



Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина

Кафедра автоматизированных систем управления

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО О МОДЕЛИРОВАНИЯ

асс. Мухина Анастасия Геннадьевна

г. Москва

2017 г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК МЕТОД ПОЗНАНИЯ

Методология – область знания, которая занимается изучением методов познания («учение о методах»: *metodos*- метод, путь к чему-либо; *logos* – учение).

**Метод – это совокупность приемов и операций практического и теоретического освоения действительности.*

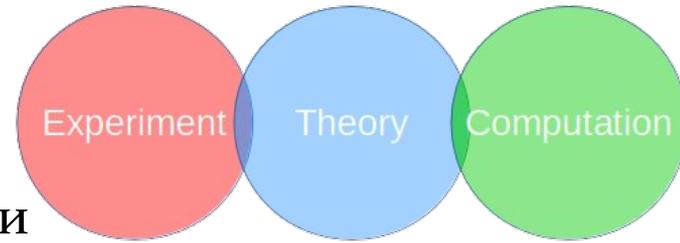
Моделирование является одним из методов изучения объектов и явлений окружающего мира.

Моделирование - процесс построения и использования модели.

КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ НАУЧНОГО ПОЗНАНИЯ



МОДЕЛИРОВАНИЕ И УРОВНИ ПОЗНАНИЯ

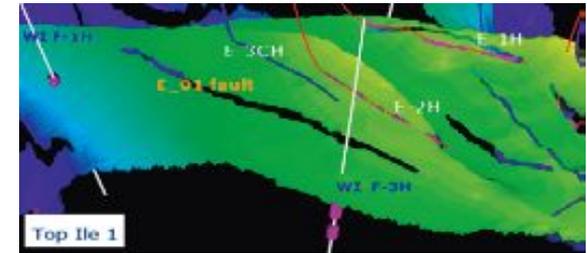


Эмпирический уровень познания - основа теоретического осмысления научных фактов и полученной статистики.

Общенаучные методы → междисциплинарный спектр применения.

Частнонаучные методы → используются в рамках исследования какой-либо конкретной науки (биология, химия, геология).

Характер сочетания различных методов и его использования зависит от условий исследования, природы изучаемых объектов.



Обращение к частно-научным методам познания в сфере гидродинамического моделирования

Моделирование – метод познания окружающего мира, который можно отнести к **общенаучным** методам, применяемым как на **эмпирическом**, так и на **теоретическом** уровне. При построении модели могут применяться практически все методы познания.

К ПОНЯТИЮ МОДЕЛИ

Объект
исследования



Предмет

Объекты могут быть

- материальные (информационные);
- реальные;
- идеальные (абстрактные)



Явление



Процесс

Термин «*модель*» используют для обозначения:

1. Устройства, воспроизводящего строение или действие другого устройства (уменьшенное, увеличенное или в натуральную величину);
2. Аналога (чертежа, графика, плана, схемы, описания) какого-либо явления, процесса или предмета.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ

Термин «модель» насчитывает до 8-ми определений , среди которых :

- модель как аналог **реального** объекта;
- модель как образец **будущего** изделия.

Важную роль при разработке моделей играют **гипотезы** (*предположительные суждения о связях явлений, основанные на опытных данных*).

Формирование и проверка правильности гипотез основывается на **аналогиях** (*представление о каком-либо частном сходстве двух объектов, причём сходство может быть существенным, так и несущественным*).

Существенность зависит от **уровня абстрагирования** (от лат. *abstrahere* – «отвлекать»), определяемого целью исследования.

Число известных параметров объекта ↑ → Уровень абстрагирования объекта ↓

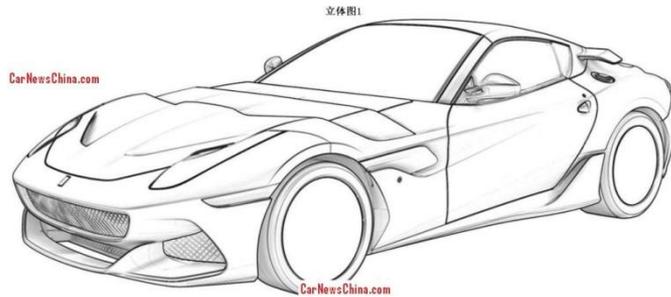


*Пример исследования
механических
свойств объекта в зависимости
от*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДЕЛИ

Модель (от лат. *modulus* – мера, образец, норма) – это такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе познания (изучения) **замещает объект-оригинал**, сохраняя некоторые важные для данного исследования **типичные** его черты.

Например: эскиз модели автомобиля (материальный объект) воплощает представления о желательных свойствах транспортного средства (абстрактный объект).



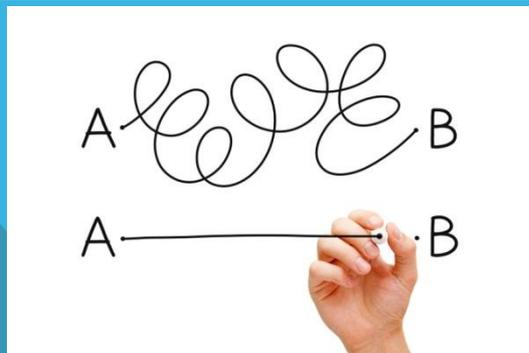
СВОЙСТВА МОДЕЛЕЙ

*Наилучшей моделью кота является
другой кот,
а еще лучше – тот же самый кот.*

Ноберт Винер

- **Неполнота;**
- **Адекватность (зависит от целей моделирования и принятых критериев);**
- **Простота (или сложность);**
- **Потенциальность, или предсказательная способность**

Пример «предсказательности» модели: открытие планеты Нептун, положение которой было предсказано французским астрономом Леверье на основании расчётов согласно закону всемирного тяготения (т.е. математической модели) и данных о движении планеты Уран.

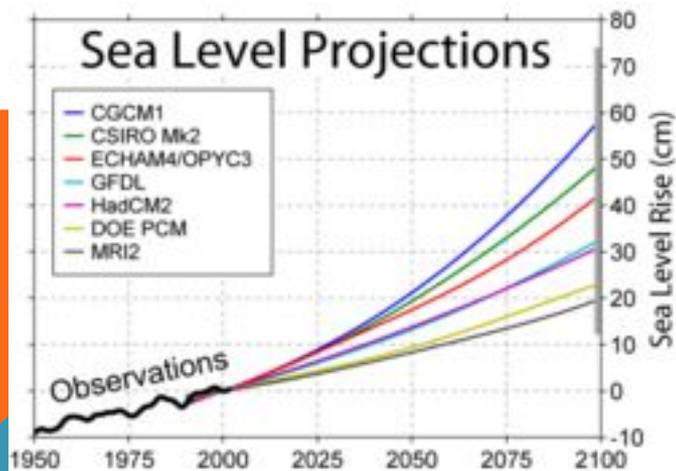


ЦЕЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. Изучение и прогнозирование поведения **сложных процессов и явлений**.
2. Снижение **рисков и затрат** на проведение экспериментов.
3. Сокращение **временных** затрат на практические исследования.
4. Выделение наиболее **существенных факторов**, формирующих ключевые свойства объекта.
5. Выбор **вариантов управления** объектом.



*Хорошо построенная модель **доступнее, информативнее и удобнее** для исследователя, нежели реальный объект.*



Пример прогнозирования отметки уровня моря с помощью математических моделей.

РЕЗЮМЕ: ПРЕДНАЗНАЧЕНИЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. **Исследование** устройства объекта или системы:

- структура;
- внутренние связи,
- основные свойства,
- законы развития, саморазвития и взаимодействия с окружающей средой.

2. **Управление** объектом или процессом:

определение наилучших способов управления при заданных целях и критериях.

3. **Прогнозирование** прямых и косвенных последствий реализации заданных способов и форм воздействия на объект.



КЛАССИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ

Вечная загадка мира – его познаваемость.

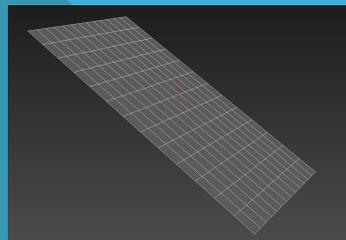
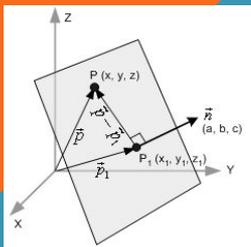
А. Эйнштейн

Любая классификация моделей весьма условна.

Материальное моделирование – это моделирование, при котором исследование объекта выполняется с использованием его материального аналога, воспроизводящего основные физические, геометрические, динамические и функциональные характеристики данного объекта.

Пример: использование макетов в архитектуре.

Идеальное моделирование основано не на материализованной аналогии объекта и модели, а на аналогии идеальной, мыслимой и всегда носит теоретический характер.



*Пример
материального
моделирования
макета комплекса*

ВИДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Реальность

Идеальное моделирование

Интуитивное

Научное

Неформализованное

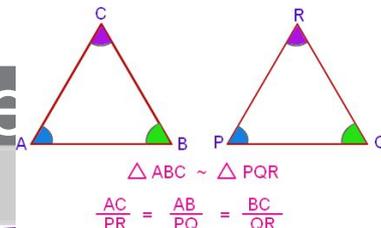
Логически
обоснованное

Знаковое моделирование

Материальное моделирование

Натурное

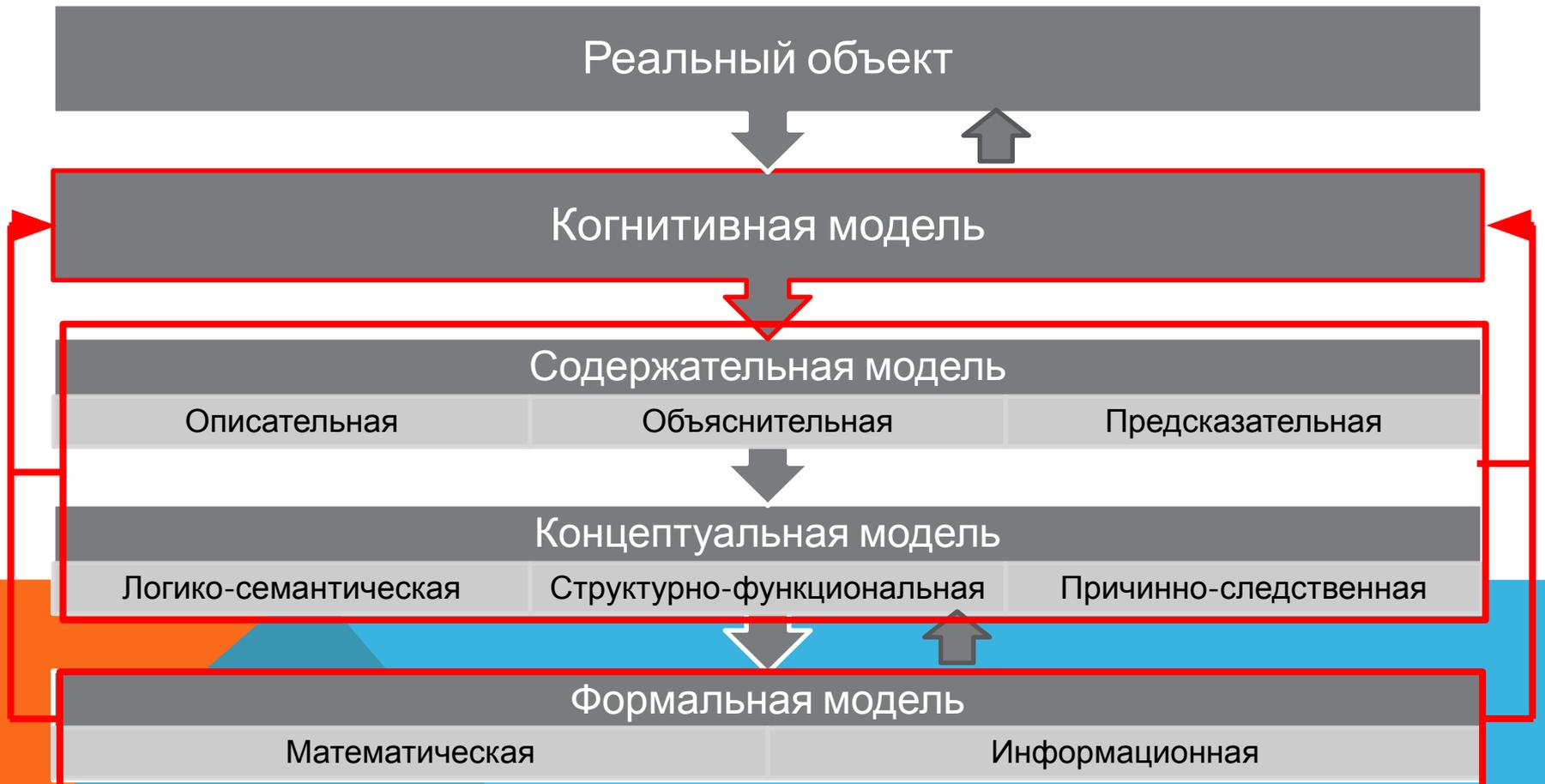
Аналоговое



реальному объекту ставится в соответствие его **увеличенный или уменьшенный материальный аналог**

аналогия процессов и явлений, имеющих различную физическую природу, но **одинаково описываемых формально**

ВЗАИМОСВЯЗЬ УРОВНЕЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ



ВИДЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДЕЛИ

Когнитивная модель – это некоторый мыслительный образ объекта, его идеальная модель. Получить представление о когнитивной модели можно описав ее в знаковой форме.

Содержательная модель - представление когнитивной модели на естественном языке.

Концептуальная модель - содержательная модель, при формулировке которой используются понятия и представления предметных областей знания, занимающихся изучением объекта. Базируется на определенной концепции или точке зрения.

- 1) **Логико-семантическая** модель является описанием объекта в терминах и определениях предметных областей, включающих все известные логически непротиворечивые утверждения и факты.
- 2) **Структурно-функциональная** модель представляет объект как целостную систему, которую разделяют на отдельные элементы и подсистемы.
- 3) **Причинно-следственная** модель часто используется для объяснения и прогнозирования поведения объекта.

К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ

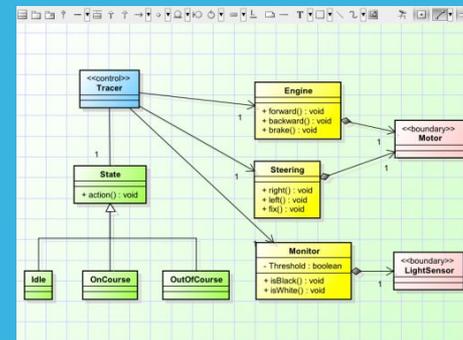
Формальная модель - представление концептуальной модели с помощью одного или нескольких формальных языков например, языков математических теорий, универсального языка моделирования (UML) или алгоритмических языков.

Различают два вида формальных моделей:

- математические;
- информационные.

Математическое моделирование – это *идеальное* научное знаковое формальное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование модели проводится с использованием тех или иных математических методов.

Пример: построение и исследование математических моделей физических объектов и явлений.



ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ И ПРЕИМУЩЕСТВА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

- **Физика**
- **Биология, химия, экология**
- **Экономика, социология**
- **Медицина, промышленность**

Преимущества:

- экономичность (сбережение ресурсов реальной системы);
 - возможность моделирования гипотетических объектов;
 - возможность реализации опасных режимов;
 - возможность изменения масштаба времени;
 - большая прогностическая сила;
 - универсальность технического обеспечения проводимой работы.
- 

ФОРМАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Исходные данные



Граничные условия



Начальные условия



Результат

(значения параметров моделируемого объекта)

Математическая модель - любой **оператор** A , позволяющий по значениям входных параметров X установить выходные значения параметров Y объекта моделирования:

$$A: X \rightarrow Y, \quad X \in \Omega_X; \quad Y \in \Omega_Y,$$

где Ω_X и Ω_Y - множества допустимых значений

входных и выходных параметров объекта

моделирования (числа, векторы, тензоры, функции).

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

