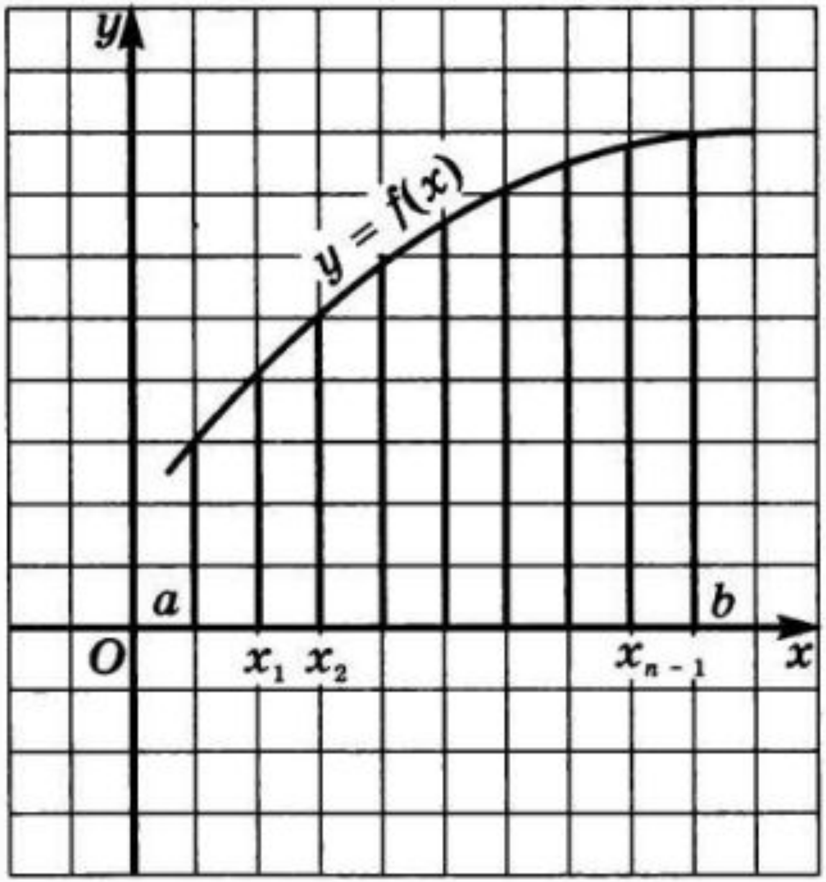
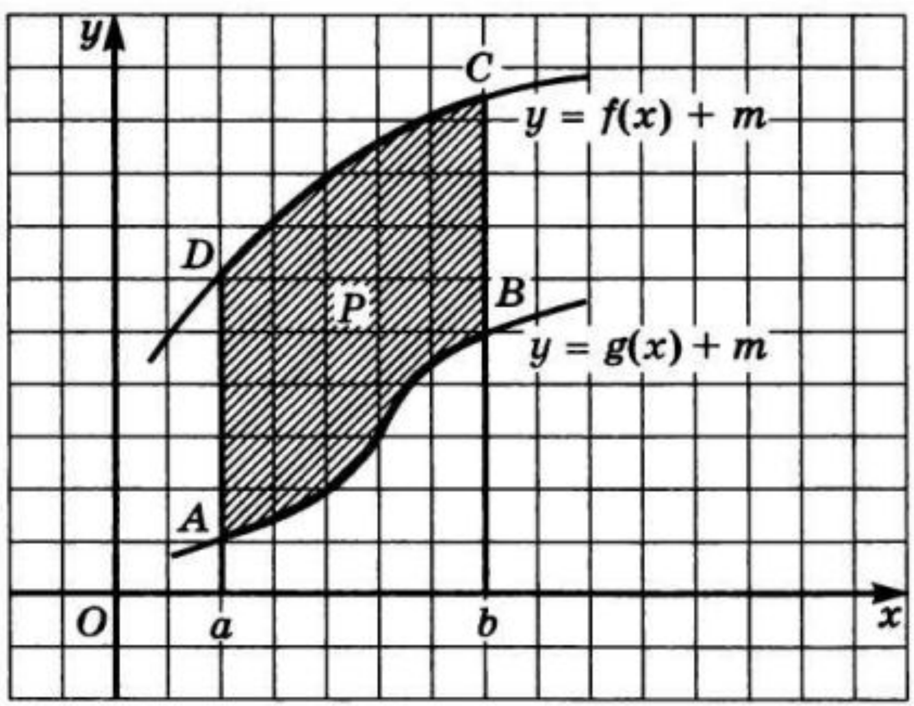


Рис. 224

$$S = \int_a^b f(x)dx,$$

здесь S — площадь криволинейной трапеции изображенной на рис. 224. В этом состоит *геометрический смысл определенного интеграла.*

Итак, *площадь S фигуры, ограниченной прямыми $x = a$, $x = b$ и графиками функций $y = f(x)$, $y = g(x)$, непрерывных на отрезке $[a; b]$ и таких, что для любого x из отрезка $[a; b]$ выполняется неравенство $g(x) \leqslant f(x)$, вычисляется по формуле*



$$\boxed{S = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx.}$$

Определение массы m прямолинейного неоднородного стержня с плотностью $\rho(x)$, данное в задаче 2, можно переписать так:

$$m = \int_a^b \rho(x)dx.$$

В этом состоит *физический смысл определенного интеграла.*

Наконец, определение перемещения s точки, движущейся по прямой со скоростью $v = v(t)$, за промежуток времени от $t = a$ до $t = b$, данное в задаче 3, можно переписать так:

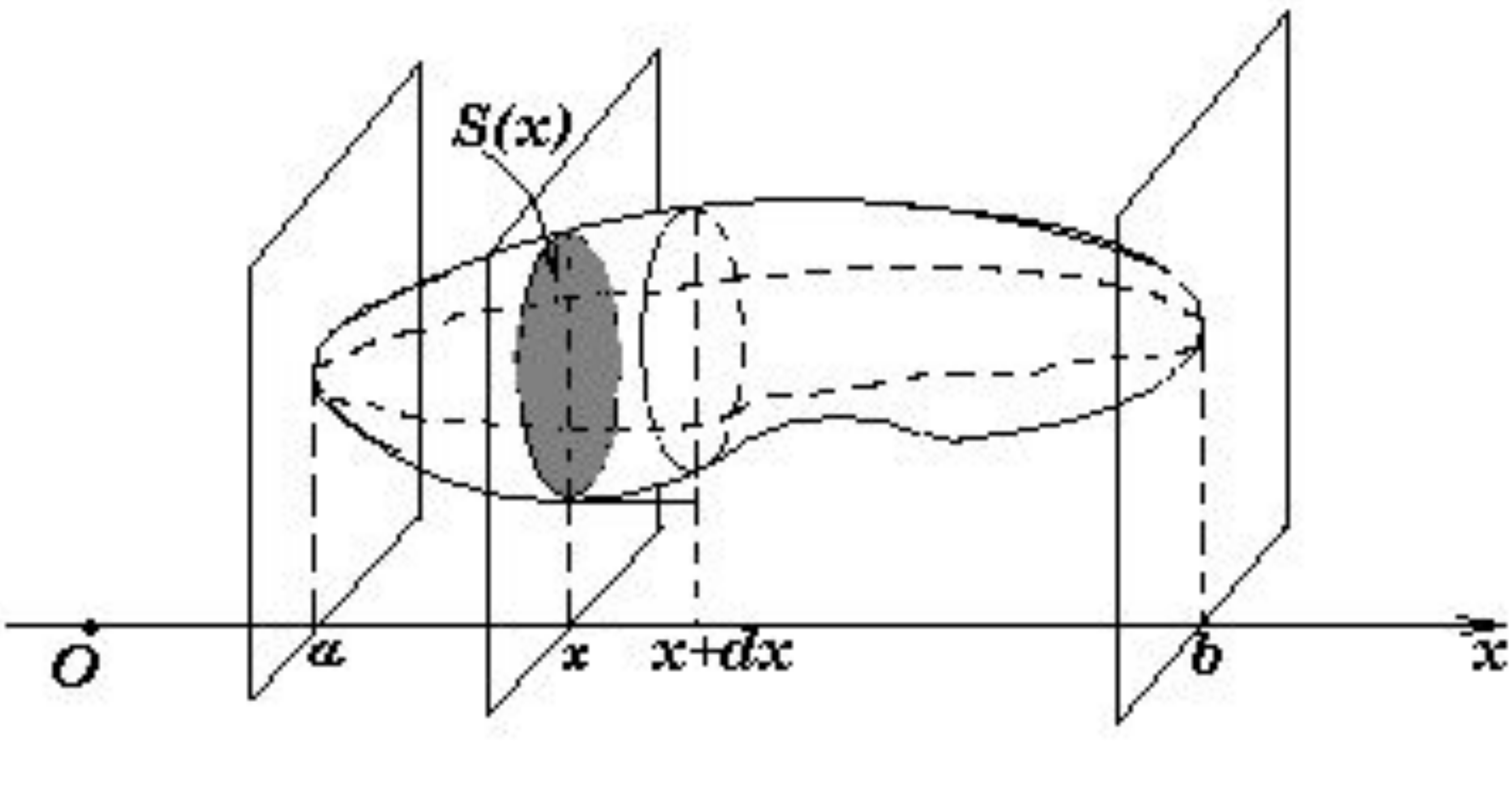
$$s = \int_a^b v(t)dt.$$

Это еще одно физическое истолкование определенного интеграла.

Применение интеграла.

Пусть дано тело объемом V, причем имеется такая прямая, что для любой плоскости , перпендикулярной данной прямой, известна площадь сечения S тела

эı



*Но плоскость, перпендикулярная оси **OX**, пересекает ее в некоторой точке **x**.*

*Следовательно, каждому числу **x***

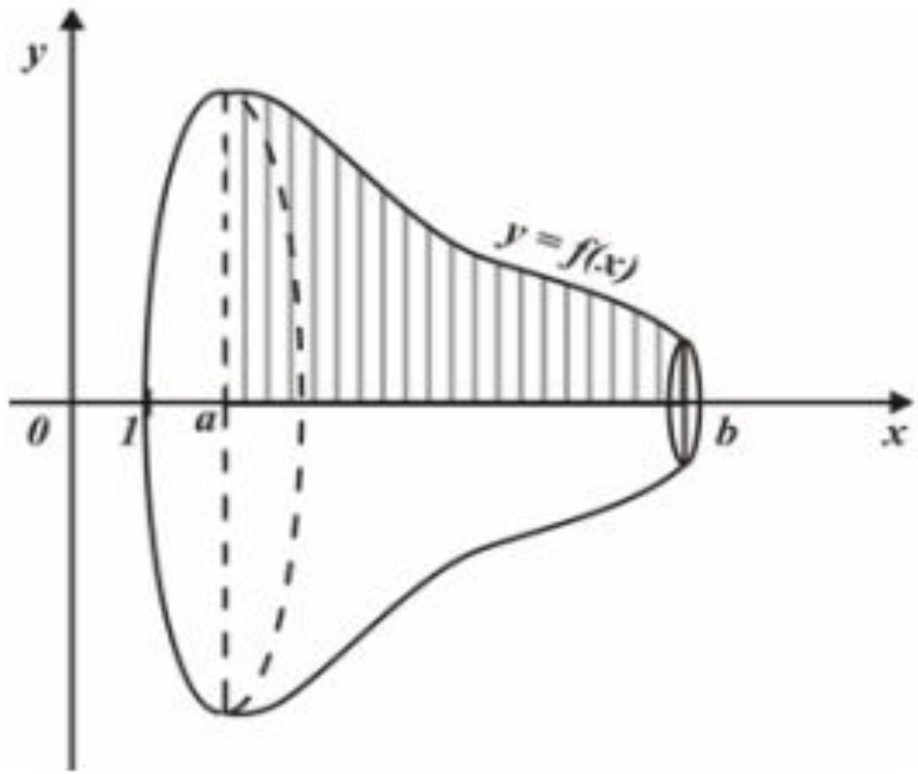
(xϵ [a;b]) поставлено в соответствии единственное число S(x) - площадь сечения тела этой плоскостью. Таким образом имеется функция S(x), заданная на отрезке [a;b]. Если функция непрерывна на отрезке [a;b], то справедлива формула:

$$V = \int_a^b S(x)dx$$

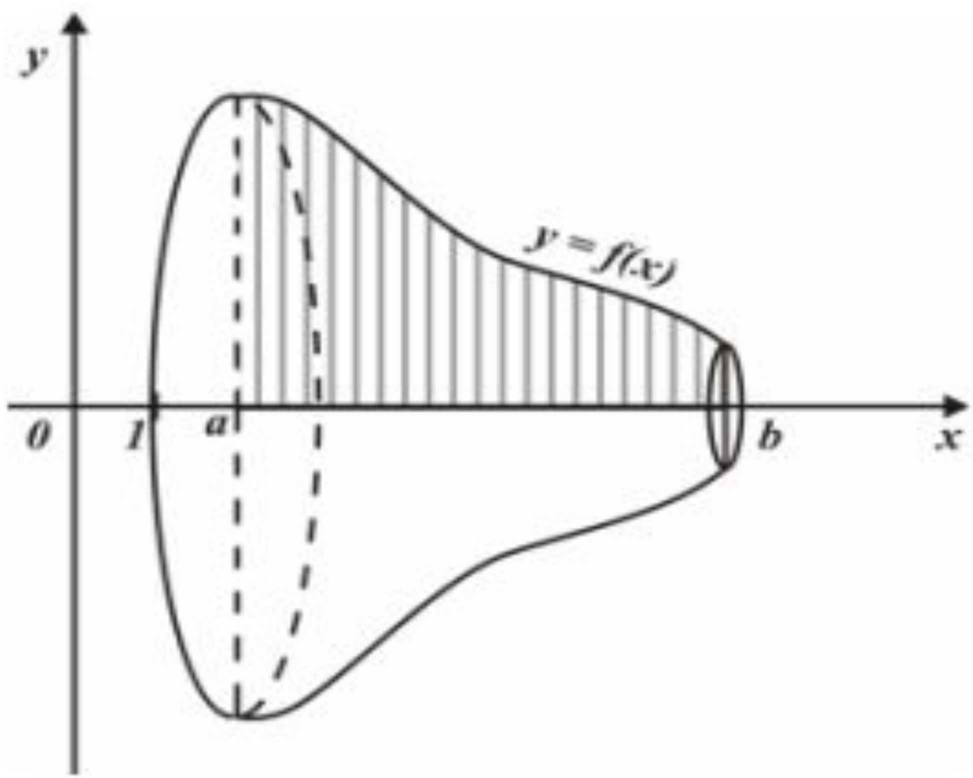
- Используя формулу $$V = \int_a^b S(x)dx$$

Получим формулу объема тела

вращения



- *Так как , каждая плоскость, перпендикулярная оси* ***OX*** *и пересекающая отрезок этой оси в точке* ***x****, дает в сечении круг радиуса* ***f(x)****, то площадь сечения равна площади*



$$S(x) = \pi f^2(x)$$

- *А значит тело, полученное вращением криволинейной трапеции, ограниченной графиком непрерывной и неотрицательной на отрезке [a;b] функцией, отрезками прямых x=a, x=b и отрезком [a;b] оси ОХ, имеет объем, выражающийся по формуле:*

$$V = \int_a^b \pi f^2(x)dx = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

Применение интеграла.

Величины	Вычисление производной	Вычисление интеграла
A – работа; F – сила; N – мощность; x – перемещение; t – время.	$F(x) = A'_x$ $N(t) = A'_t$	$A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ $A = \int_{t_1}^{t_2} N(t)dt$
S – перемещение; V– скорость; t – время.	$V(t) = S'_t$	$S = \int_{t_1}^{t_2} V(t)dt$

m – масса тонкого стержня; *ρ- линейная плотность;* *x - перемещение.*	$\rho(x) = m'_x$	$m = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x)dx$

q – электрический заряд; *I – сила тока;* *t – время.*	$I(t) = q'_t$	$q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt$

Q – количест-во теплоты; *C – теплоем-кость;* *t – время.*	$C(t) = Q'_t$	$Q = \int_{t_1}^{t_2} C(t)dt$

N 1

Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент t равна $v(t)=2t-\sin \pi t$. Найдите путь, пройденный точкой за время от 2 до 6.

Найдите объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:

в) $y = \sqrt{x}, \; x = 1, \; y = 0;$

2. Сила в 2 Н растягивает пружину на 6 см. Какую работу нужно произвести, чтобы растянуть эту пружину на 10 см?

Точка движется по прямой так, что ее скорость в момент t равна $v(t)=\sqrt{t}+\cos \pi t$. Найдите координату точки в момент t, если ее координата в момент $t=0$ равна 3.

1. Найдите объем тела, полученного при вращении криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y=x^2$, $x=2$, $y=0$, вокруг оси Ox.

2. Сила в 4 Н сжимает пружину на 4 см. Какую работу нужно произвести, чтобы сжать эту пружину на 2 см?

№ 373

Какую работу надо затратить на сжатие пружины на 4 см, если известно, что сила в 2 Н сжимает эту пружину на 1 см?

№ 374

Сила в 4 Н растягивает пружину на 8 см. Какую работу надо произвести, чтобы растянуть пружину на 8 см?