

Оқу мақсаты:

**11.3.2.4. параллель және
перпендикуляр жазықтықтардың
белгілері мен қасиеттерін біледі
және қолданады;**

Екі жазықтықтың кеңістікте өзара орналасуларының екі жағдайы болуы мүмкін:

- 1. Екі жазықтықтың ортақ нүктесі бар. Сонда екі жазықтықтың қиылысуы аксиомасы бойынша олардың ортақ түзуі бар. Мұндай жазықтықтар *қиылысушы* деп аталады.
- 2. Екі жазықтықтың ортақ нүктесі жоқ.

Анықтама. Ортақ нүктесі жоқ екі жазықтық параллель деп аталады. Егер α және β жазықтықтары параллель болса, онда былай жазылады: $\alpha \parallel \beta$ немесе $\beta \parallel \alpha$.

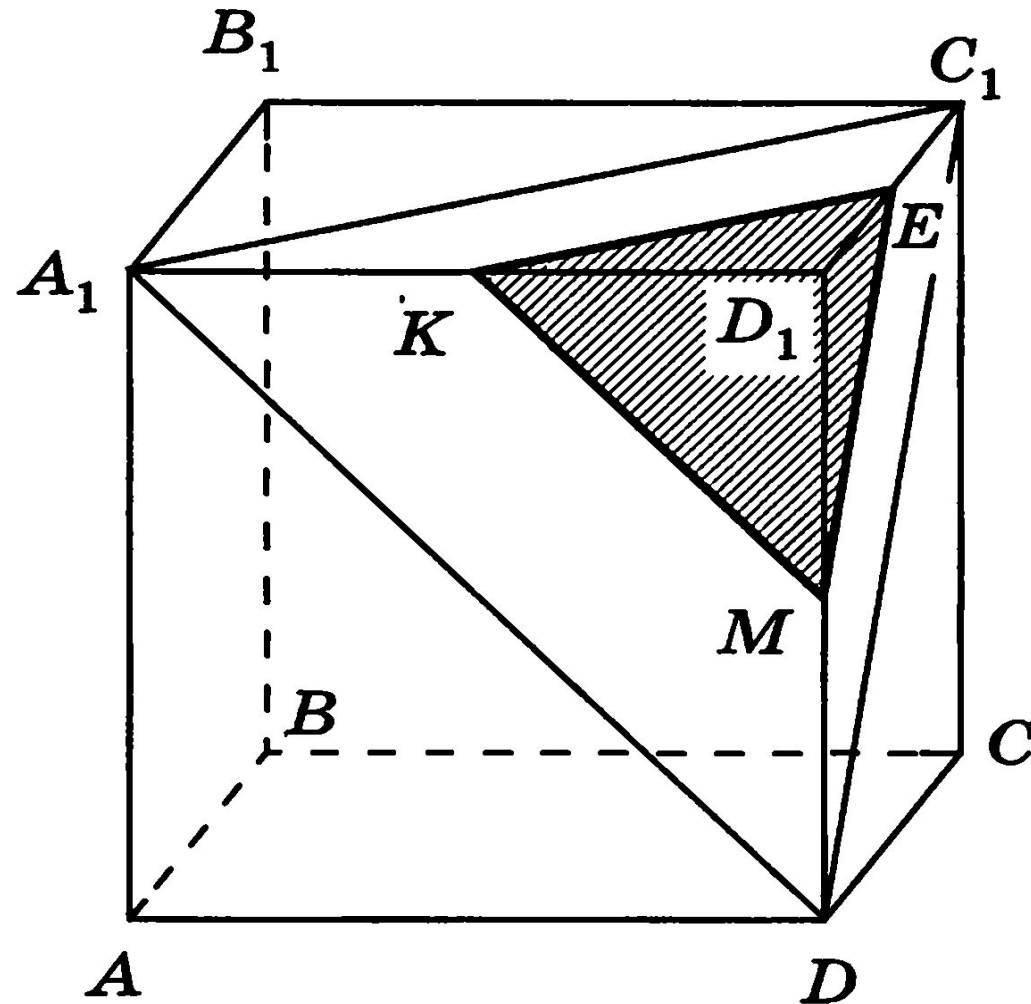
Жазықтықтардың параллельдік белгілері.

- 1. Егер бір жазықтықтың қиылысатын екі түзуінің әрқайсысы басқа жазықтыққа параллель болса, онда бұл жазықтықтар параллель.
- 2. Егер бір жазықтықта жатқан қиылысатын екі түзу екінші жазықтықта жатқан екі түзуге сәйкесінше параллель болса, онда ол екі жазықтық параллель болады.

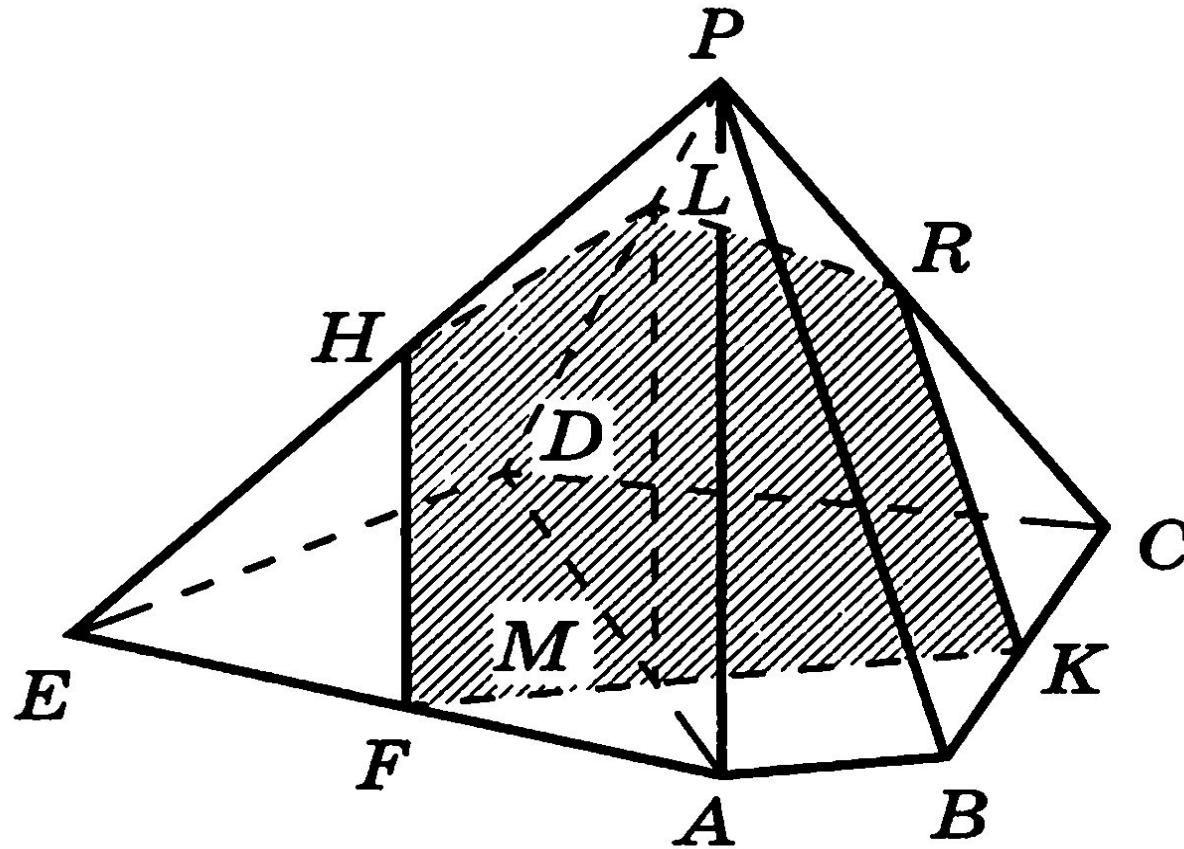
Параллель жазықтықтардың қасиеттері.

- 1. Егер параллель екі жазықтықты үшінші жазықтық қиятын болса, онда қиылысу түзулері параллель болады.
- 2. Егер түзу параллель жазықтықтардың біреуін қиятын болса, онда ол екінші жазықтықты да қияды.
- 3. Егер жазықтық параллель жазықтықтардың біреуін қиятын болса, онда ол екінші жазықтықты да қияды.
- 4. Берілген жазықтықта жатпайтын нүкте арқылы оған параллель жазықтық жүргізуге болады және ол тек біреу ғана.
- 5. Үшінші бір жазықтыққа параллель екі жазықтық өзара параллель.
- 6. Параллель жазықтықтардың арасындағы параллель түзулердің кесінділері тең болады.
- 7. Егер түзу екі параллель жазықтықтардың біріне перпендикуляр болса, онда ол екінші жазықтыққа да перпендикуляр болады.

- **Тапсырма 1.** $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ кубында $A_1 D_1$ қырының ортасы K нүктесі арқылы $A_1 C_1 D$ жазықтығына параллель қима жүргізу керек.



- **Тапсырма 2.** $PABCDE$ бесбұрышты пирамидасының $ABCDE$ табанының ішкі M нүктесі арқылы PAB жағына параллель өтетін α қимасын салыңыз.



А деңгейі. *В нүктесі АЕС үшбұрыш жазықтығында жатпайды, М, К және Р нүктелері – сәйкесінше АВ, ВС және ВЕ кесінділерінің орталары.*

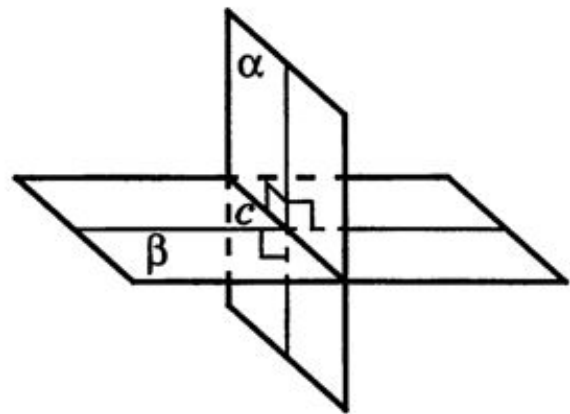
а) МКР және АЕС жазықтықтары параллель екенін дәлелдеңіз.

б) АЕС үшбұрышының ауданы 48 см^2 болса, МКР үшбұрышының ауданын табыңыз.

В деңгейі. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ параллелепипедінде $A_1 D B$ жазықтығы $D_1 C B_1$ жазықтығына параллель екенін дәлелдеңіз.

С деңгейі. DF түзуі α , β және γ жазықтықтарын сәйкесінше D , E және F нүктелерінде қияды және $DF=3$, $EF=9$. EG түзуі α және γ жазықтықтарын сәйкесінше G және H нүктелерінде қиып өтеді және $EG=12$. GH ұзындығын табыңыз.

Анықтама. Екі жазықтық перпендикуляр (өзара перпендикуляр) деп аталады, егер олардың арасындағы бұрыш 90^0 тең болса.



α және β жазықтықтарының өзара перпендикулярлығын $\alpha \perp \beta$ деп белгілейді.

Жазықтықтардың перпендикулярлық белгілері.

- Егер екі жазықтықтың біреуі екіншісіне перпендикуляр түзу арқылы өтетін болса, онда бұл жазықтықтар перпендикуляр болады.

Салдар:

- 1. Егер жазықтықтың басқа жазықтыққа перпендикуляр ең болмағанда бір түзуі бар болса, онда ол жазықтықтар өзара перпендикуляр.
- 2. Егер жазықтық берілген екі жазықтықтың қиылысу түзуіне перпендикуляр болса, онда бұл жазықтық берілген екі жазықтықтардың әрқайсысына перпендикуляр болады.

Перпендикуляр жазықтықтардың қасиеттері:

- 1. Егер түзу өзара перпендикуляр екі жазықтықтың бірінде жатса және олардың қиылысу түзуіне перпендикуляр болса, онда бұл түзу басқа жазықтыққа да перпендикуляр.**
- 2. Егер өзара перпендикуляр екі жазықтықтың біреуіне тиісті нүкте арқылы өтетін түзу екінші жазықтыққа перпендикуляр болса, онда ол бірінші жазықтықта жатады.**
- 3. Егер үшінші жазықтыққа перпендикуляр екі жазықтық қиылысатын болса, онда олардың қиылысу түзуі үшінші жазықтыққа перпендикуляр болады.**

- Берілген жазықтыққа перпендикуляр түзуді *осы жазықтыққа нормаль* деп атайды.
- Қиылысушы екі жазықтықтың арасындағы бұрыштың шамасы осы жазықтықтардың нормальдары арасындағы бұрышқа тең.

А деңгейі. ABC үшбұрышының AB және BC қабырғалары орталары арқылы осы қабырғаларға перпендикуляр α және β жазықтықтары жүргізілген. M нүктесі α және β жазықтықтарының қиылысу түзуіне тиісті. M нүктесі ABC үшбұрышының төбелерінен бірдей қашықтықта екенін дәлелдеңіз.

В деңгейі. PABC дұрыс тетраэдрінде K нүктесі – BC қабырғасының ортасы, D нүктесі – AP қабырғасының ортасы. Келесі жазықтықтардың өзара перпендикуляр екенін дәлелдеңіз:
а) *AKP және BCP*; б) *AKP және BCD*.

С деңгейі. Ұзындығы $10\sqrt{2}$ см-ге тең AB кесіндісінің A және B ұштары сәйкесінше перпендикуляр α және β жазықтықтарына тиісті. AB түзуі мен α және β жазықтықтарының арасындағы бұрыштар сәйкесінше 30° және 45° тең. Табыңыз: а) AB кесіндісінің ұштарынан α және β жазықтықтарының қиылысу түзуіне дейінгі қашықтықтарды; б) AB кесіндісінің α және β жазықтықтарына проекцияларының ұзындықтарын.

