Математические средства представления информации. Таблицы. Диаграммы. Формулы. Графики.

- **Информация. Роль математики в обработке информации**
- **Использование элементов теории множеств для работы с информацией**

Математика

- Математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира.
- 4 периода развития (Колмогоров А.Н.):
  - зарождение математики;
  - элементарная математика;
  - математика переменных величин
  - современная математика (*математический анализ, алгебра, аналитическая геометрия, линейная алгебра и геометрия, дискретная математика и математическая кибернетика, математическая логика, дифференциальные уравнения, дифференциальная геометрия, компьютерная геометрия, топология, алгебраическая геометрия, симплектическая геометрия и топология, теория чисел, функциональный анализ и интегральные уравнения, теория функций комплексного переменного, уравнения с частными производными, уравнения и методы математической физики, теория вероятностей, актуарная математика, математическая статистика, теория случайных процессов, вариационное исчисление и методы оптимизации, вычислительная математика и программирование (методы вычислений, то есть численные методы), криптография, теория кодирования и теория искусственного интеллекта*)

Математические средства представления информации. Таблицы. Диаграммы. Формулы. Графики.

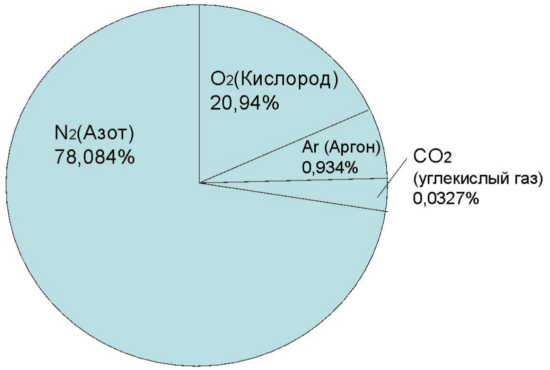
Диаграммы

- ***Диагра́мма*** *(греч. Διάγραμμα (diagramma) — изображение, рисунок, чертеж) — графическое представление данных, позволяющее быстро оценить соотношение нескольких величин. Представляет собой геометрическое символьное изображение информации с применением различных приёмов техники визуализации*
- Виды диаграмм:

- круговые или секторные;
- столбчатые и линейные диаграммы (гистограммы);
- точечные;
- кольцевые;
- лепестковые

и др.

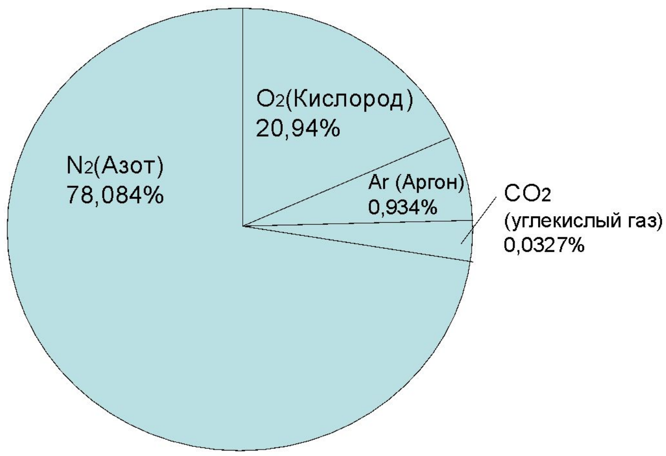
Круговые диаграммы

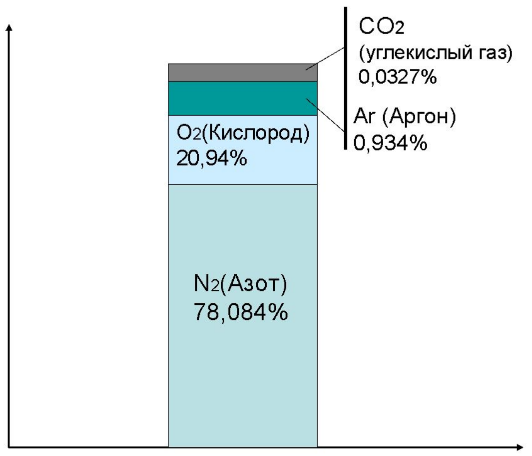


- структура целого
- сумма частей равна 100%

Рефлексия

Круговая и составная столбчатая диаграммы



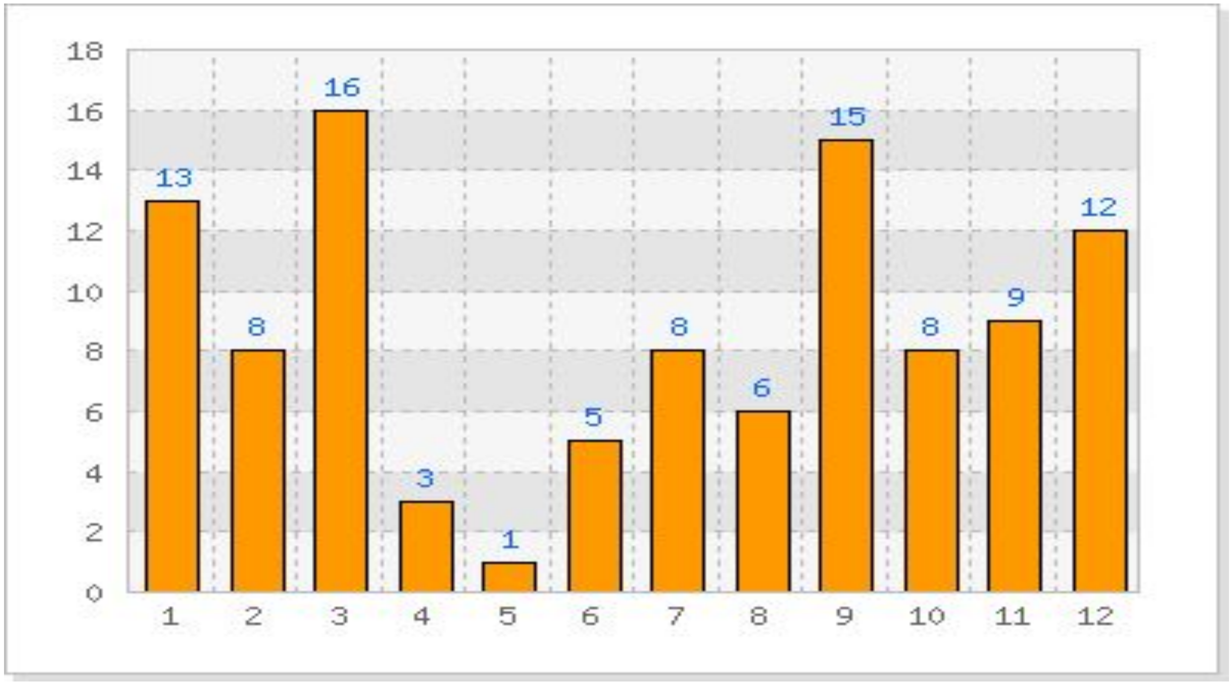


Соотношение газов в атмосфере Земли

Столбчатые диаграммы (гистограммы)

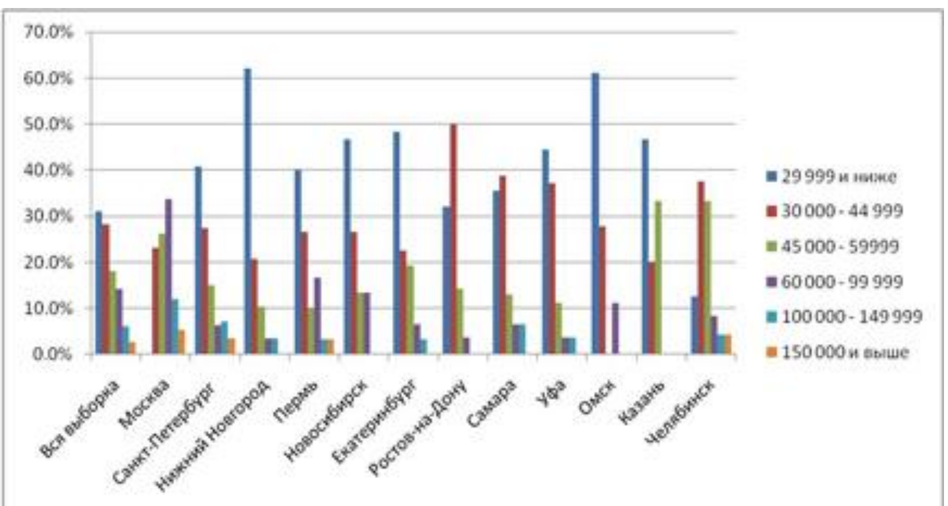
- **Гистогра́мма** (от др.-греч. ἱστός — столб + γράμμα — черта, буква, написание) — способ графического представления табличных данных.
- Количественные соотношения некоторого показателя представлены в виде прямоугольников, площади которых пропорциональны. Чаще всего для удобства восприятия ширину прямоугольников берут одинаковую, при этом их высота определяет соотношения отображаемого параметра.
- Таким образом, гистограмма представляет собой графическое изображение зависимости частоты попадания элементов выборки от соответствующего интервала группировки.

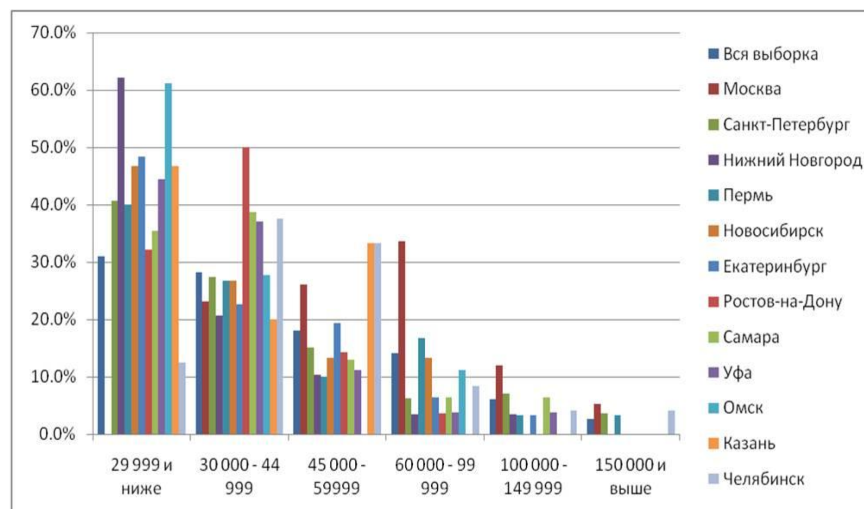
Столбчатые диаграммы: простые и сгруппированные



Столбчатые диаграммы: простые и сгруппированные
(распределение доходных групп по городам)

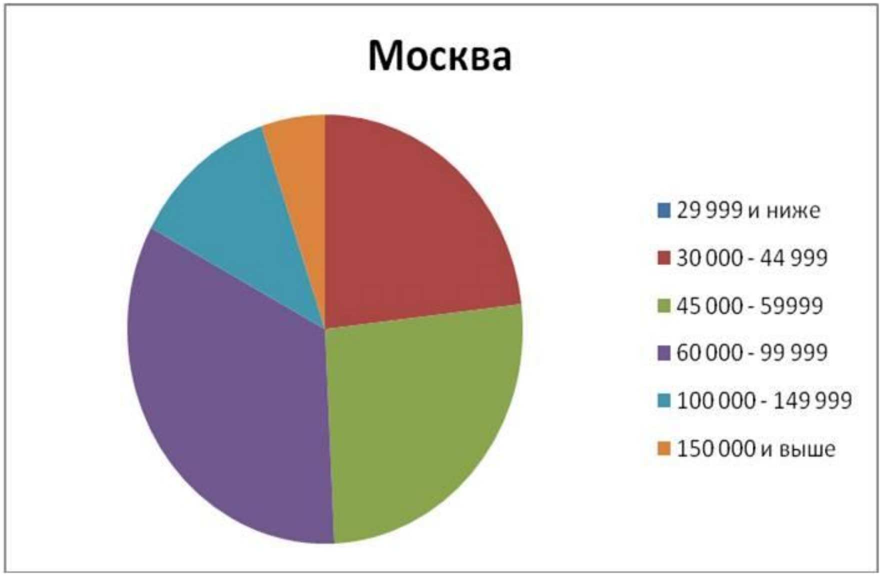
Текст вопроса	Текст ответа	Вся выборка N=510	Москва N=134	Санкт-Петербург N=113	Нижний Новгород N=29	Пермь N=30	Новосибирск N=30	Екатеринбург N=31	Ростов-на-Дону N=28	Самара N=31	Уфа N=27	Омск N=18	Казань N=15
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
Доход на 1 члена семьи в месяц	29 999 рублей и ниже	31.0%	0.0%	40.7%	62.1%	40.0%	46.7%	48.4%	32.1%	35.5%	44.4%	61.1%	46.7%
	30 000 - 44 999 рублей	28.2%	23.1%	27.4%	20.7%	26.7%	26.7%	22.6%	50.0%	38.7%	37.0%	27.8%	20.0%
	45 000 - 59999 рублей	18.0%	26.1%	15.0%	10.3%	10.0%	13.3%	19.4%	14.3%	12.9%	11.1%	0.0%	33.3%
	60 000 - 99 999 рублей	14.1%	33.6%	6.2%	3.4%	16.7%	13.3%	6.5%	3.6%	6.5%	3.7%	11.1%	0.0%
	100 000 - 149 999 рублей	6.1%	11.9%	7.1%	3.4%	3.3%	0.0%	3.2%	0.0%	6.5%	3.7%	0.0%	0.0%
	150 000 рублей и выше	2.5%	5.2%	3.5%	0.0%	3.3%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%

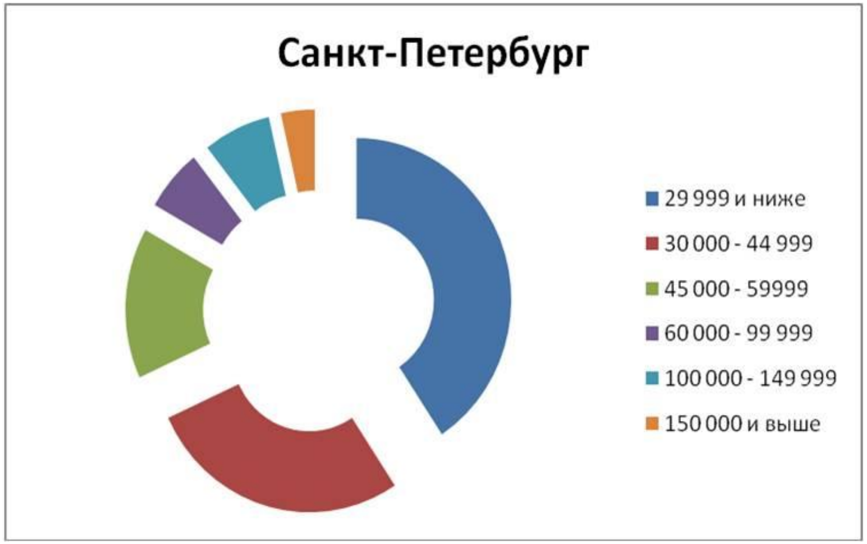




Разные формы представления данных в диаграммах

(распределение доходных групп по городам)





Задание

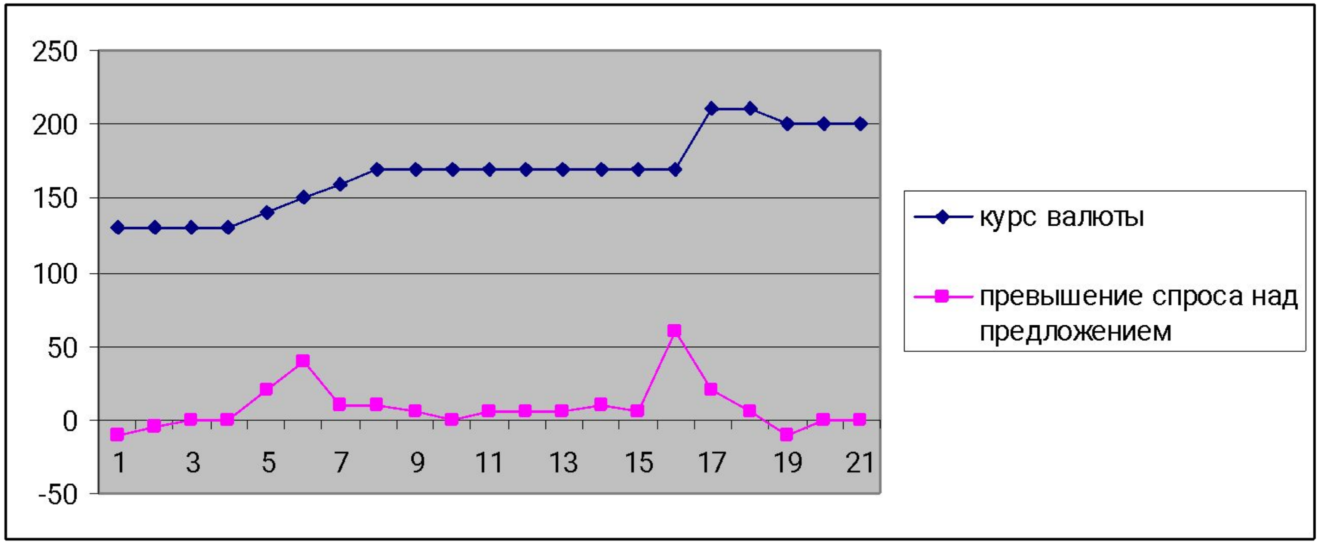
Составьте вопросы по диаграммам распределения доходных групп по городам, начинающиеся со слов:

- Правда ли, что …
- Можно ли утверждать …
- Позволяет ли диаграмма сделать вывод …
- Назовите три …

Каждый раз уточняйте о какой из диаграмм идет речь.

Графики

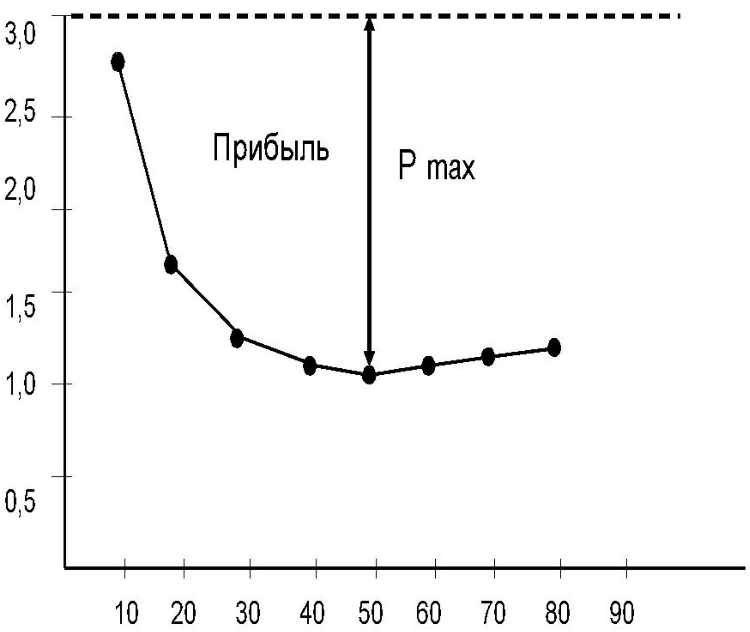
- Оси (шкалы) образуют координатную сетку
- Величины: независимая (X) и зависимая (Y)
- Значения – в виде кривых и точек
- Графики: линейные, полулогарифмические и логарифмические



Графики

- Почему на данном полулогарифмическом графике нет 0?

Графики



- На графике отражены изменения затрат на производство некоторого продукта (нижний график) и цены на единицу продукции (верхний график), которая остается постоянной (в тыс. рублей), при увеличении количества продукции.

  Область между графиками – прибыль.

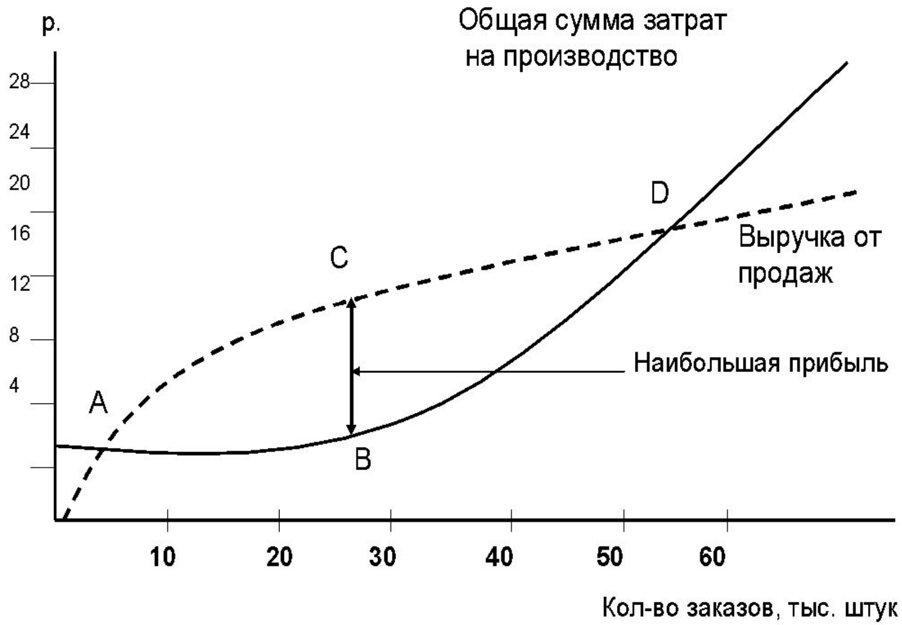
  Начальная величина прибыли…

  Прибыль возрастала при …

  Прибыль убывала при …

  Прибыль максимальна при …

Задание



- работа начала приносить прибыль, когда величина заказа достигла примерно ___ тыс. листов;
- при величине заказа примерно ___ тыс. прибыль составила максимальное значение – ___ тыс. рублей;
- производство перестало приносить прибыль, когда величина заказа достигла примерно ___ тыс. листов;
- величина общей суммы затрат на производство:

растет;

остается постоянной;

уменьшается.

Использование элементов теории множеств для работы с информацией

Множество. Отношения между множествами

- Множество – одно из основных математических понятий. Синонимы - группа, совокупность, набор. Множества могут быть конечными, бесконечными, пустыми.
- Пустым называется множество, которое не содержит ни одного элемента (Ø).
- Множества обозначаются заглавными буквами латинского алфавита А, В, С,…, а элементы - маленькими буквами а, в, с, ….х, у.
- «Элемент а принадлежит множеству А» $a \in A$
- «Элемент а не принадлежит множеству А» $a \notin A$
- Способы задания множества:

1) путем перечисления всех элементов А = {а, с},

2) путем задания характеристического свойства.

- Характеристическое – такое свойство, которым обладает каждый элемент данного множества, и не обладают элементы, не принадлежащие данному множеству.

Например, «натуральные числа больше 3» можно задать так:

А = {n ÎN, n >3}.

Отношения между множествами

- Множества изображаются на плоскости с помощью кругов Эйлера.

1. Отношение равенства

- Говорят, что A=B, если все элементы множества A принадлежат множеству B и наоборот, все элементы множества B принадлежат множеству A.

Ни количество элементов, ни порядок их следования не имеет значения для равенства множества.

Пример: A={1; 2} и B={1, 2, 2, 1}, A=B.

2. Отношение включения

- Говорят, что множество A включено в B, если все элементы множества A принадлежат B. $A \subset B$

В этом случае множество A будем называть подмножеством B.

Если A={1, 2}, B={1, 2, 3}, то $A \subset B$

Если A - студенты дошфака, B - студенты университета, то

Отношения между множествами

3. Отношение пересечения

- Говорят, что множества А и В пересекаются, если имеют хотя бы один общий элемент.

Например, А={1, 2, 3} и В={2, 4, 6} , А и В – пересекаются $A \cap B$

4. Отношение непересечения

- Если множества А и В не имеют общих элементов, то говорят, что они не пересекаются. Например, студенты 1 и 5 курсов – не пересекающиеся множества.

Задания

- 1. Даны множества. Расположите их так, чтобы каждое предыдущее множество было подмножеством следующего.
- а) Q – множество всех рациональных чисел; Z – множество всех целых чисел; R – множество всех действительных чисел; N – множество всех натуральных чисел; A – множество всех четных натуральных чисел; B – множество всех натуральных чисел, кратных 12.
- б) A – множество всех позвоночных животных; B – множество всех животных; C – множество всех млекопитающих; D – множество всех лисиц; E – множество всех хищных млекопитающих; F – множество всех лисиц, обитающих в Ленинградской области

Операции над множествами

- Результатом операций над множествами всегда является множество.
- 1. Пересечением множеств А и В называется такое множество, которое состоит из элементов, принадлежащих множеству А и принадлежащих множеству В (т.е. их общих элементов). Например:

а) $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{2, 4, 6\}$, $A \cap B =\{2\}$.

б) $A=\{1, 2\}$, $B=\{3, 4\}$, $A \cap B= \varnothing$.

в) $A=\{1, 2\}$, $B=\{1, 2, 3\}$, $A \cap B =\{1, 2\}=A$.

г) если $A = B$, то $A \cap B=A=B$.

- 2. Объединением множеств А и В называют такое множество, в которое входят элементы множества А или множества В (т.е. все элементы А и все элементы В). Например:

а) $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{2, 4, 6\}$, $A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 6\}$

б) $A=\{1, 2\}$, $B=\{3, 4\}$, $A \cup B=\{1, 2, 3, 4\}$.

в) $A=\{1, 2\}$, $B=\{1, 2, 3\}$, $A \cup B=\{1, 2, 3\}$.

г) если $A = B$, то $A \cup B=A=B$.

Операции над множествами

- 3. Разностью множеств В и А называют множество, которому принадлежат все те элементы множества В, которые не принадлежат А. Например:

а) А={1, 2, 3}, В={2, 4, 6}, В\ А={4, 6}.

б) А={1, 2}, В={3, 4}; В\ А={3, 4}.

в) А={1, 2, 3}, В={1, 2}; В \ А= $\acute{\varnothing}$.

с) если А=В, то В\ А= $\acute{\varnothing}$.

- 4. В случае, когда А включается в В, можно рассмотреть частный случай разности множества В и А. Дополнением множества А до множества В называется такое множество, которому принадлежат все те элементы множества В, которые не принадлежат А.

Свойства операций над множествами

$$A \boxtimes \varnothing = \varnothing$$
$$A \boxtimes A = A$$
$$A \boxtimes B = B \boxtimes A$$
$$A \boxtimes (B \boxtimes C) = (A \boxtimes B) \boxtimes C$$
$$A \boxtimes \varnothing = A$$
$$A \boxtimes A = A$$
$$A \boxtimes (B \boxtimes C) = (A \boxtimes B) \boxtimes C$$
$$A \boxtimes (B \boxtimes C) = (A \boxtimes B) \boxtimes (A \boxtimes C)$$
$$A \boxtimes (B \boxtimes C) = (A \boxtimes B) \boxtimes (A \boxtimes C)$$

$$A \setminus \varnothing = A$$
$$\overline{\overline{A}} = A$$
$$\overline{A} \boxtimes A = U$$
$$A \setminus (B \boxtimes C) = (A / B) \setminus C$$
$$\overline{A \boxtimes B} = \overline{A} \boxtimes \overline{C}$$
$$\overline{A \boxtimes B} = \overline{A} \boxtimes \overline{B}$$

Задания

- Пересечение множеств
- Опишите множество .
- А – множество всех правильных многоугольников, В – множество всех треугольников. Опишите множество .
- А=[-1; 4]; В=(0;7]
- А – множество всех четных натуральных чисел; В – множество целых чисел, кратных 3
- А – множество корней уравнения ; В – множество корней уравнения .
- А – множество целых чисел вида 4k , В – множество целых чисел вида 4k+2.
- Объединение множеств
- Найдите объединение множеств А и В для 2), 4) и 5)
- Разность множеств
- Найдите разность множеств А и В для 2), 4) и 5)

Домашнее задание

1. Даны множества. Расположите их так, чтобы каждое предыдущее множество было подмножеством следующего.

A – множество всех четырехугольников; B – множество всех ромбов; C – множество всех параллелограммов; D – множество всех многоугольников

2. Опишите множества A (первое из названных) и B (второе из названных) и вместо многоточия подставьте один из терминов: необходимо, достаточно, необходимо и достаточно. Какое из трех соотношений: , или *A=B* выполняется?

а) для того чтобы четырехугольник был ромбом (A), … , чтобы он был квадратом (B)

б) для того чтобы число делилось на 9 (A), …, чтобы оно делилось на 3 (B)

в) для того чтобы число делилось на 10 (A), …, чтобы его десятичная запись оканчивалась 0 (B)

3. Опишите множества , и $A \setminus B$.

A=[-2,5; 6); B=(-1;10]

A – множество натуральных чисел, кратных 4; B – множество натуральных чисел, кратных 6

A={x| $x=2m+1$, m – целое число}; B={x| $x=3n+2$, n – целое число}

4. Каждый студент группы либо девушка, либо блондин, либо любит математику. В группе 20 девушек, из них 12 блондинок и одна блондинка любит математику. Всего в группе 24 студента-блондина, математику из них любят 12, а всего студентов, которые любят математику – 17, из них 6 девушек. Сколько студентов в группе?

5. Придумайте задачу, подобную предыдущей, в которой множества были бы характерны для Вашей области знаний.

Задания на действия с множествами

- 1. Множество А состоит из студентов, изучающих немецкий язык, В – из студентов, изучающих английский язык, С – из студентов, изучающих французский язык. Охарактеризуйте множество:
- а) ; б) ; в)
- 2. Упростите с помощью диаграмм Эйлера-Венна:
- а)$(A \cup B) \cap C$;
- б) $A \cup (B \cap C)$;
- в) $(A \cup B) \cap (\mathrm{B} \cup C)$;
- 3. Упростите с помощью диаграмм Эйлера-Венна:
- $((A \cup B \cup C) \cap (A \cup C)) \setminus ((A \cup (B \setminus C)) \cap A)$

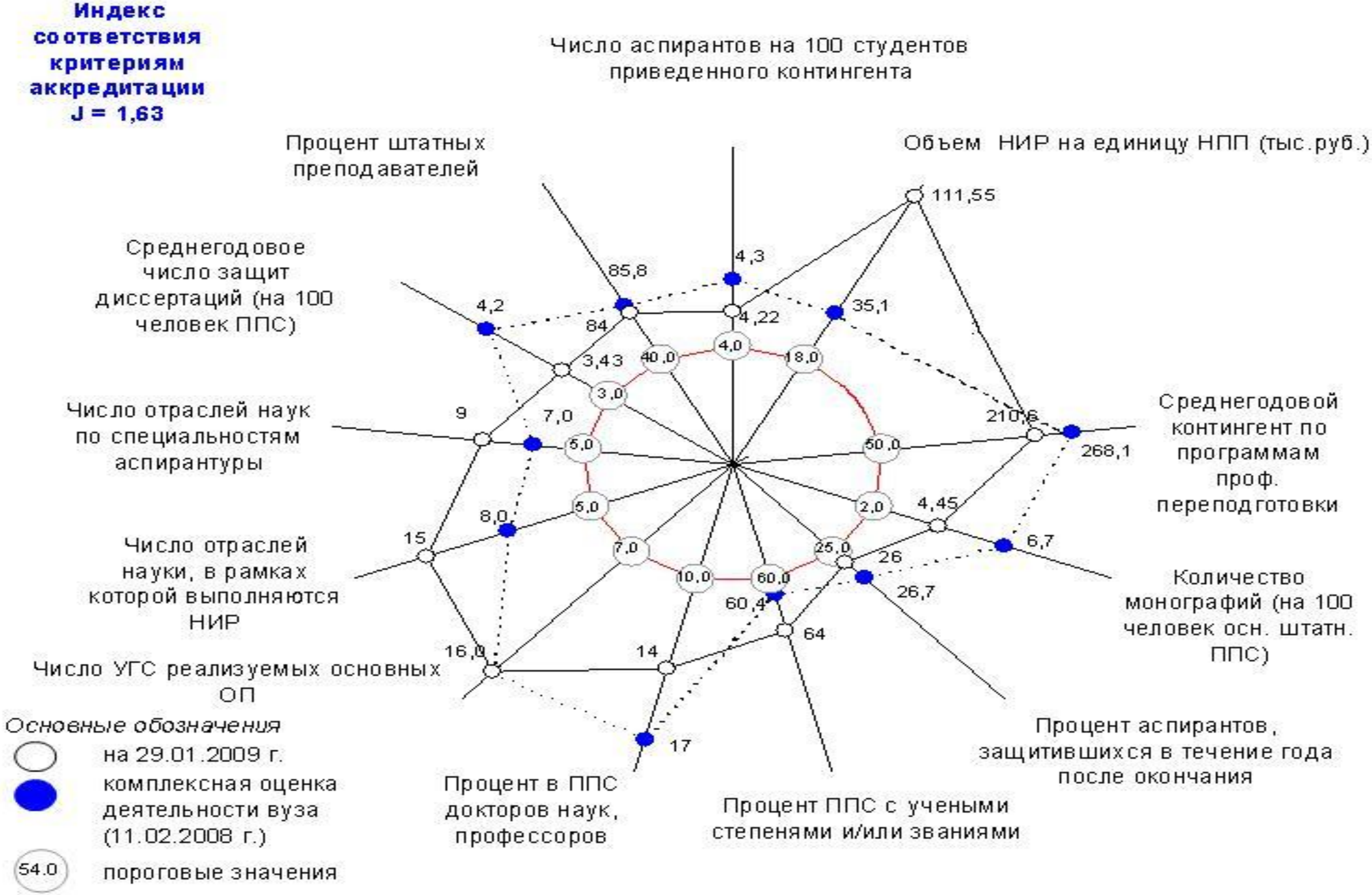
Задачи

- Из 100 студентов английский язык знают 28 человек, немецкий – 30, французский – 42, английский и немецкий – 8, английский и французский – 10, немецкий и французский – 5. Все три языка знают 3 студента. Сколько студентов не знает ни одного языка?
- Из 35 учеников класса 20 посещают математический кружок, 11 – физический, 10 не посещают ни одного. Сколько учеников посещают и математический, и физический кружки? Сколько не посещают ни одного?

Задачи

- Каждый студент группы либо девушка, либо блондин, либо любит математику. В группе 20 человек, из них 12 блондинок и одна блондинка любит математику. Всего в группе 24 студента-блондина, математику из них любят 12, а всего студентов, которые любят математику – 17, из них 6 девушек. Сколько студентов в группе?
- Придумайте задачу, подобную предыдущей, в которой множества были бы характерны для Вашей области знаний.

Лепестковая диаграмма аккредитационных показателей университета



Позиции Волховского филиала по основным показателям Мониторинга в сравнении с пороговыми значениями показателей

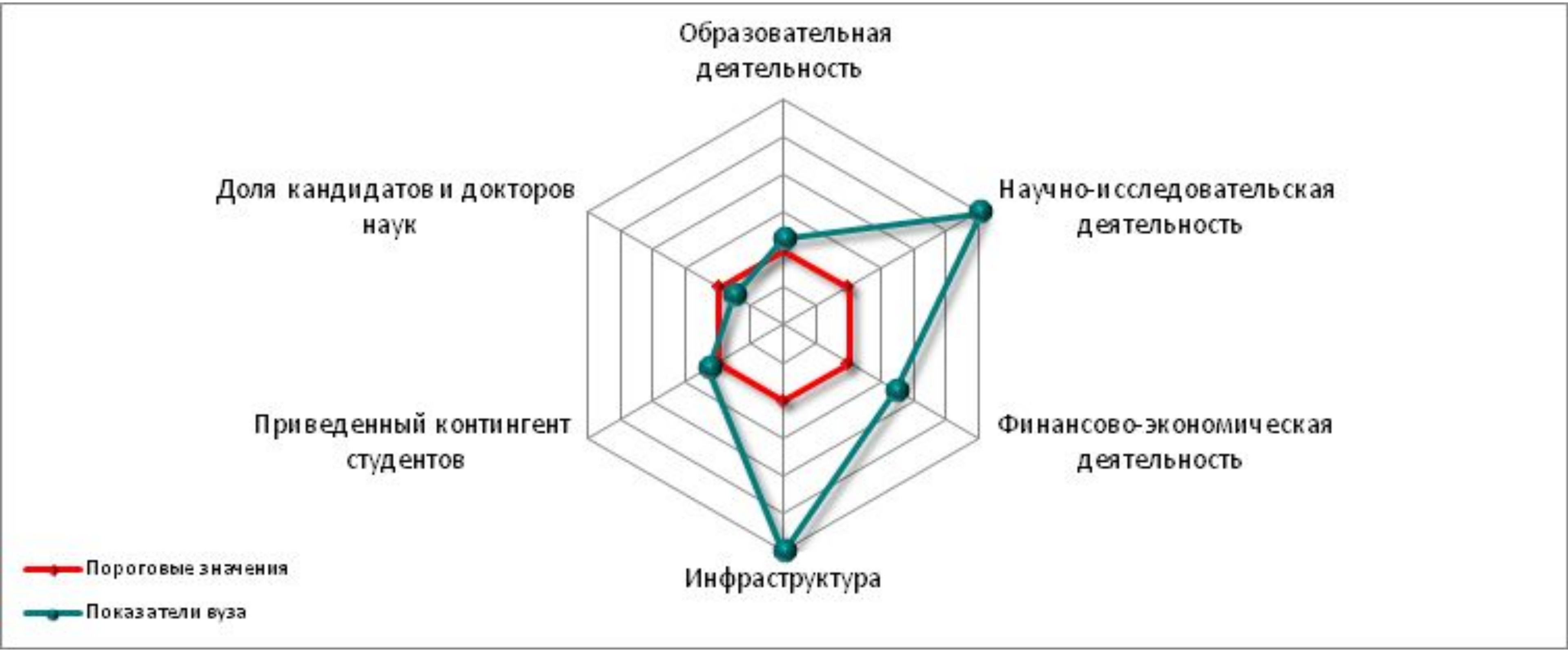


Таблица показателей

№	Наименование показателя	Значение показателя вуза	Пороговое значение
1	Образовательная деятельность	57,5	50
2	Научно-исследовательская деятельность	8,66	1,7
3	Финансово-экономическая деятельность	1207,31	700
4	Инфраструктура	28,86	5
5	Приведенный контингент студентов	255,6	220
6	Доля кандидатов и докторов наук	46,39	60

Операции над множествами

- Декартовым произведением множества A на множество B называется множество всевозможных пар, первый элемент которых принадлежит множеству A, а второй - множеству B.
- A x B = {(a, в), a Î A, в Î B}.
- Пара – упорядоченное множество, состоящее из двух элементов.
- A={1, 2}, B={3, 4}, A x B= {(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)}.