

«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Дискретное преобразование
Фурье. Вычисление сверток
с помощью ДПФ*

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

ЛИНЕЙНАЯ И КРУГОВАЯ СВЕРТКА

Линейная свертка (апериодическая свертка)

$$y(n) = \sum_{m=0}^{L-1} h(n-m)x(m) = \sum_{m=0}^{L-1} h(m)x(n-m)$$

$x(n)$ — входная последовательность

$h(m)$ — импульсная характеристика системы

Круговая свертка (периодическая свертка)

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)x_2[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[(n-m) \bmod N]x_2(m)$$

$x_1(n)$ — первая последовательность

$x_2(n)$ — вторая последовательность

КРУГОВАЯ СВЕРТКА (1)

Круговая свертка (периодическая свертка)

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)x_2[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[(n-m) \bmod N]x_2(m)$$

x_1 (первая последовательность)

x_2 (вторая последовательность)

- 1) Рассчитывается **N -точечное ДПФ** каждой из сворачиваемых последовательностей;
- 2) Вычисляется **произведение N -точечных ДПФ** первой и второй последовательностей

$$X(k) = X_1(k)X_2(k), k = 0, 1, \dots, N-1$$

КРУГОВАЯ СВЕРТКА (2). ЛИНЕЙНАЯ СВЕРТКА

ДПФ рассчитывается на основе **алгоритмов БПФ**.

3) Вычисляется **обратное ДПФ** от результата вычисления произведения.

Линейная свертка

1) Линейная свертка лежит в основе **цифровой фильтрации**;

2) Для перехода от **линейной свертки** к **круговой свертке** последовательности дополняют нулями до длины **L** ;

3) N_1 – длина **первой последовательности**; N_2 – длина **второй последовательности**; $L = N_1 + N_2 - 1$ (**требуемое количество нулей для дополнения первой и второй последовательностей при вычислении линейной свертки на основе круговой свертки**).

КРУГОВАЯ СВЕРТКА (3). ЛИНЕЙНАЯ СВЕРТКА

$$1) y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)h[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} h[(n-m) \bmod N]x(m)$$

$h(n)$ — импульсная характеристика дискретного или цифрового фильтра

$x(n)$ — входной сигнал (входная последовательность) б)

$$2) Y(k) = \tilde{H}(k)\tilde{X}(k)$$

$Y(k)$ — ДПФ реакции

$\tilde{H}(k)$ — ДПФ импульсной характеристики фильтра (после дополнения нулями)

$\tilde{X}(k)$ — ДПФ входного сигнала (после дополнения нулями)

ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕКЦИОНИРОВАННЫХ СВЕРТОК (1)

- 1) При большой длине воздействия вычисление свертки происходит **методом перекрытия с накоплением** (если длина воздействия достаточно большая);
- 2) Используется представление последовательности в виде **коротких смежных секций длиной L** , сравнимой с длиной импульсной характеристики **N_1** ;
- 3) Линейная свертка формируется на основе **коротких секционированных свертки**, вычисляемых с помощью **ДПФ** и **ОДПФ**;
- 4) В MATLAB применяется специальный формат функции **fftfilt** с заданием длины секции: **$y = \text{fftfilt}(h, x, L)$** ; **$h$** – вектор отсчетов импульсной характеристики; **x** – вектор отсчетов входного сигнала; **L** – длина смежных секций;

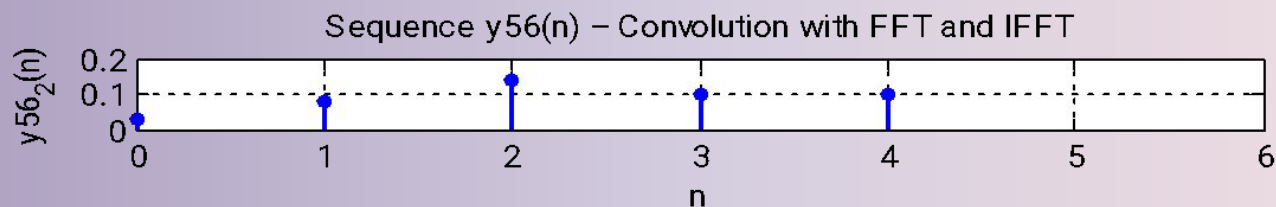
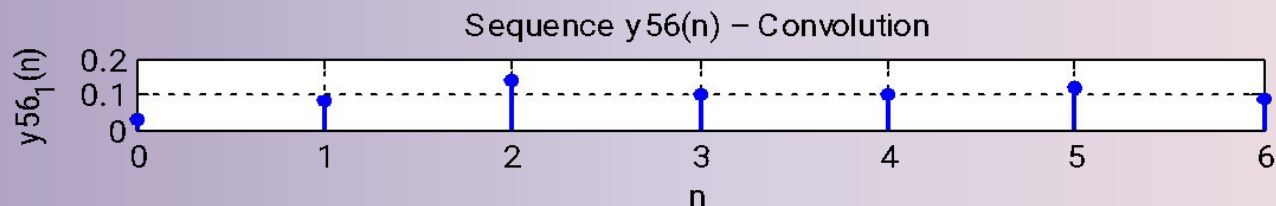
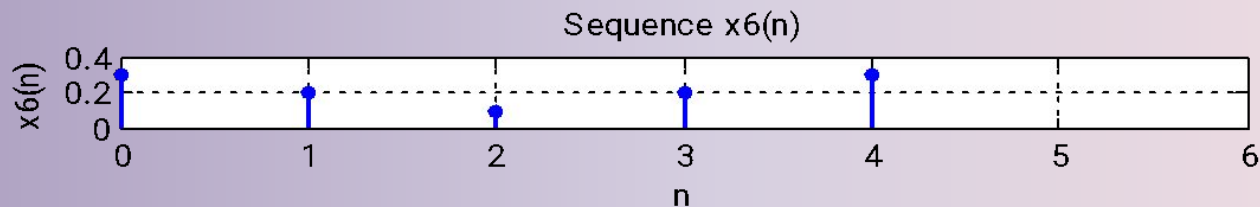
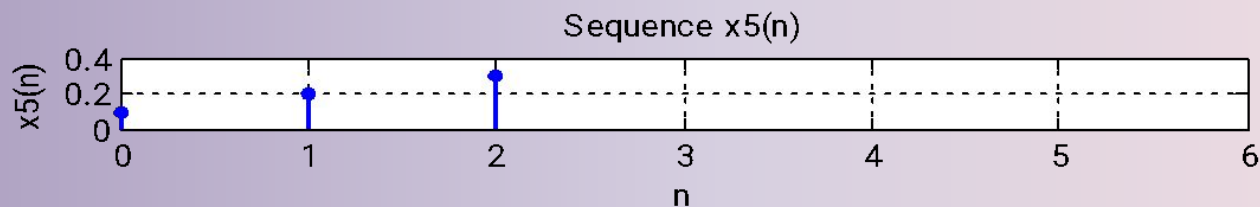
ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕКЦИОНИРОВАННЫХ СВЕРТОК (2). ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СВЕРТКИ

5) Операция **секционирования** позволяет ускорить вычисления свертки, если длина одной последовательности значительно превосходит длину другой, т.е. $N_2 \gg N_1$.

Вычисление линейной свертки

- 1) $x_1 = [0.1 \ 0.2 \ 0.3]$ – **3-элементная** последовательность;
- 2) $x_2 = [0.3 \ 0.2 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.3]$ – **5-элементная** последовательность;
- 3) Нет ограничений на **длины сворачиваемых последовательностей**;
- 4) Длины последовательностей должны быть **равны** при вычислении **круговой свертки**.

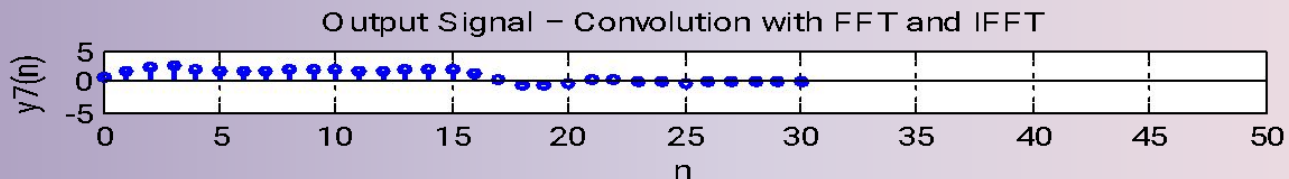
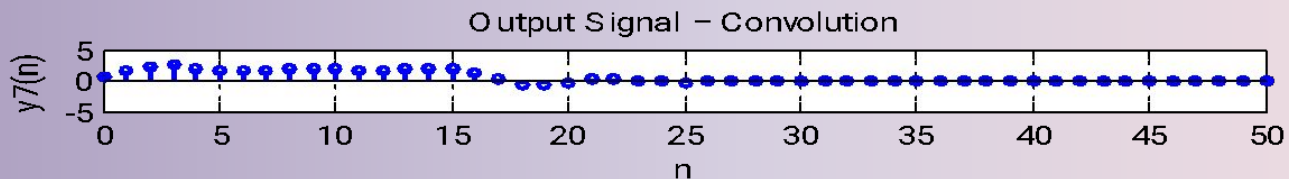
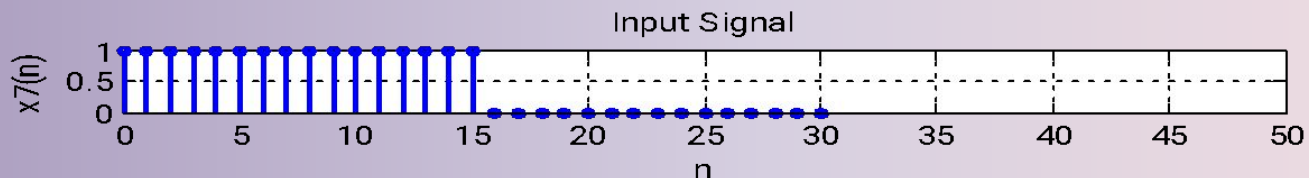
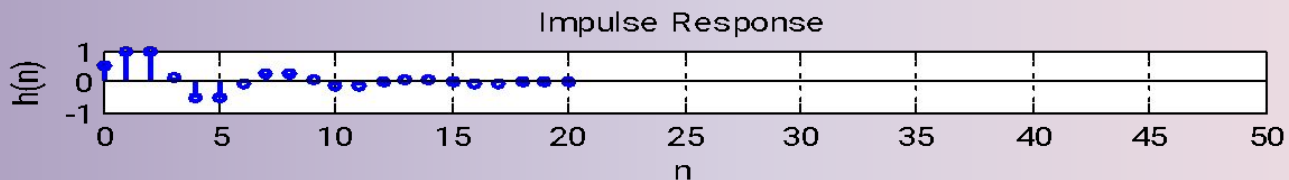
ВЫЧИСЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ СВЕРТКИ



ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАКЦИИ ЛДС ПО ФОРМУЛЕ СВЕРТКИ

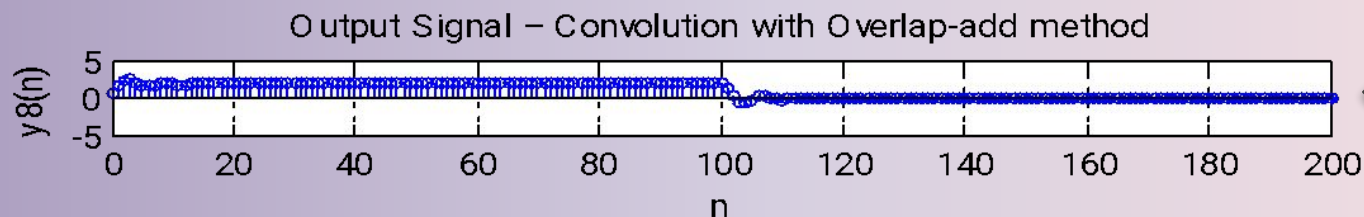
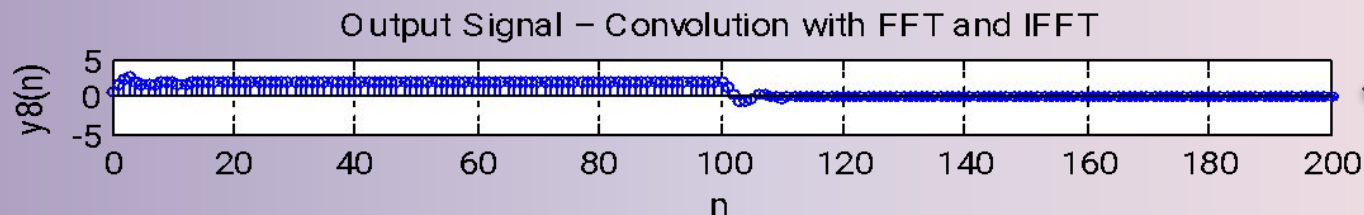
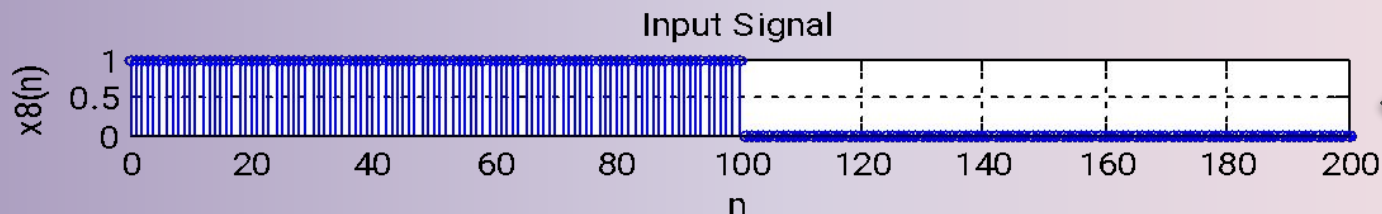
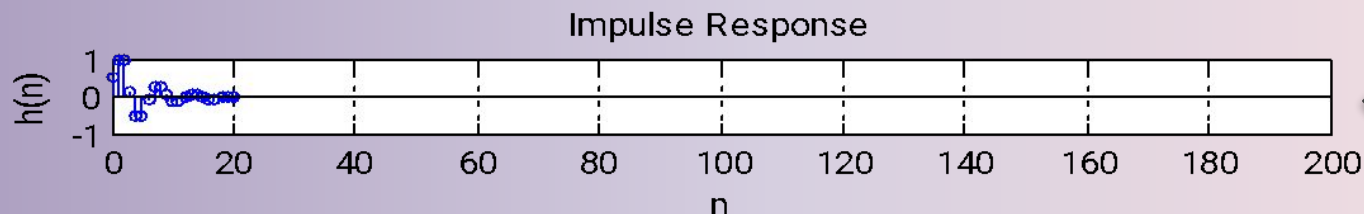
9

- 1) $b = [0.52 \ 0.52 \ 0.52]$ – **вектор коэффициентов нерекурсивной части;**
2) $a = [1 \ -0.8028 \ 0.646]$ – **вектор коэффициентов рекурсивной части.**



ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАКЦИИ ЛДС МЕТОДОМ ПЕРЕКРЫТИЯ С НАКОПЛЕНИЕМ

10



«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Дискретное преобразование
Фурье. Вычисление сверток
с помощью ДПФ*

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)