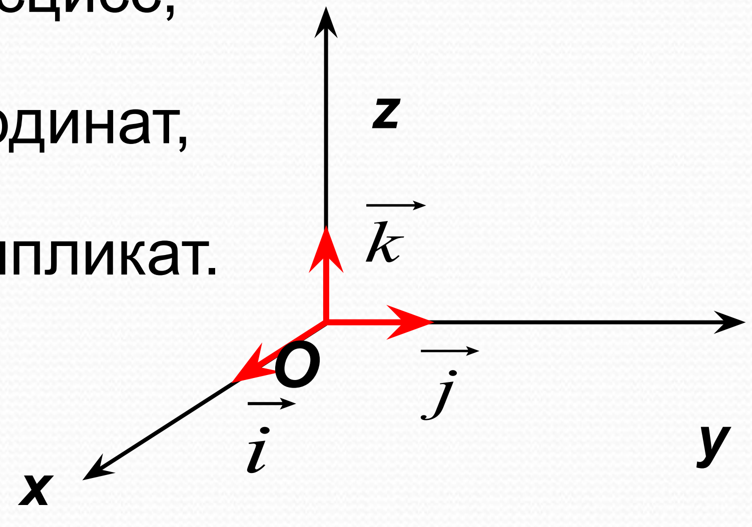
$|\vec{a}| = |\vec{b}|$

Рассмотрим ПДСК. *Единичным вектором* координатной оси будем называть вектор, направление которого совпадает с направлением этой оси и длина которого равна 1.

$\vec{i}$ – единичный вектор оси абсцисс,

$\vec{j}$ – единичный вектор ос и ординат,

$\vec{k}$ – единичный вектор оси аппликат.



Любой вектор $\vec{a}$ можно разложить по координатным

векторам, т.е. представ $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$$\vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

Нулевой вектор также можно представить в таком виде:

$$\vec{a}(x_1; y_1; z_1) = \vec{b}(x_2; y_2; z_2) \rightarrow x_1 = x_2; y_1 = y_2; z_1 = z_2$$

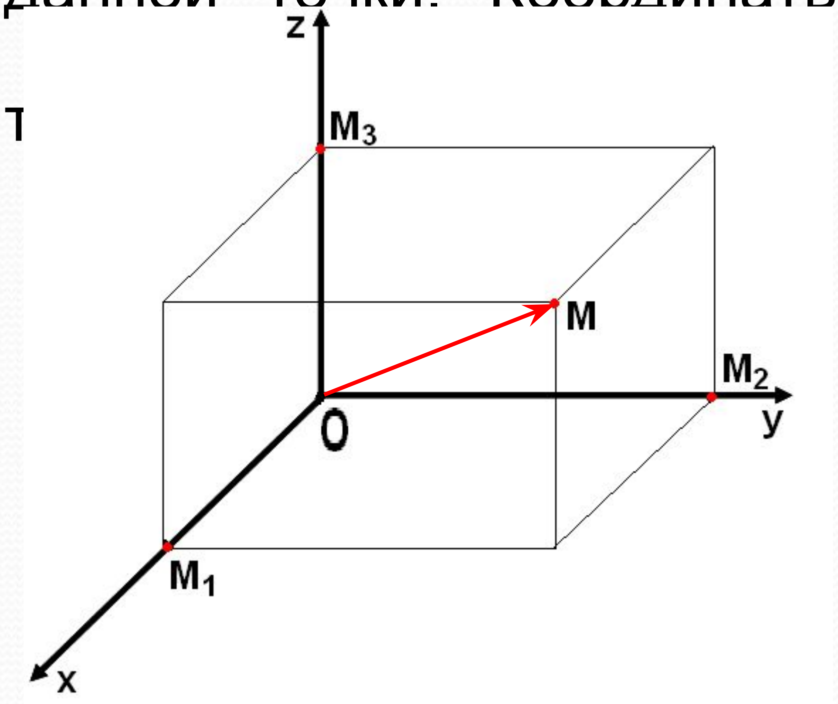
Координаты $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$ но равны:

$$\alpha \cdot \vec{a} = (\alpha\, x; \alpha\, y; \alpha\, z)$$

Сумма (разность) векторов:

Вектор, конец которого совпадает с данной точкой, а начало – с началом координат, называется радиус-вектором данной точки. Координаты любой точки равны соотве-

т р



$$M(x; y; z) \rightarrow \overrightarrow{OM}(x; y; z)$$

$$A(x_1; y_1; z_1) \text{и } B(x_2; y_2; z_2) \rightarrow$$

$$\overrightarrow{AB}\,(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$$

Координаты середины отрезка

$A(x_1; y_1; z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$

$C(x; y; z) -$ середина АВ

Тогда $x = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$ $\quad y = \dfrac{y_1 + y_2}{2}$ $\quad z = \dfrac{z_1 + z_2}{2}$

Длина вектора по его координатам:

$$\vec{a}(x; y; z) \rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Даны векторы:

$\vec{a}(3; 5; -7)$ $\vec{b}(4; -1; 3)$ $\vec{c}(0; 1; 8)$ $\vec{d}(3; 0; 0)$

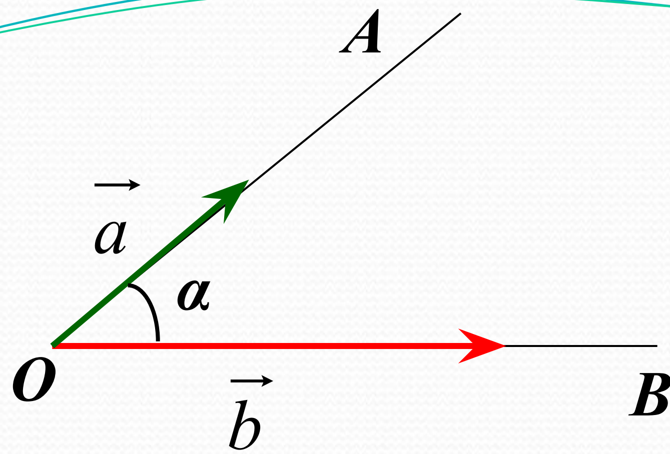
Найдите вектор, равный

а) $2\vec{a}$ б) $-3\vec{b}$ в) $\vec{a}+\vec{d}$

г) $\vec{b}-\vec{c}$ д) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{d}$ е) $3\vec{d}-2\vec{c}$

$\vec{a}(3; 5; n)$ $\vec{b}(m; -10; 2)$

Найдите значения m и n, при которых векторы коллинеарны.



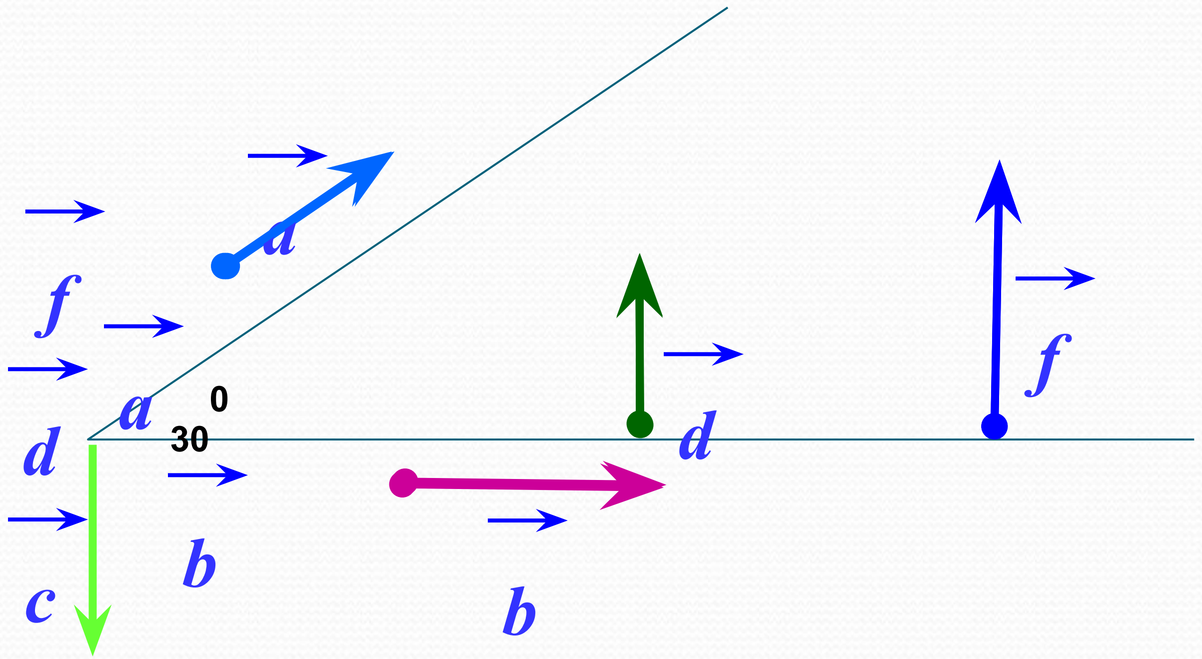
Угол между векторами

$$\angle(\vec{a};\vec{b}) = \alpha$$

Если $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, о $\alpha = 0^0$

Если $\vec{a} \parallel \vec{b}$ $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ о. $\alpha = 180^0$

Если $\vec{a} \perp \vec{b}$, то $\alpha = 90^0$



$(\widehat{\vec{d}, \vec{c}}) = 180^0$

$(\widehat{\vec{d}, \vec{f}}) = 0^0$

$(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 30^0$

$(\widehat{\vec{a}, \vec{c}}) = 120^0$

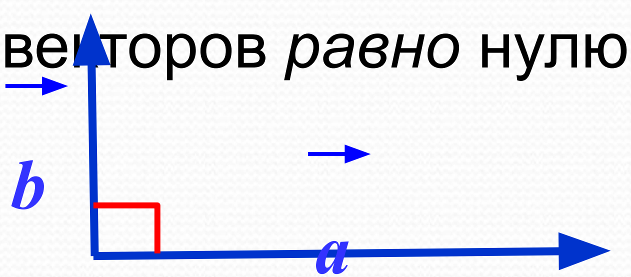
$(\widehat{\vec{b}, \vec{c}}) = 90^0$

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

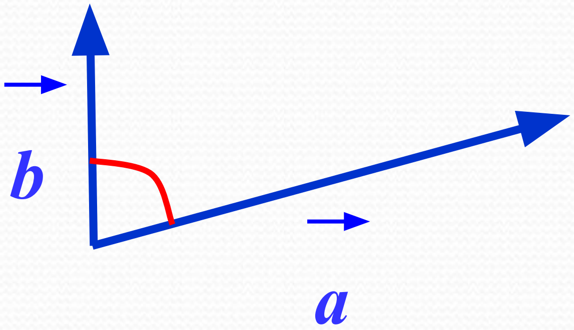
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

Если векторы перпендикулярны, то скалярное произведение этих векторов *равно* нулю.

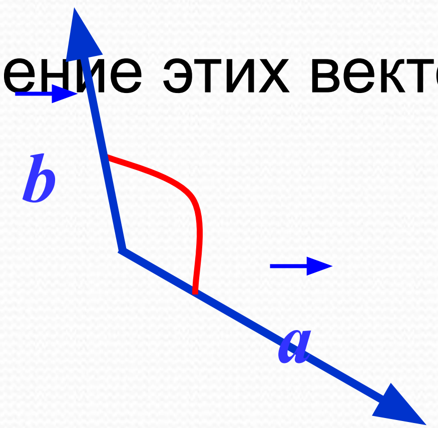


$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 90^0$$



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$$

Если угол между векторами острый, то скалярное произведение этих векторов *положительно.*



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

Если угол между векторами тупой, то скалярное произведение этих векторов *отрицательно.*

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

Пусть векторы заданы своими координатами $\vec{a}\,(x_1;\ y_1;\ z_1)$ и $\vec{b}\,(x_2;\ y_2;\ z_2)$. Тогда скалярное произведение этих векторов равно $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

$$\vec{a}^{\,2} = |\vec{a}|^2$$

$$\cos\alpha = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$