



Урок 10

Задание 11-12

Задание 11: текстовые задачи

1. Задачи на проценты, сплавы и смеси
2. Задачи на движение по прямой
3. Задачи на движение по окружности
4. Задачи на движение по воде
5. Задачи на совместную работу
6. Задачи на прогрессии



Процент от числа — это сотая доля этого числа. Задача найти $p\%$ от a , эквивалентна задаче вычислить произведение $p \cdot \frac{a}{100}$ или $0,01pa$. Например, вычисляя 6% от 150 , получаем: $0,06 \cdot 150 = 6 \cdot 1,5 = 9$. Справедливы следующие утверждения.

- Если некоторое число a увеличить на $p\%$, то получим $a(1 + 0,01p)$.
- Если некоторое число a уменьшить на $p\%$, то получим $a(1 - 0,01p)$.
- Если некоторое число a увеличить на $p_1\%$, а полученный результат уменьшить на $p_2\%$, то оно получим

$$a(1 + 0,01p_1)(1 - 0,01p_2).$$

– Положенная в банк под $p\%$ годовых начальная сумма S_0 через n лет с учетом процентов достигнет величины

$$S_n = S_0(1 + 0,01p)^n.$$



Задание 11, тип 1: Задачи на проценты, сплавы и смеси

- 1. В 2008 году в городском квартале проживало 40 000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?
 - 2. Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?
 - 3. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.
-



Задание 11, тип 1: Задачи на проценты, сплавы и смеси

- 4. В сосуд, содержащий 5 литров 12–процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

 - 5. Смешали некоторое количество 15–процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19–процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

 - 6. Смешали 4 литра 15–процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25–процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
-



Задание 11, тип 1: Задачи на проценты, сплавы и смеси

- 7. Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

 - 8. Смешав 14-процентный и 50-процентный раствор кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 22-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 32-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 14-процентного раствора использовали для получения смеси?
-



Задание 11, тип 4: Задачи на прогрессии

6. Арифметическая прогрессия

Формула n -го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$.

Характеристическое свойство арифметической прогрессии: $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$, $n \geq 2$.

Сумма n первых членов арифметической прогрессии $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$.

При решении задач, связанных с арифметической прогрессией, могут оказаться полезными также следующие формулы:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n,$$

$$S_n = \frac{2a_n - d(n-1)}{2} n,$$

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}, \quad k < n,$$

$$a_k + a_n = a_{k-m} + a_{n+m}, \quad m < k,$$

$$d = \frac{a_n - a_k}{n - k}.$$



Задание 11, тип 4: Задачи на прогрессии

7. Геометрическая прогрессия

Формула n -го члена геометрической прогрессии: $a_n = a_1 q^{n-1}$.

Характеристическое свойство геометрической прогрессии: $a_n^2 = a_{n-1} a_{n+1}$, $n \geq 2$.

Сумма n первых членов геометрической прогрессии: $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q}$, $q \neq 1$.

При решении задач, связанных с геометрической прогрессией, могут оказаться полезными также следующие формулы:

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}; \quad a_n^2 = a_{n-k} a_{n+k}, \quad k < n; \quad a_k a_n = a_{k-m} a_{n+m}, \quad m < k; \quad |q| = \sqrt[n-k]{\frac{a_n}{a_k}}.$$

8. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии: $S = \frac{a_1}{1 - q}$.

Задание 11, тип 4: Задачи на прогрессии

- 1. Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

- 2. Рабочие прокладывают тоннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра тоннеля. Определите, сколько метров тоннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.



Задание 11, тип 4: Задачи на прогрессии

- 3. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.
- 4. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?



Задание 11, тип 2: Задачи на движение по прямой

- 1. Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

 - 2. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B , расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в A со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A . Ответ дайте в км/ч.
-



Задание 11, тип 2: Задачи на движение по прямой

- 3. Из пункта A в пункт B одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

- 4. Из двух городов, расстояние между которыми равно 560 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Через сколько часов автомобили встретятся, если их скорости равны 65 км/ч и 75 км/ч?

Задание 11, тип 2: Задачи на движение по прямой

- 5. Расстояние между городами равно 435 км. Из города в город со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

- 6. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 180 км тратит времени на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

- 7. Первые два часа автомобиль ехал со скоростью 50 км/ч, следующий час – со скоростью 100 км/ч, а затем два часа – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Задание 11, тип 2: Задачи на движение по прямой

- 8. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

- 9. Иван и Алексей договорились встретиться в Н-ске. Они едут к Н-ску разными дорогами. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 168 км от Н-ска и едет с постоянной скоростью 72 км/ч. Иван в момент звонка находится в 165 км от Н-ска и ещё должен по дороге сделать 30-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в Н-ск одновременно с Алексеем?



Задание 11, тип 3: Задачи на движение по окружности

- 1. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.
- 2. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?



Задание 11, тип 3: Задачи на движение по окружности

- 3. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?



Задание 11, тип 4: Задачи на движение по воде

- 1. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

 - 2. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.
-



Задание 11, тип 4: Задачи на движение по воде

- 3. От пристани A к пристани B , расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним, со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

 - 4. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обрато он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
-



Задание 11, тип 5: задачи на совместную работу

- 1. Заказ на изготовление 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

- 2. На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

- 3. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?



Задание 11, тип 5: задачи на совместную работу

- 4. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

 - 5. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

 - 6. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?
-



Задание 11, тип 5: задачи на совместную работу

- 7. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

 - 8. Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

 - 9. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?
-

