Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области Московский государственный областной университет

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

Координатно-параметрический метод решения задач с параметрами

студент: Рыбалко Павел Андреевич

преподаватель: доцент, Забелина С.Б.

Москва,

Структура

1

2

3

4

6

Цели и задачи

По моему мнению, эта тема очень актуальна в контексте углубленного изучения школьной программы по математике. К тому же задачи с параметрами входят в задания единого государственного экзамена.

<u>Цель работы</u>:

1.Рассмотреть координатно-параметрический метод решения задач с параметрами.
2.Показать его применение при решении различных математических задач.

Для достижения цели были выдвинуты следующие задачи:

- ❖Изучить координатно-параметрический метод решения задач с параметром;
- ❖Сформировать умения и навыки решения задач с параметрами.

Теоретическая часть

$F(x, a) = 0$, (1)

где $F(x, a)$ – некоторая функция переменной x и числового параметра a. Отметим два частных случая.

1. Координата x есть функция параметра a:

$x = f(a)$, На КП-плоскости xOa с горизонтальной параметрической осью Oa множество всех точек, значения координаты x и параметра a каждой из которых удовлетворяют уравнению (1), представляет собой график функции где роль аргумента функции играет параметр.

2. Параметр a есть функция координаты x:

$a = \varphi(x)$

В этом случае можно рассматривать КП-плоскость aOx с вертикальной параметрической осью Oa и интерпретировать множество всех точек, значения координаты и параметры каждой из которых удовлетворяют уравнению (1), как график функции где роль аргумента функции играет координата.

Теоретическая часть

$P_1(x,a) > 0, P_2(x,a) > 0 \ldots P_m(x,a) > 0$

Метод областей – это аналог метода интервалов решения неравенств с одной переменной при решении неравенств с двумя переменными.

Алгоритм решения:

1) Найти на КП-плоскости ОДЗ (область допустимых значений переменной и параметра) – множество всех точек ,при значениях координаты x и параметра a в каждой из которых выражения P(x,a) определено.

2) Построить на КП - плоскости линии, состоящие из всех точек, при значениях координаты x и параметра a в каждой из которых выражение P(x,a) обращается в нуль или не существует.

3) Разбить этими линиями найденную ОДЗ на «частные области».

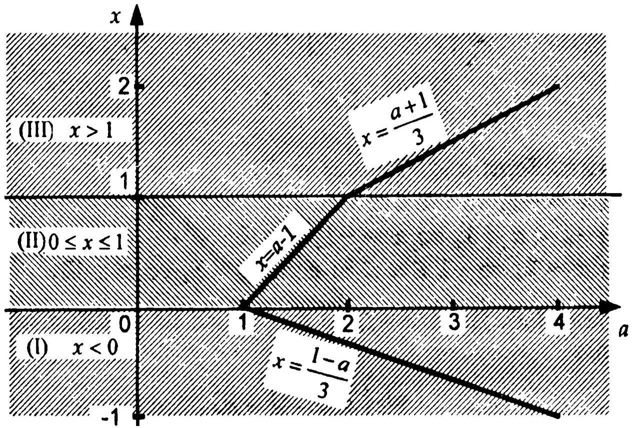
4)Исследовать знак выражения P(x,a) в каждой из полученных частных областей. Для этого достаточно установить знак выражении P(x,a)в какой-нибудь точке в каждой из «частных областей».

Практическая часть

Рациональные алгебраические уравнения с параметрами

№1 Решить уравнени $2|x|+|x-1|=a$

Применяя метод «частичных областей» и определение абсолютной величины, заменим уравнение совокупностью



$$\begin{cases} x<0 \\ -2x+1-x=a \end{cases} \qquad \begin{cases} x<0, \\ x=\frac{1-a}{3}; \end{cases} \qquad \begin{cases} a>1, \\ x=\frac{1-a}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0\le x\le 1, \\ 2x+1-x=a; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 1, \\ x=a-1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\le a\le 2, \\ x=a-1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>1, \\ 2x+x-1=a; \end{cases} \qquad \begin{cases} x>1, \\ x=\frac{a+1}{3}; \end{cases} \qquad \begin{cases} a>2, \\ x=\frac{a+1}{3}; \end{cases}$$

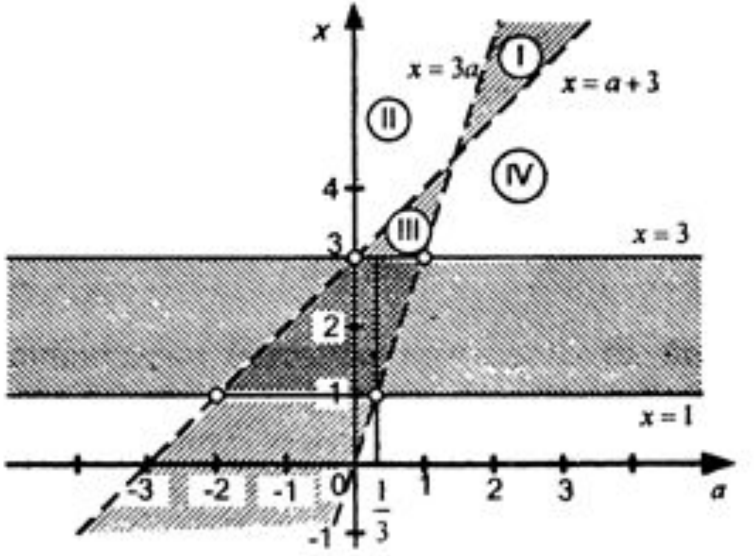
На Координатно-параметрической плоскости решением данного уравнения в первой частичной области (1): x <0 (полуплоскос $x=\frac{1-a}{3}$ вляется луч во второй $0\le x\le 1$ сти (2): (полосе)-отрезок прямой x=a-1,в третьей области(3): x>1($x=\frac{a+1}{3}$ лоскости) - луч . Использую решение на КП-плоскости ,нетрудно записать ответ, поставив в соответствие каждому значению параметра а значение х на полученной ломаной

Практическая часть

Рациональные алгебраические неравенства с параметрами

№2 Найти все значения параметра а, при которых неравенство $(x-3a)(x-a-3)<0$. Выполняется при всех x, т

Решение: На КП-плоскости хОа множество точек (z; а), значения координаты и параметра каждой из которых удовлетворяют неравенству (1), состоит из областей 1 и ПI, ограниченных прямыми x= 3a и x= a+ 3(на рисунке эти области заштрихованы). Искомыми будут значения параметра $0< a< \frac{1}{3}$ при которых все точки из этик областей (область ПI) имеют координаты, удовлетворяющие условию.



Ответ.$0<a<\frac{1}{3}$

Практическая часть

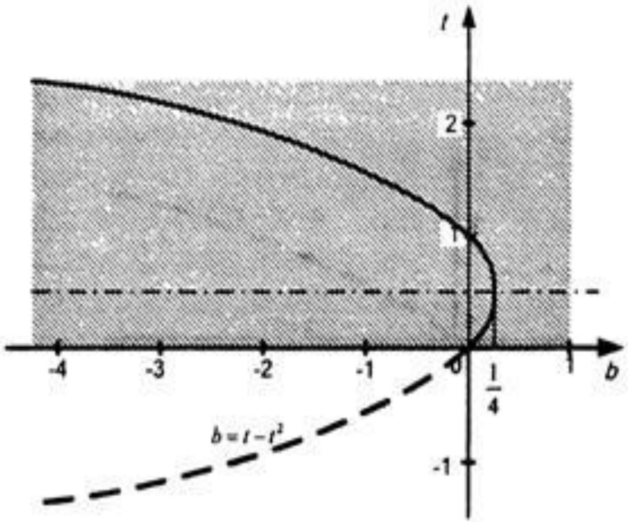
Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами

№3 При каких а уравнени $\sqrt{x-1}$ = x+a имеет решение?

Решение. Применяя рационализирующую подстановку, получим

$\sqrt{x-1}$ = x + a ⇔ $\begin{cases} \sqrt{x-1}=t\geq 0 \\ t-t^2=b=1+a \end{cases}$, **На координатно – параметрической плоскости tOb жирной линией изображено решение смешанной системы. Исходное уравнение имеет решение при**

b = 1 + a ≤ $\frac{1}{4}$ ⇔ $a\leq -\frac{3}{4}$



Ответ. при а ≤ .

Практическая часть

Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами

№4 Определить область значений параметра а, при которых
у $2\cos 2x-4a\cos x+a^2+2=0$
не имеет действительных решений.

Решение. Так ка $\cos 2x-2\cos^2 x=1$, **то данное уравнение можно записать следующим образом:**

$4\cos^2 x-4a\cos x+a^2=0 \Leftrightarrow (2\cos x-a)^2=0 \Leftrightarrow 2\cos x=a.$

Полученное тригонометрическое уравнение не имеет действительных решений при всех з $|a|>2$ **.иях параметра**
На рисунке дана интерпретация решения на КП-плоскости аОх с вертикальной параметрической осью.

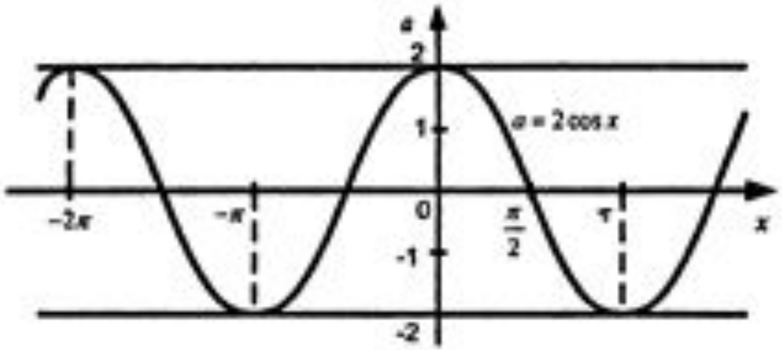


Рис. 6.1

Выводы

В ходе проделанной работы был рассмотрен координатно-параметрический метод решения задач с параметрами. Был определен алгоритм, при использовании которого можно решать подобные уравнения. Было наглядно показано, что задачи с параметром можно решать несколькими методами.

При решении приведенных выше задач с параметрами происходит повторение и, как следствие, более глубокое прочное усвоение программных вопросов.

Источники

1. Задачи с параметрами П.И Горнштейн, В.Б Полонский,М.С.Якир 1992г.
2. Уравнения и неравенства содержащие параметр Г.А Ястребенецкий 1972г.
3. Математика.Справочник для старшеклассников и поступающих в вузы. Полный курс подготовки к выпускным и вступительным экзаменам. О. Ю. Черкасов, А.Г. Якушев. Москва. «Аст- пресс школа» 2002г.,,С.М. Саакян.
4. Прокофьев А.А. Задачи с параметрами. Учебное пособие.-М.: МИЭТ, 2004
5. Фалин Г, Фплин А., Инвариантность и задачи с параметрами.// Квант, 2007.
6. www/mathege.ru – Математика ЕГЭ 2012-2013
7. В.П. Моденов. Задачи с параметрами. Координатно-параметрический метод:учебное пособие\В.П.Моденов.-М: Издательство «Экзамен», 2007.-285
8. Амелькин В. В., Рабцевич В. Л. Задачи с параметрами: Справ. пособие по математике.Мн.: ООО «Асар», 2004. — 464 с.; ил.; 3-е изд. доработ.
9. Мирошин В.В. Решение задач с параметрами. Теория и практика. - М.