

# Решение задач по готовым чертежам

1. Рис. 114.  $ABCD$  – параллелограмм.

Найти:  $\angle C$ ,  $\angle D$ .

2. Рис. 115.  $MNKP$  – параллелограмм.

Найти:  $MP$ ,  $PK$ .

3. Рис. 116. Найти углы параллелограмма  $ABCD$ .

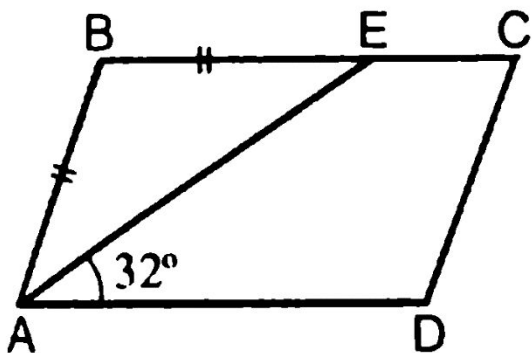


Рис. 114

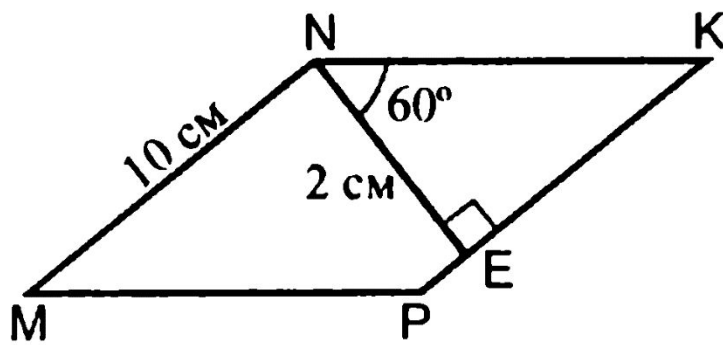


Рис. 115

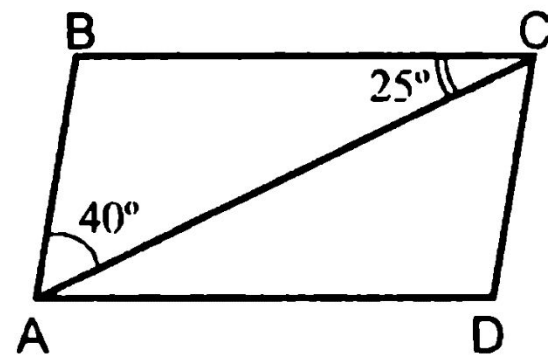


Рис. 116

# Решение задач по готовым чертежам

4. Рис. 117.  $ABCD$  – параллелограмм.

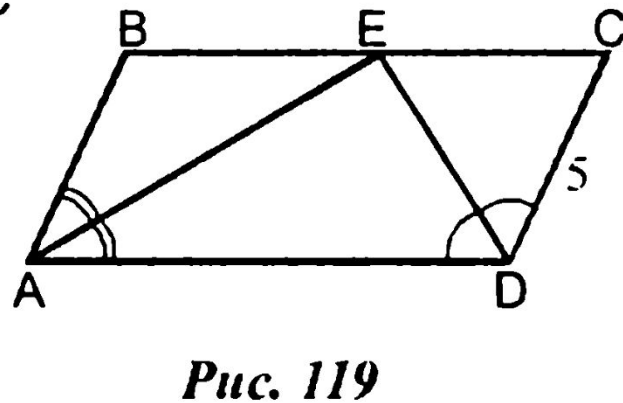
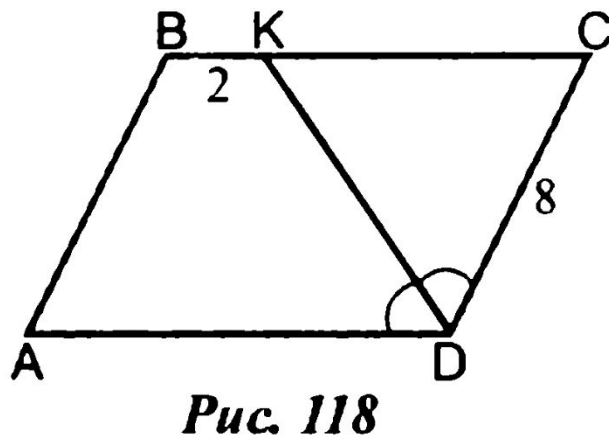
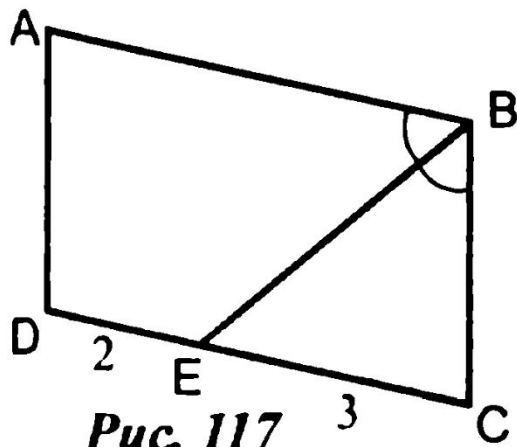
Найти:  $P_{ABCD}$ .

5. Рис. 118.  $ABCD$  – параллелограмм.

Найти:  $AD$ .

6. Рис. 119.  $ABCD$  – параллелограмм.

Найти:  $P_{ABCD}$ ,  $\angle AED$ .



# Решение задач по готовым чертежам

7. Рис. 120.  $NBFD$  – параллелограмм.  $AD = 4$  см,  $NB = 5$  см.

Найти:  $BC$ ,  $CD$ .

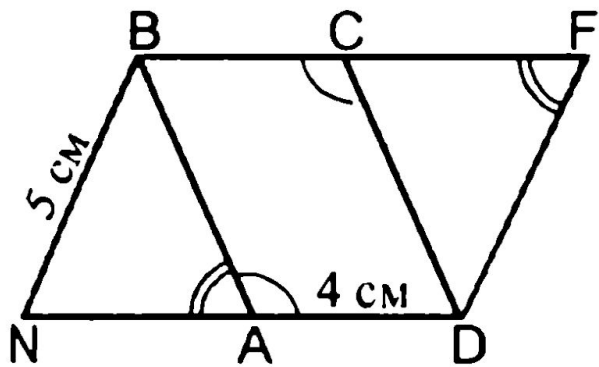


Рис. 120

8. Рис. 121.  $ABCD$  – параллелограмм.  $P_{MNKP} = 20$  см.

Найти:  $MN$ ,  $MP$ .

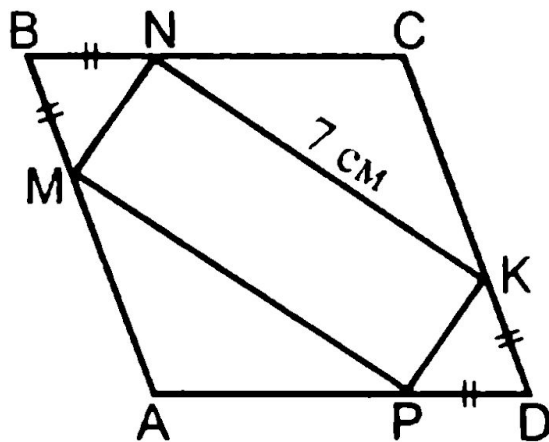


Рис. 121

9. Рис. 122.  $BNDM$  – параллелограмм.  $AB : BC = 4 : 5$ ,  $P_{ABCD} = 18$  см.

Найти:  $AD$ ,  $DC$ .

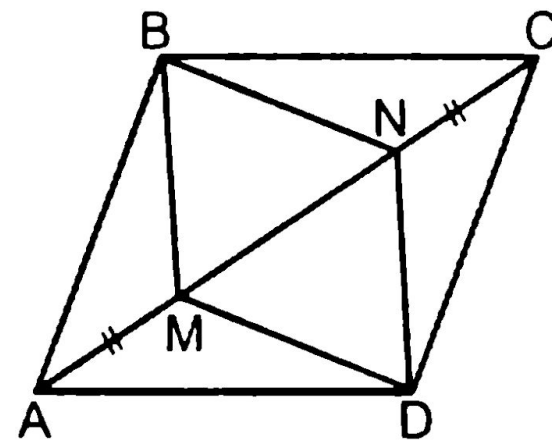


Рис. 122

## **Ответы к задачам на готовых чертежах**

1.  $\angle C = 64^\circ$ ,  $\angle D = 116^\circ$ .

2.  $MP = 4$  см,  $PK = 10$  см.

3.  $\angle B = \angle D = 115^\circ$ ,  $\angle A = \angle C = 65^\circ$ .

4.  $P_{ABCD} = 16$  см.

5.  $AD = 10$  см.

6.  $P_{ABCD} = 30$  см,  $\angle AED = 90^\circ$ .

7.  $BC = 4$  см,  $CD = 5$  см.

8.  $MN = 3$  см,  $MP = 7$  см.

9.  $AD = 5$  см,  $DC = 4$  см.

# Решение задач по готовым чертежам

1. Рис. 159.  $ABCD$  – трапеция. Найти:  $\angle AOl$

2. Рис. 160.  $ABCD$  – трапеция.

Найти: углы трапеции.

3. Рис. 161.  $ABCD$  – трапеция,  $BE \parallel CD$ .

Найти: углы трапеции.

4. Рис. 162.  $ABCD$  – трапеция.

Найти:  $BC$ .

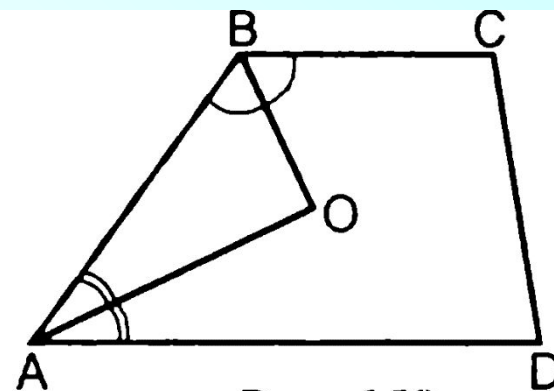


Рис. 159

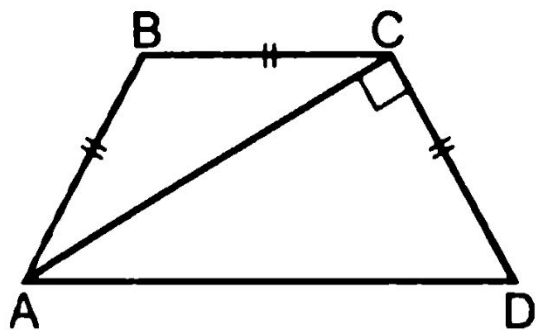


Рис. 160

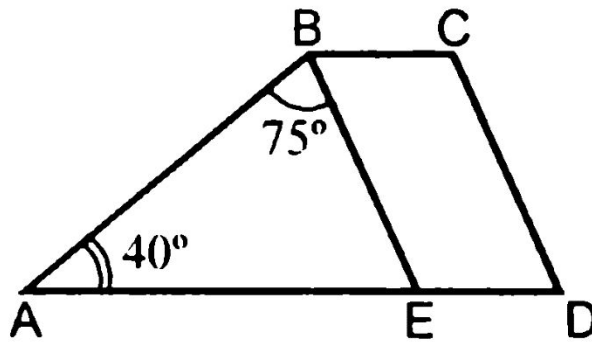


Рис. 161

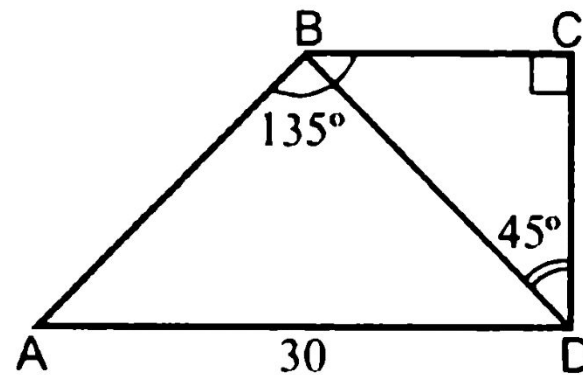


Рис. 162

# Решение задач по готовым чертежам

5. Рис. 163.  $ABCD$  – трапеция,  $AD = 15$ .  
Найти:  $CE$ .
6. Рис. 164.  $ABCD$  – трапеция,  $AD = 15$ .  
Найти:  $P_{ABCD}$ .
7. Рис. 165.  $ABCM$  – трапеция,  $AM = 7$ .  
Найти:  $CM$ .
8. Рис. 166.  $ABCD$  – трапеция.  
Найти:  $\angle C$ .
9. Рис. 167.  $ABCD$  – трапеция.  
Найти:  $AE$  и  $AD$ .

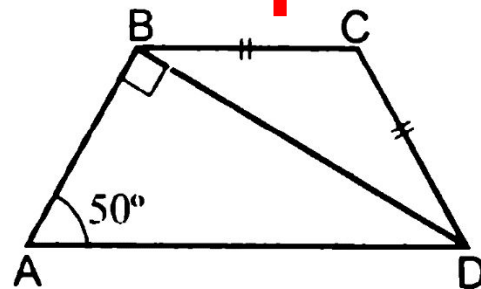


Рис. 166

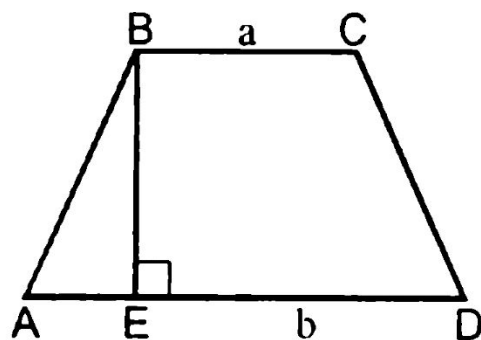


Рис. 167

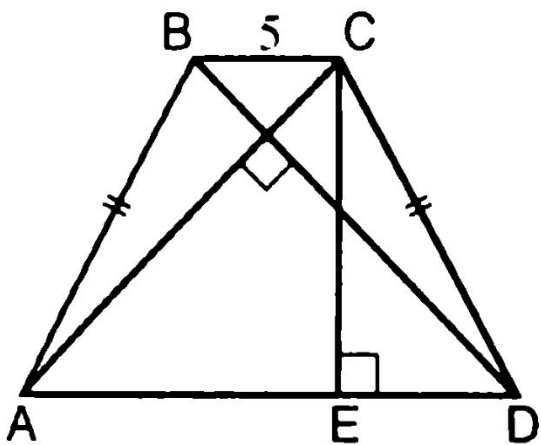


Рис. 163

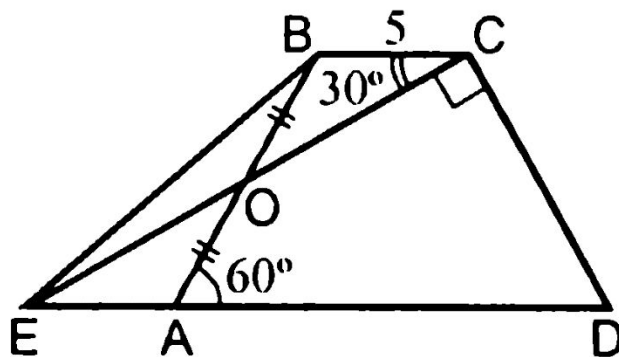


Рис. 164

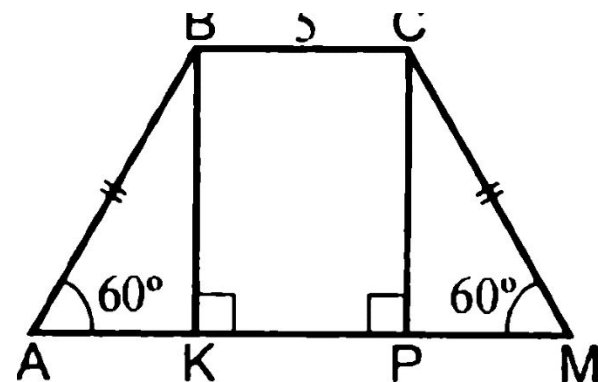


Рис. 165

**Ответы к задачам:**

1.  $\angle AOB = 90^\circ$ .

2.  $\angle A = \angle D = 60^\circ$ ,  $\angle B = \angle C = 120^\circ$ .

3.  $\angle A = 40^\circ$ ,  $\angle D = 65^\circ$ ,  $\angle C = 115^\circ$ ,  $\angle B = 140^\circ$ .

4.  $BC = 15$ .

5.  $CE = 10$ .

6.  $P_{ABCD} = 40$ .

7.  $CM = 2$ .

8.  $\angle C = 100^\circ$ .

9.  $AE = b - a$ ,  $AD = 2b - a$ .

# Решение задач по готовым чертежам

1. Рис. 168.  $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$ ;

$AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$ ;

$AB_4 = 20$  см.

Найти:  $B_2B_3$ .

2. Рис. 169. Дано:  $EF \parallel AC$ .

Найти:  $P_{ABC}$

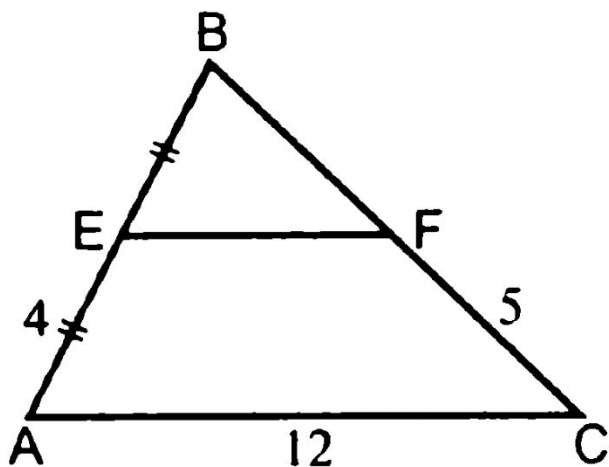


Рис. 169

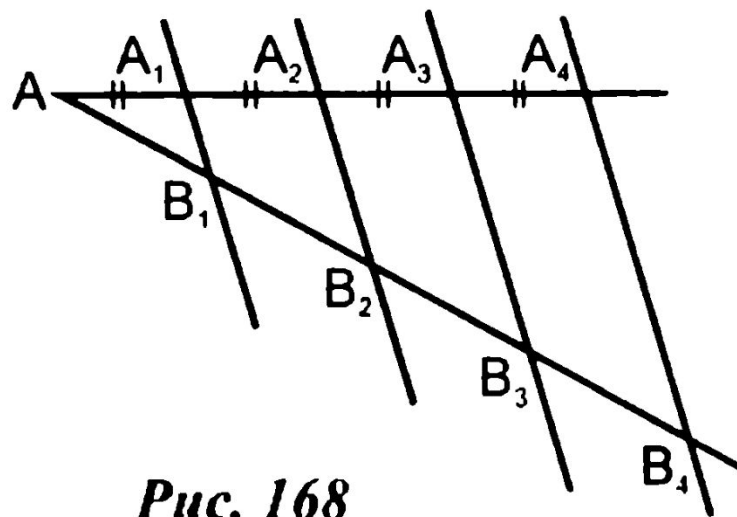


Рис. 168



# Решение задач по готовым чертежам

3. Рис. 170.  $ABCD$  – трапеция.

Доказать:  $AO = CO$ .

4. Рис. 171.  $ABCD$  – трапеция,  $MK \parallel BE \parallel CD$ ,  $AD = 16$ .

Найти:  $AK$ .

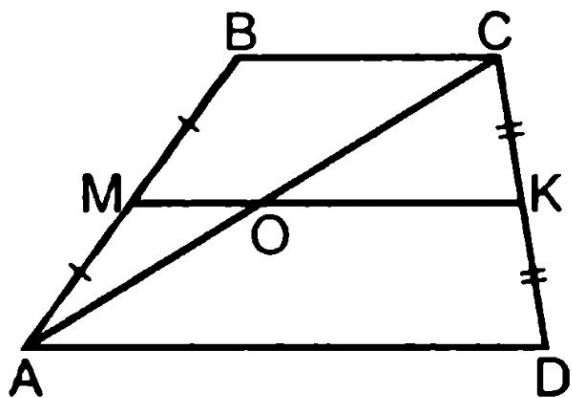


Рис. 170

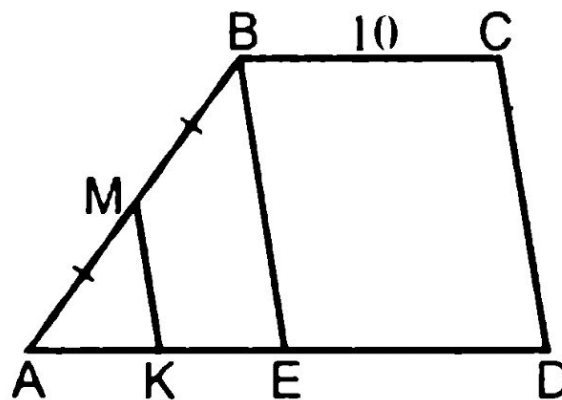
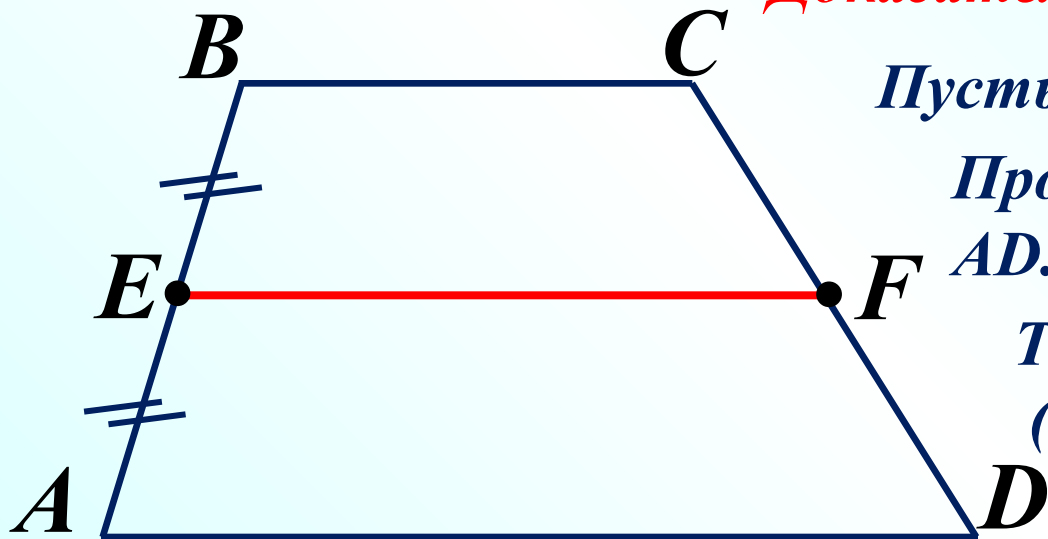


Рис. 171

## №386

*Докажите, что отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции, параллелен основаниям трапеции.*

### *Доказательство*



*Пусть  $E$  – середина  $AB$ .*

*Проведем  $EF \parallel BC \parallel AD$ .*

*Точка  $F$  – середина  $CD$   
(по теореме Фалеса).*

*Докажем, что  $EF$  – единственный*

*Через точки  $E$  и  $F$  можно провести только одну прямую (аксиома) т. е. отрезок, соединяющий середины боковых сторон трапеции  $ABCD$  параллелен основаниям.*

*ч. т. д.*

## №431

# Самостоятельная работа

## I вариант

1. В равнобедренной трапеции диагональ составляет с боковой стороной угол в  $120^\circ$ . Боковая сторона равна меньшему основанию. Найдите углы трапеции.
2. В прямоугольной трапеции острый угол и угол, который составляет меньшая диагональ с меньшим основанием, равны по  $60^\circ$ . Найдите отношение оснований.
3. Середина отрезка  $BD$  является центром окружности с диаметром  $AC$ , причем точки  $A, B, C, D$  не лежат на одной прямой. Докажите, что  $ABCD$  – параллелограмм.

## II вариант

1. В равнобедренной трапеции большее основание в два раза превосходит меньшее. Середина большего основания удалена от вершины тупого угла на расстояние, равное длине меньшего основания. Найдите углы трапеции.
2. В прямоугольной трапеции диагональ перпендикулярна к боковой стороне, острый угол равен  $45^\circ$ . Найдите отношение оснований.
3. Дан параллелограмм  $ABCD$ . На продолжении диагонали  $AC$  за вершины  $A$  и  $C$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно так, что  $AM = CN$ . Докажите, что  $MBND$  – параллелограмм.

# Самопроверка

## I вариант

1. Рис. 176.

Докажи, что  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ .  $\angle C = \angle ABC = 120^\circ + \angle 1$ ;  
 $\angle C + \angle CDA = 180^\circ$ , тогда  $\angle 1 + 120^\circ + 2 \cdot \angle 1 = 180^\circ$ ,  $\angle 1 = 20^\circ$ ,  
значит,  $\angle A = \angle CDA = 40^\circ$ ,  $\angle ABC = \angle C = 140^\circ$ .

2. Рис. 177.

Докажи, что  $\angle CAD = 60^\circ$ ,  $\triangle ACD$  – равносторонний.

В  $\triangle ABC$   $BC = AC/2 = AD/2$ .  $BC : AD = 1 : 2$ .

3. См. рис. 130. В четырехугольнике  $ABCD$  диагонали точкой пересечения делятся пополам, значит  $ABCD$  – параллелограмм.

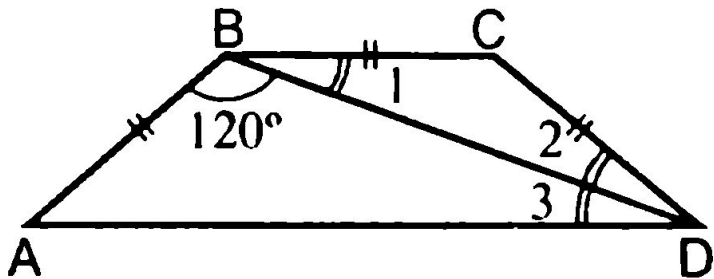


Рис. 176

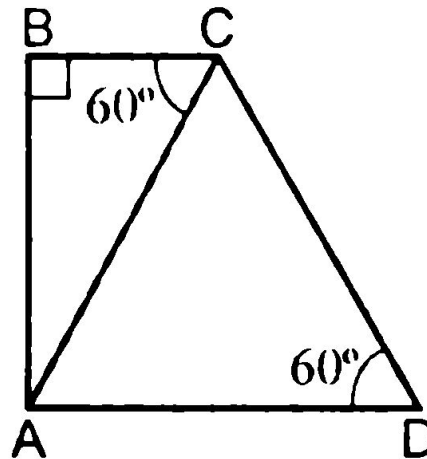


Рис. 177

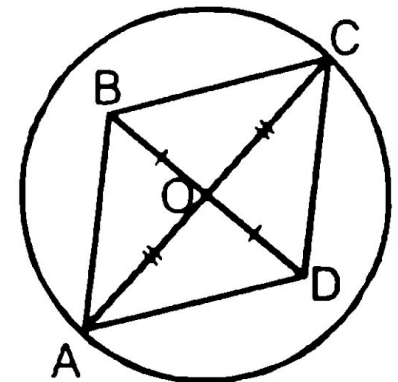


Рис. 130

# Самопроверка

## II вариант

1. Рис. 178.

Докажи, что  $\triangle BCK$  – равносторонний, тогда  $\angle CBK = 60^\circ$ ,  $\angle KBA + \angle BAK = 120^\circ$ ,  $\angle KBA = \angle BAK = 60^\circ$ , значит  $\angle A = \angle D = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ$ .

2. Рис. 179.

Проведи  $CK \perp AD$  и докажи, что  $BC = AB = CK = AK = AD/2$ .

$BC : AD = 1 : 2$ .

3. См. рис. 133.  $ABCD$  – параллелограмм, тогда  $AO = CO$ ,  $BO = DO$ . В четырехугольнике  $MBND$  диагонали точкой пересечения делятся пополам, значит  $MBND$  – параллелограмм.

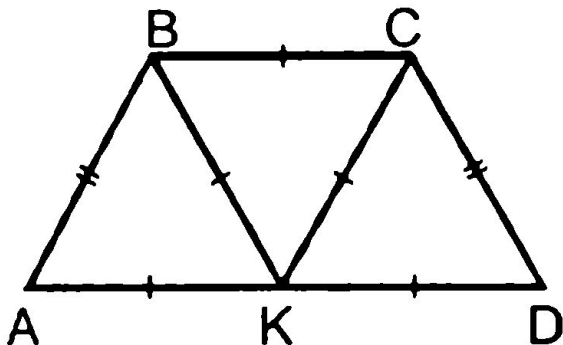


Рис. 178

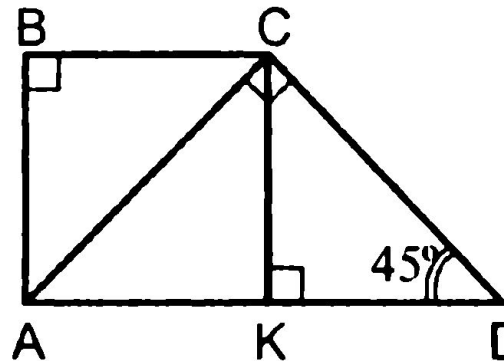


Рис. 179

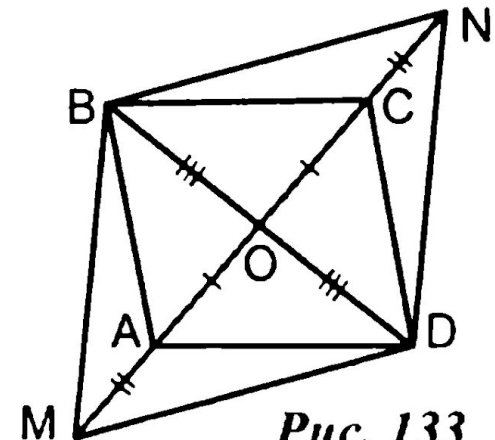


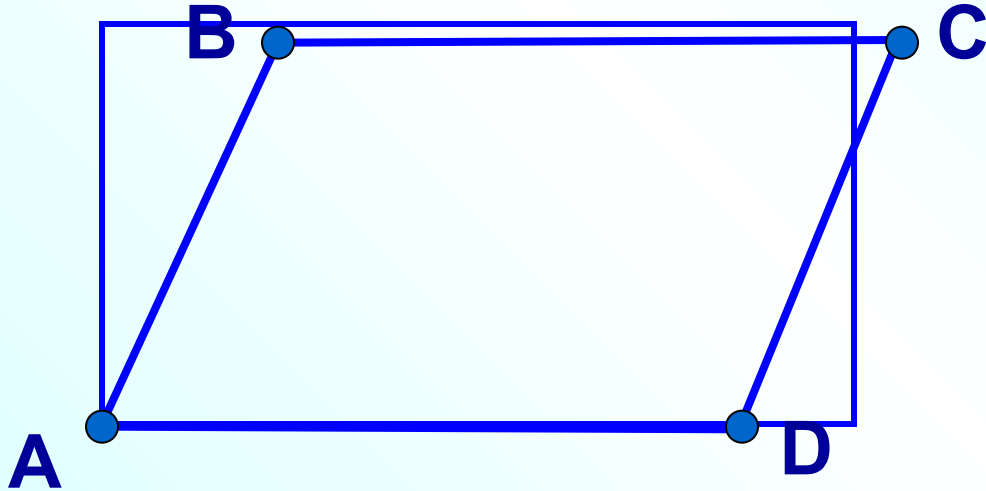
Рис. 133

# Прямоугольник

Геометрия 8 класс

ромб, квадрат

Прямоугольником называется **параллелограмм**, у которого все углы прямые.

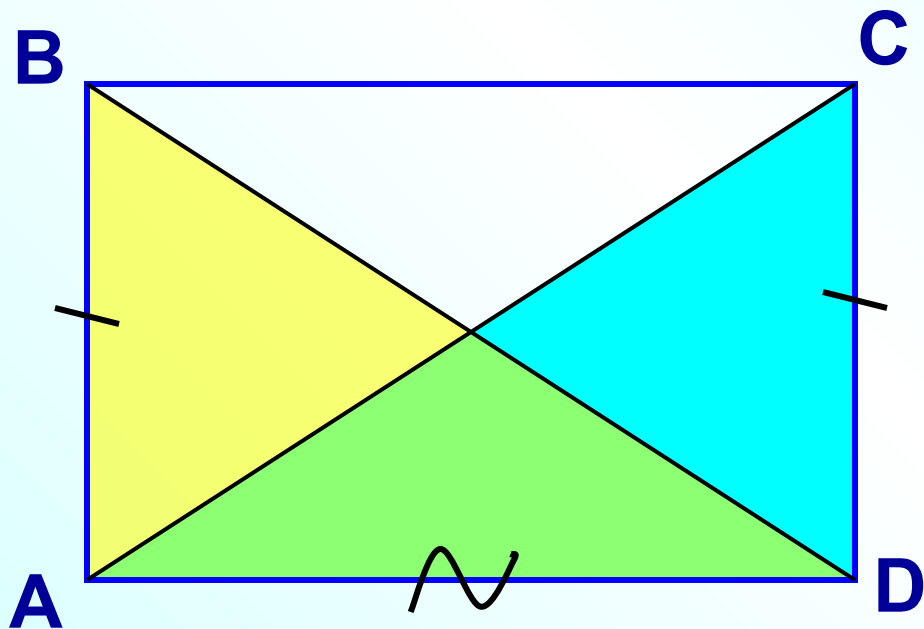


**Для прямоугольника выполняются свойства параллелограмма**

- 1<sup>0</sup>. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.
- 2<sup>0</sup>. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

## Особое свойство прямоугольника.

Диагонали прямоугольника равны.



**Дано:** ABCD  
прямоугольник

**Доказать:**  $AC = BD$

**Доказательство:**

AD – общая сторона

$AB = CD$ , как противоположащие стороны

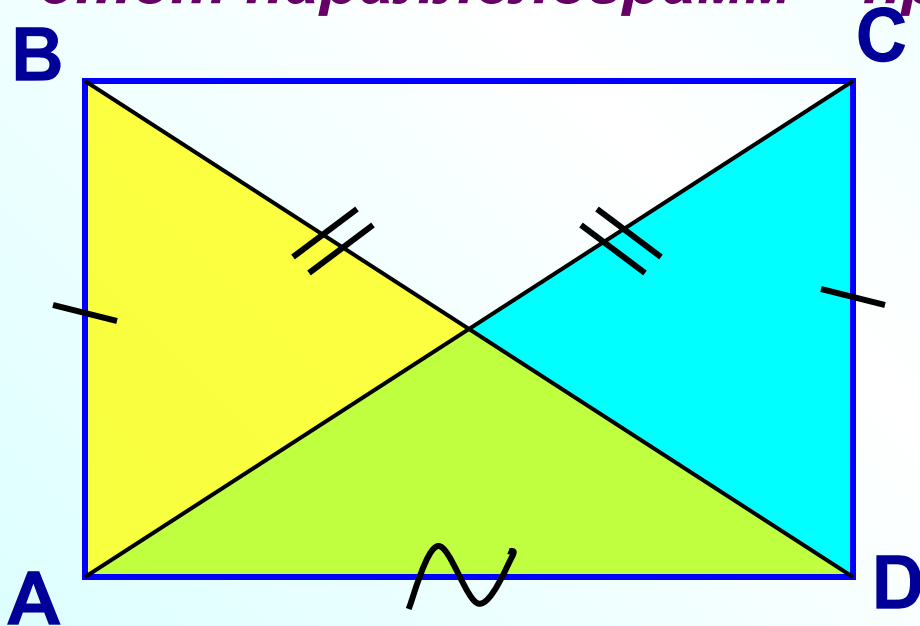
$\triangle ACD = \triangle DBA$  по катетам

Значит,  $AC = BD$ .



## Обратное утверждение – признак прямоугольника.

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм – прямоугольник.



**Дано:** ABCD

параллелограмм

$$AC = BD$$

**Доказать:** ABCD

прямоугольник

**Доказательство:**

AD – общая сторона

AC = BD по условию

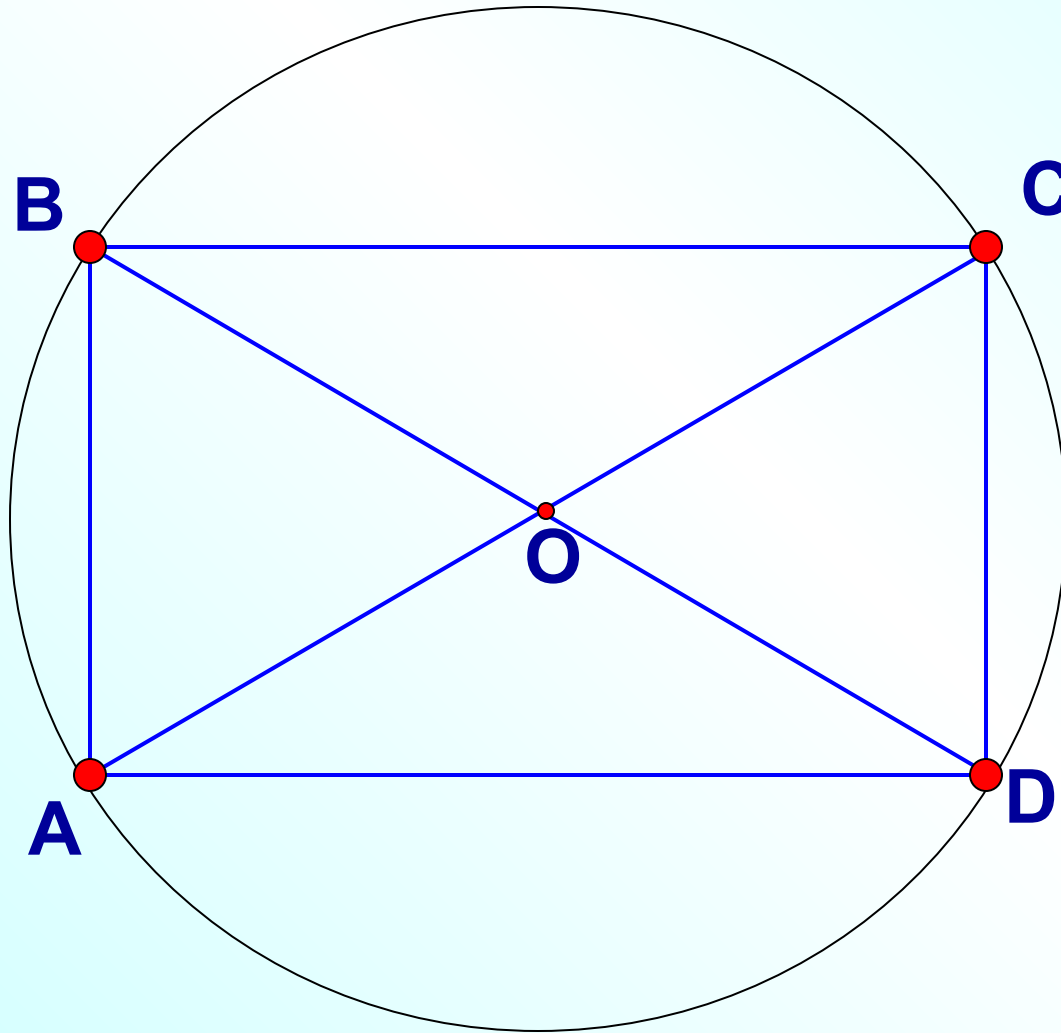
AB=CD, как противоположащие стороны параллелограмма

$\triangle ACD = \triangle DBA$  по трем сторонам

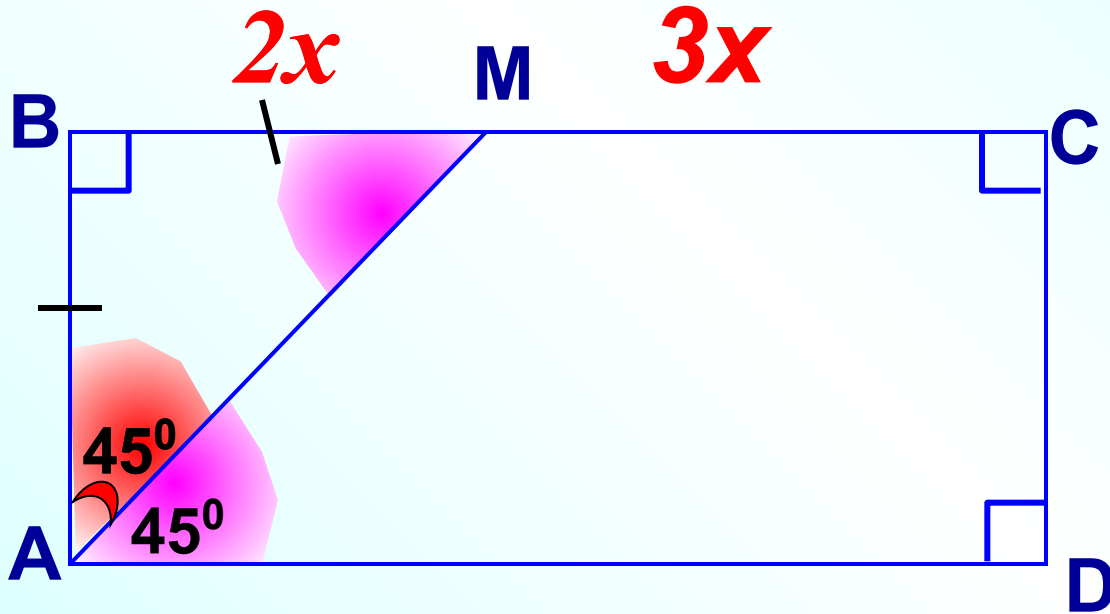
Значит,  $\angle A = \angle D$ . Тогда,  $\angle A = \angle C$  и  $\angle D = \angle B$

Сумма углов четырехугольника  $360^\circ$ , значит, все углы равны  $90^\circ$

Докажите, что параллелограмм  $ABCD$  - прямоугольник



В прямоугольнике ABCD проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке M, причем  $BM : MC = 2 : 3$ . Найдите BC, если периметр ABCD равен 56 см.



$$P = 56 \text{ см}$$

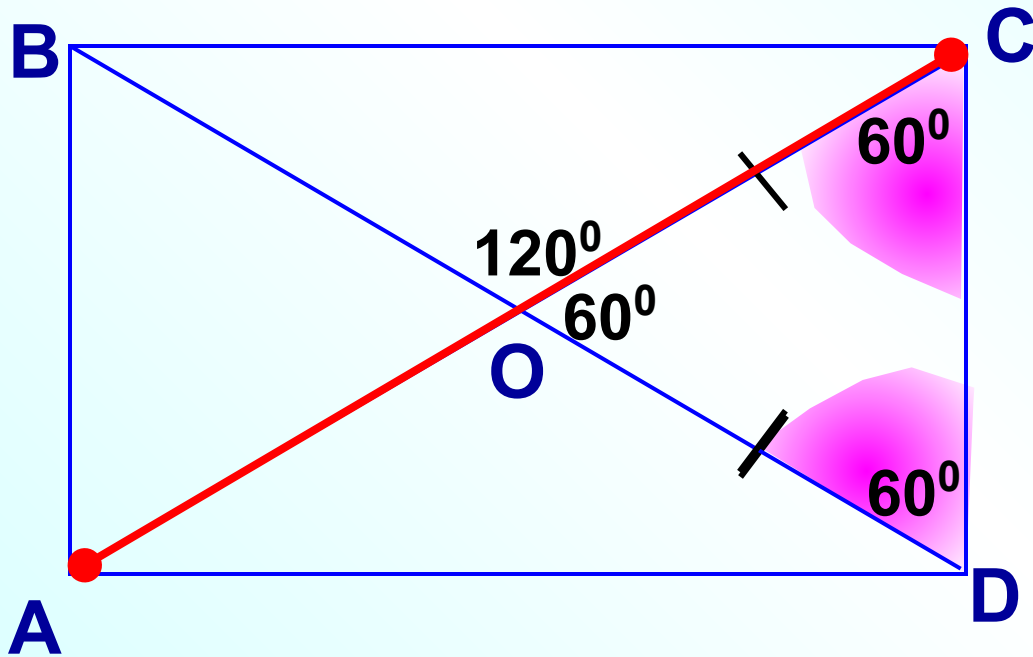
$$2(2x + 2x + 3x) = 56$$

$$p = 28 \text{ см}$$

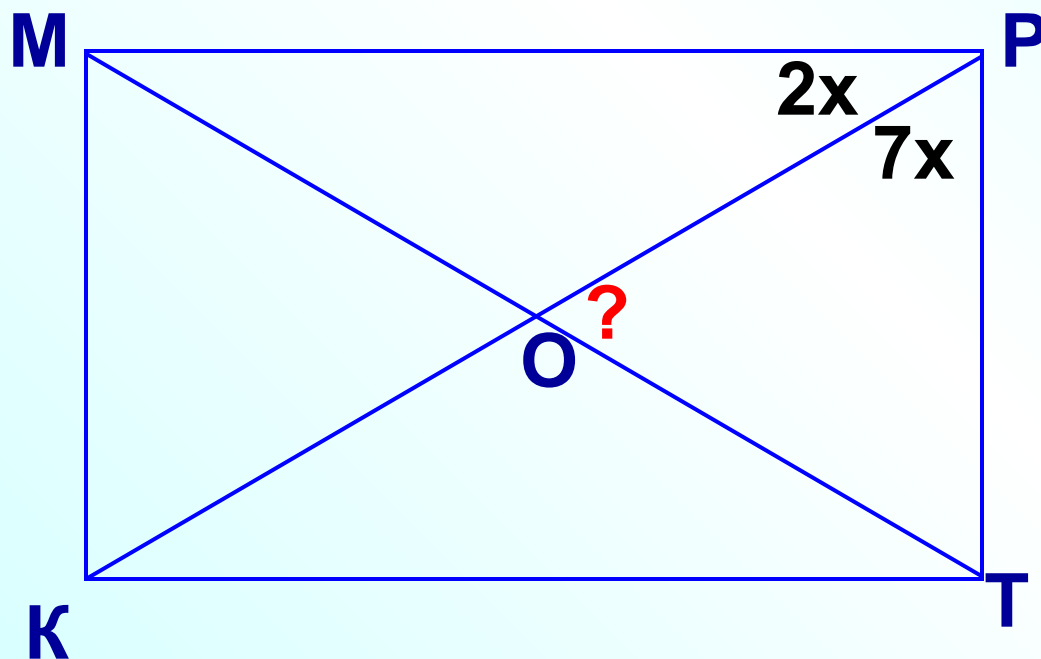
$$2x + 2x + 3x = 28$$

В прямоугольнике один из углов, образованных диагоналями, равен  $120^\circ$ , а меньшая сторона прямоугольника равна 9 см.

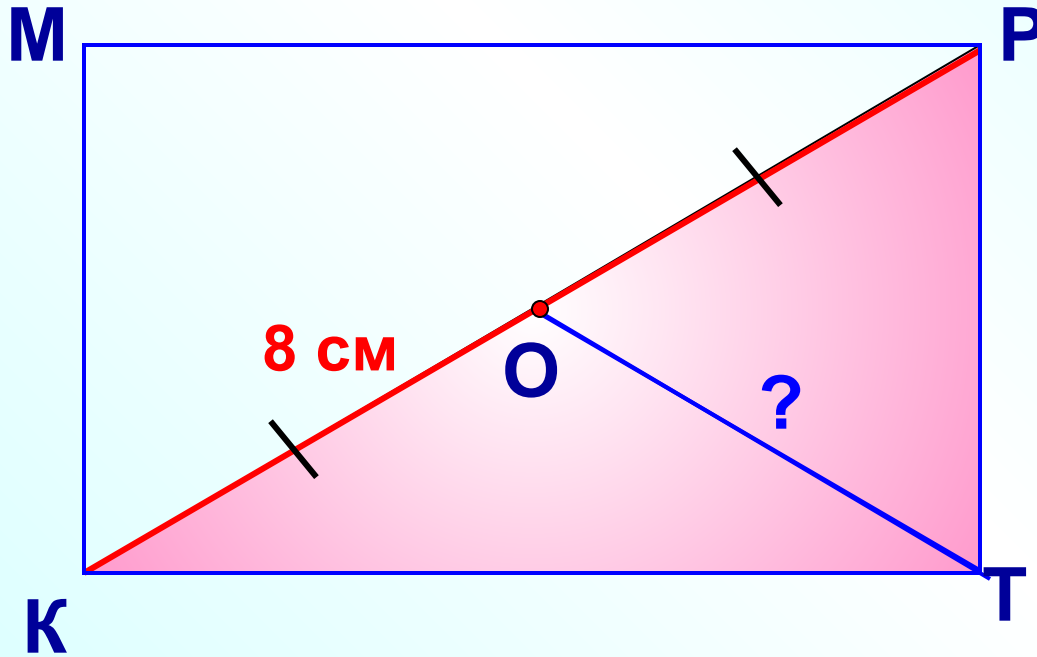
Найдите диагональ прямоугольника.



Найдите острый угол между диагоналями прямоугольника, если одна из них делит угол при вершине прямоугольника в отношении  $2 : 7$ .

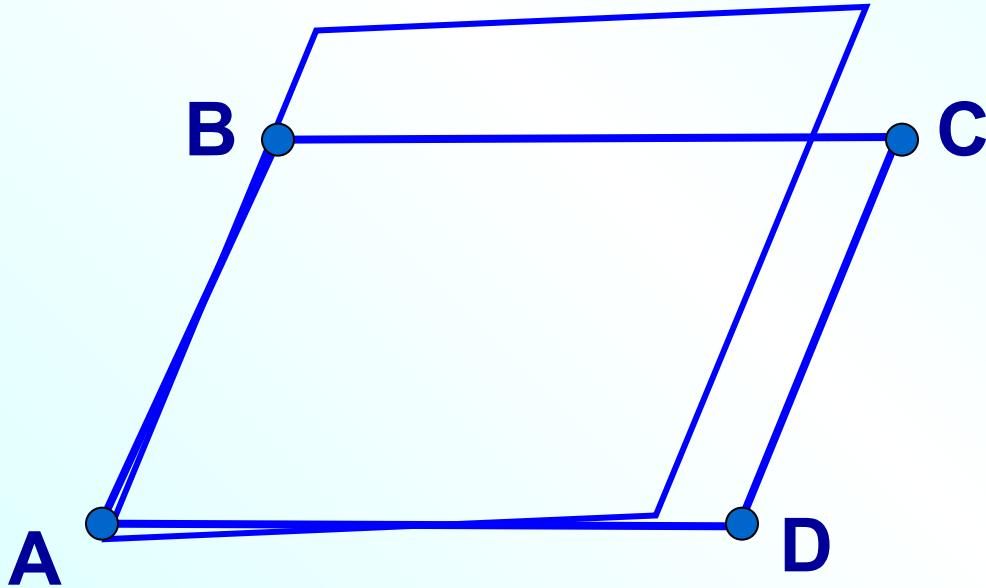


Диагональ  $KP$  прямоугольника  $KMPT$  равна 8 см. Найдите медиану треугольника  $TKP$ , проведенную к его большей стороне.



Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

**Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.**

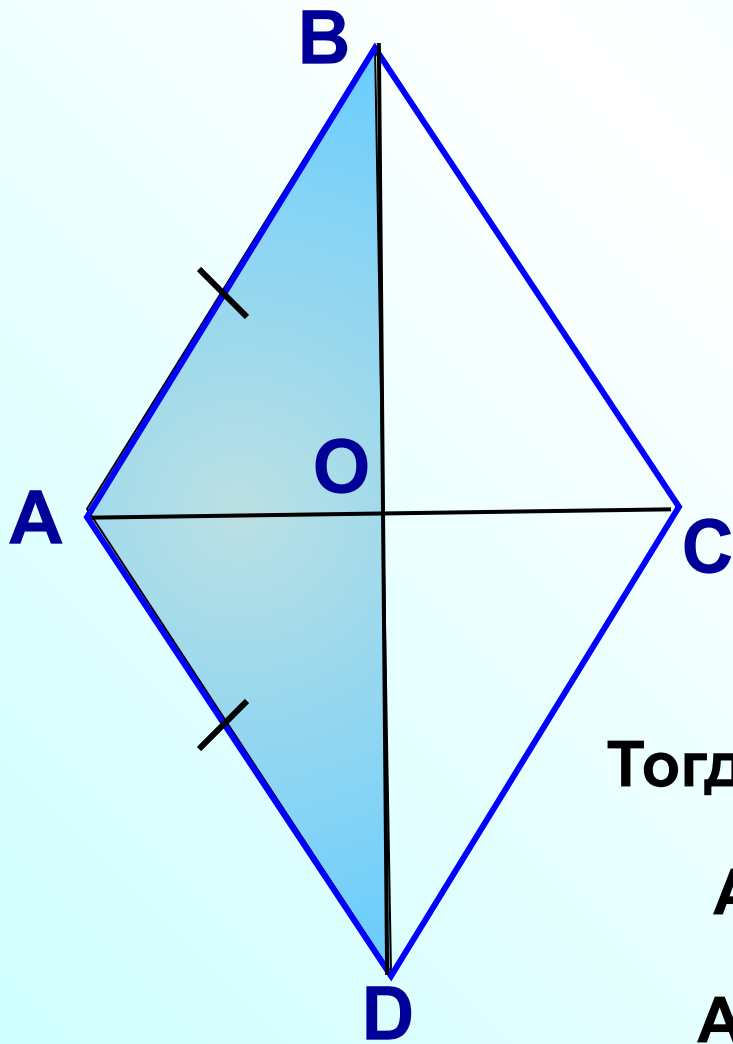


**Для ромба выполняются свойства параллелограмма**

- 1<sup>0</sup>. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.
- 2<sup>0</sup>. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

## Особое свойство ромба.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам



**Дано:** ABCD ромб

**Доказать:**  $AC \perp BD$

$\angle BAC = \angle DAC$

**Доказательство:**

AB=AD по определению ромба  
 $\triangle ABD$  р/б

Так как ромб – параллелограмм,  
то  $BO=DO$ .

Тогда, AO – медиана

AO – высота

$AC \perp BD$

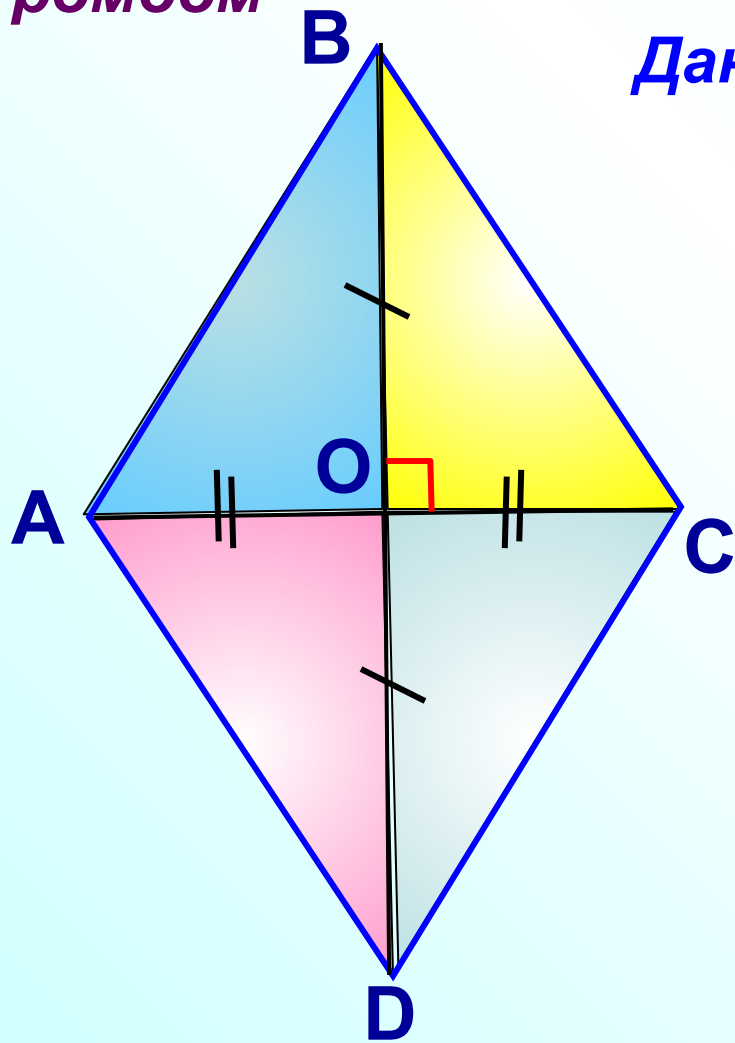
AO - биссектриса

$\angle BAC = \angle DAC$



## № 408. Признак ромба.

Если диагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны, то параллелограмм является ромбом



**Дано:** ABCD параллелограмм

$AC \perp BD$

**Доказать:** ABCD ромб

**Доказательство:**

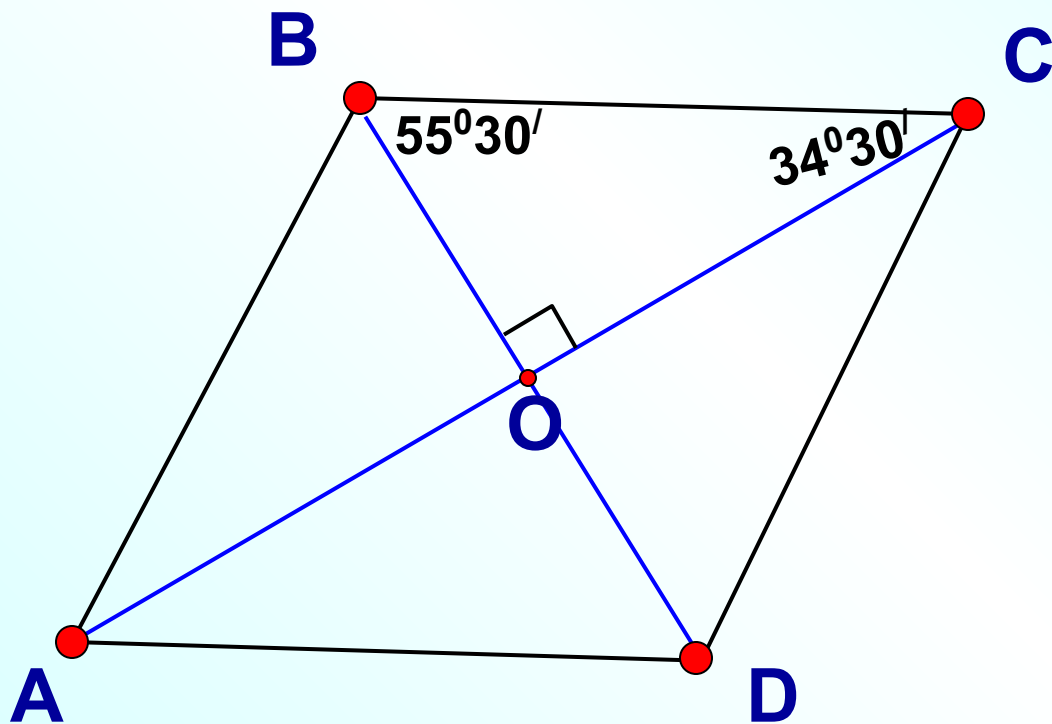
$\triangle ABO = \triangle CBO = \triangle CDO = \triangle DAO$

По катетам

$AB = BC = CD = DA$

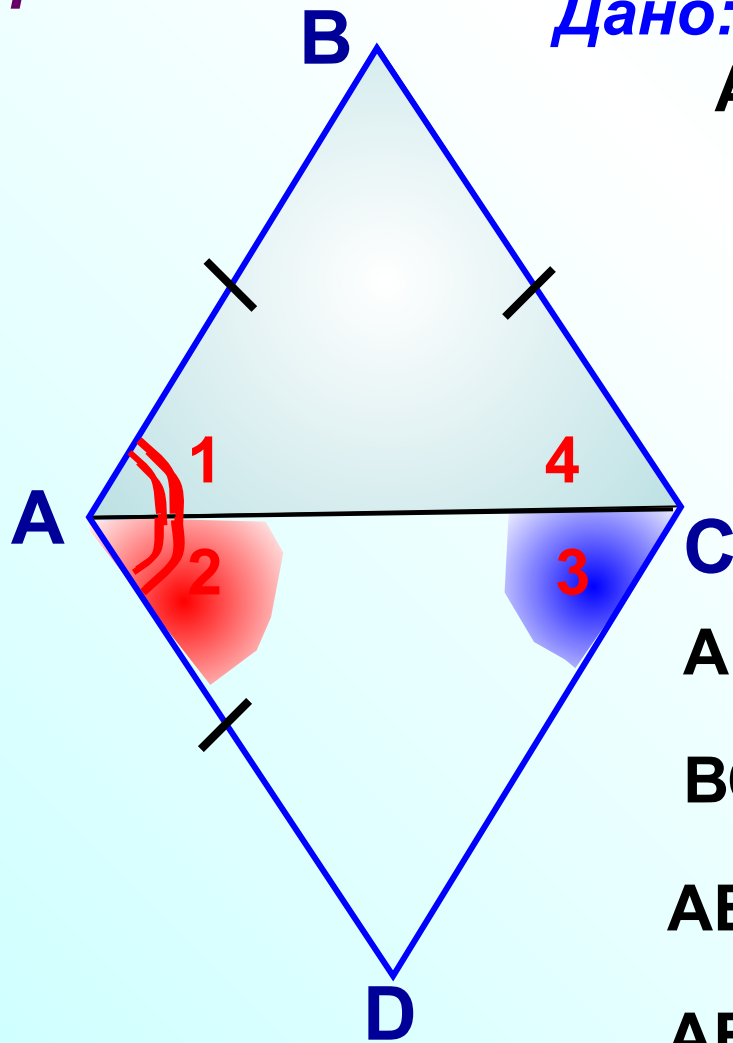
ABCD ромб по определению

Докажите, что параллелограмм ABCD - ромб



## № 408. Признак ромба.

Если диагональ параллелограмма является биссектрисой его угла, то параллелограмм является ромбом



**Дано:** ABCD параллелограмм  
AC – биссектриса угла BAD

**Доказать:** ABCD ромб

**Доказательство:**

$$\angle 3 = \angle 1 = \angle 2 = \angle 4 \quad \text{обоснуй}$$

$\triangle ABC$  р/б

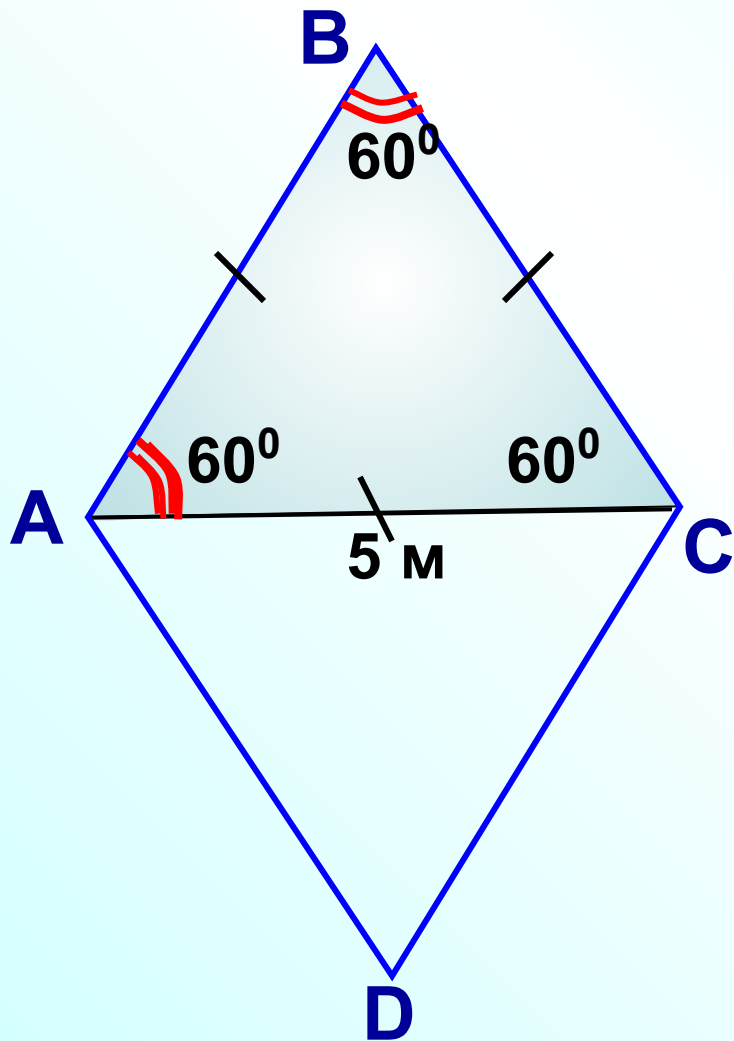
$AD = BC$ , т.к. ABCD параллелограмм

$BC = BA$ , т.к.  $\triangle ABC$  р/б

$AB = DC$ , т.к. ABCD параллелограмм

ABCD ромб по определению

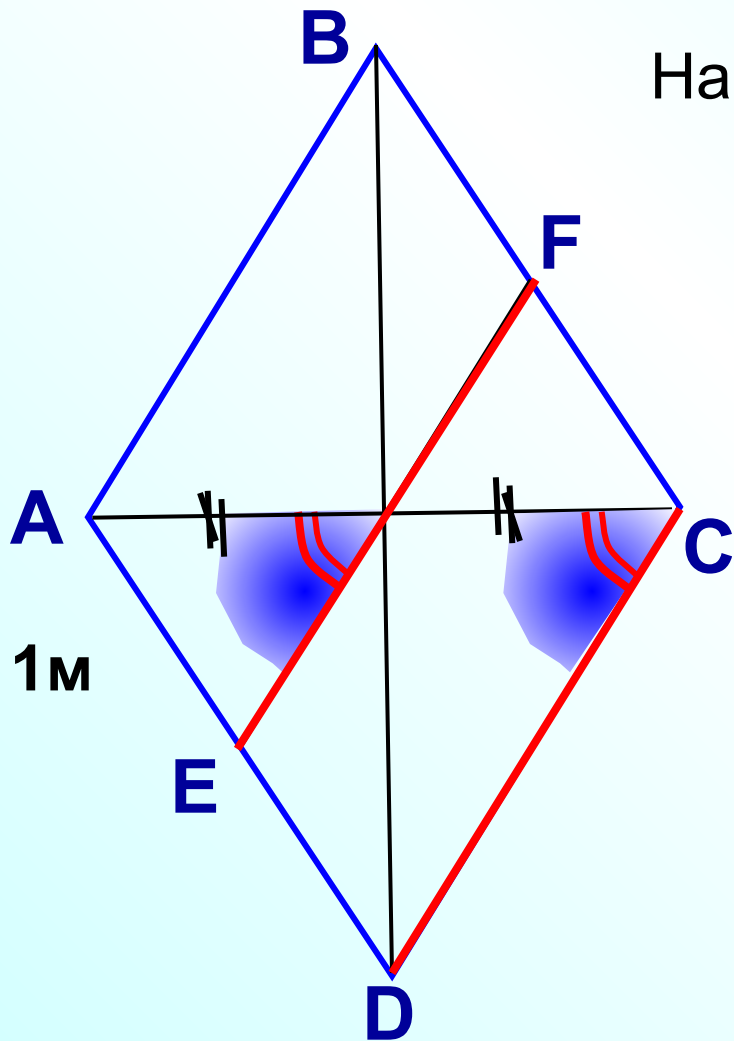
## Упражнения по планиметрии на готовых чертежах



Найдите периметр ромба.

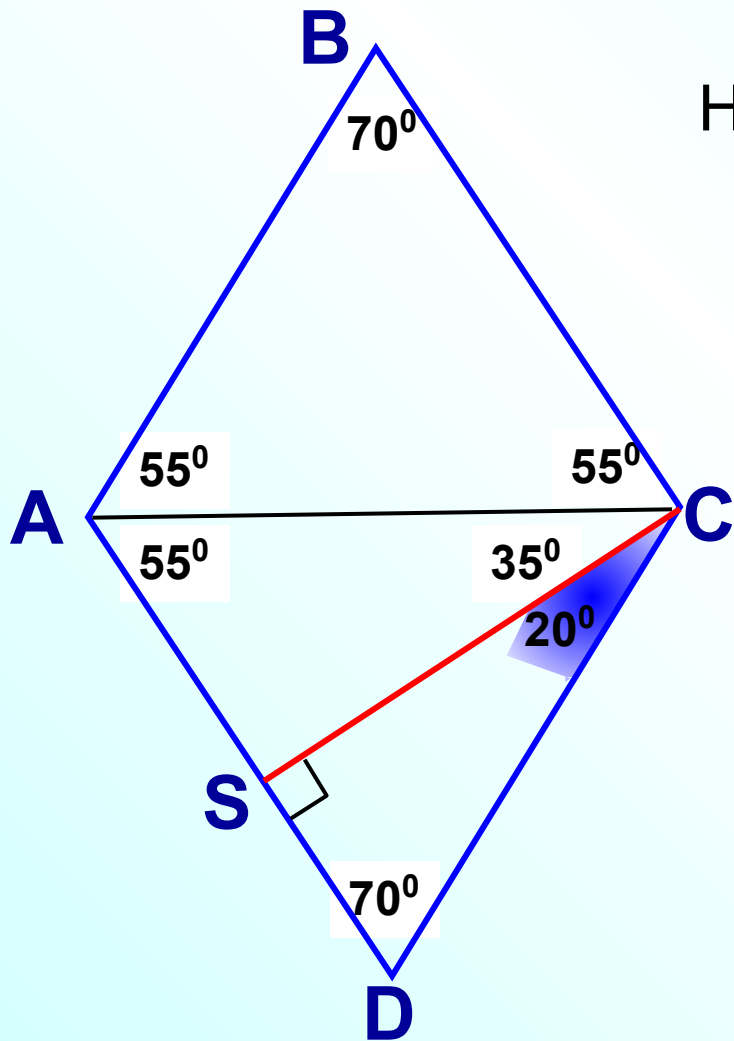
## Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите периметр ромба.  $EA = 1$  м

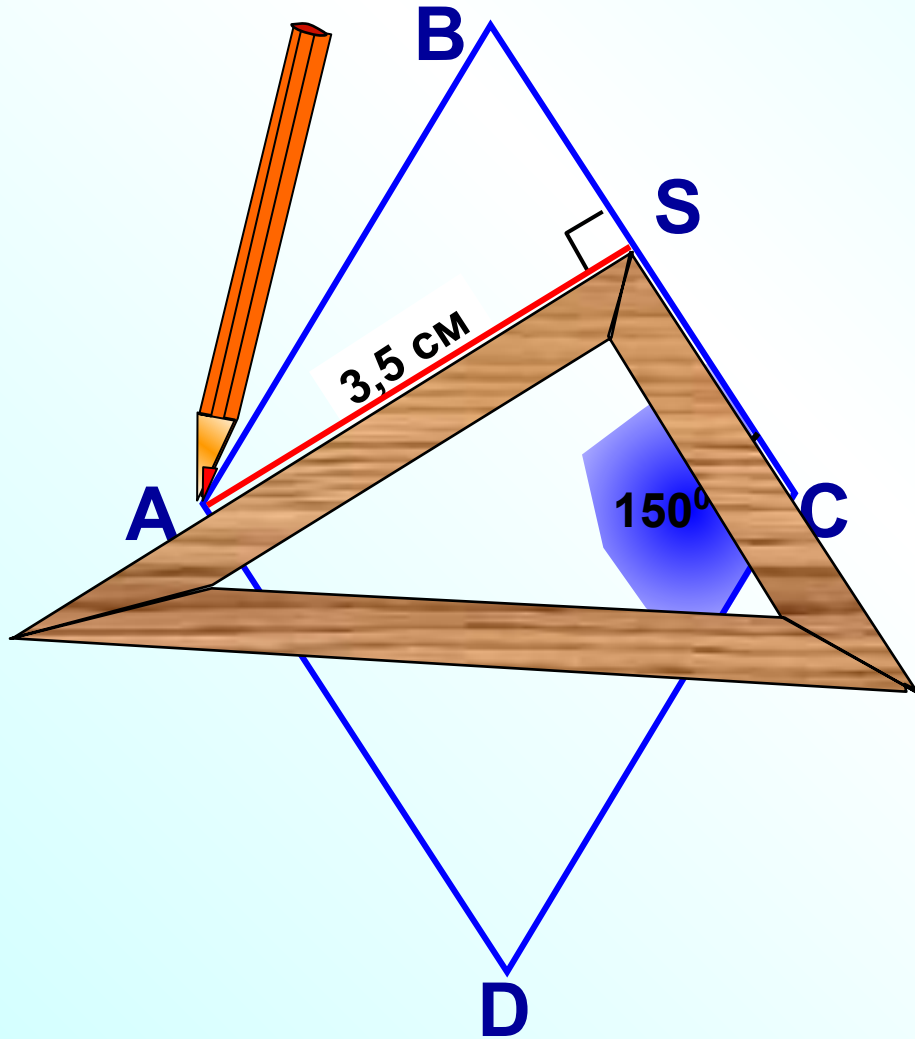


## Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите все неизвестные углы.

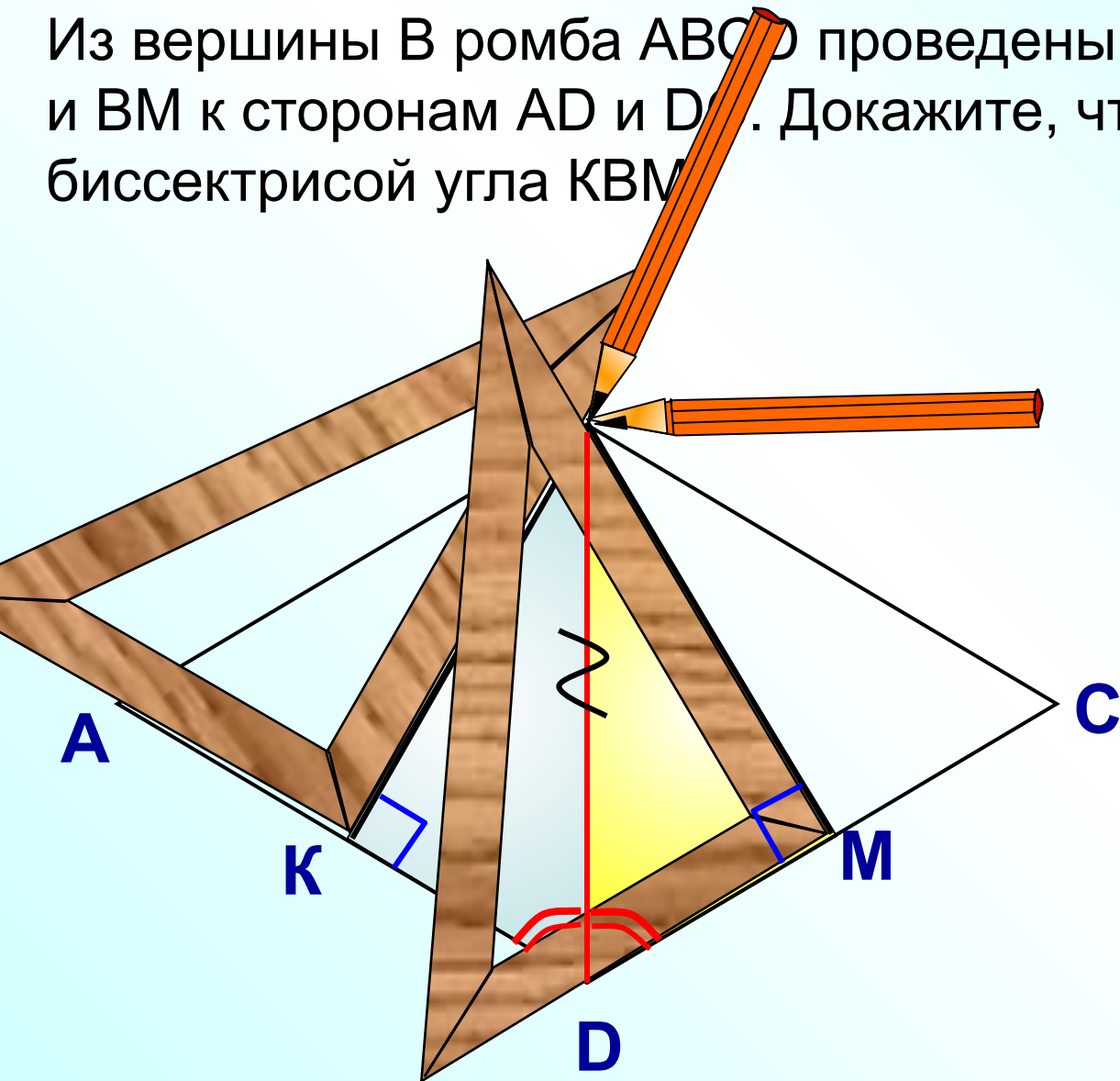


Один из углов ромба  $150^\circ$ , а его высота равна 3,5 см.  
найдите периметр ромба.

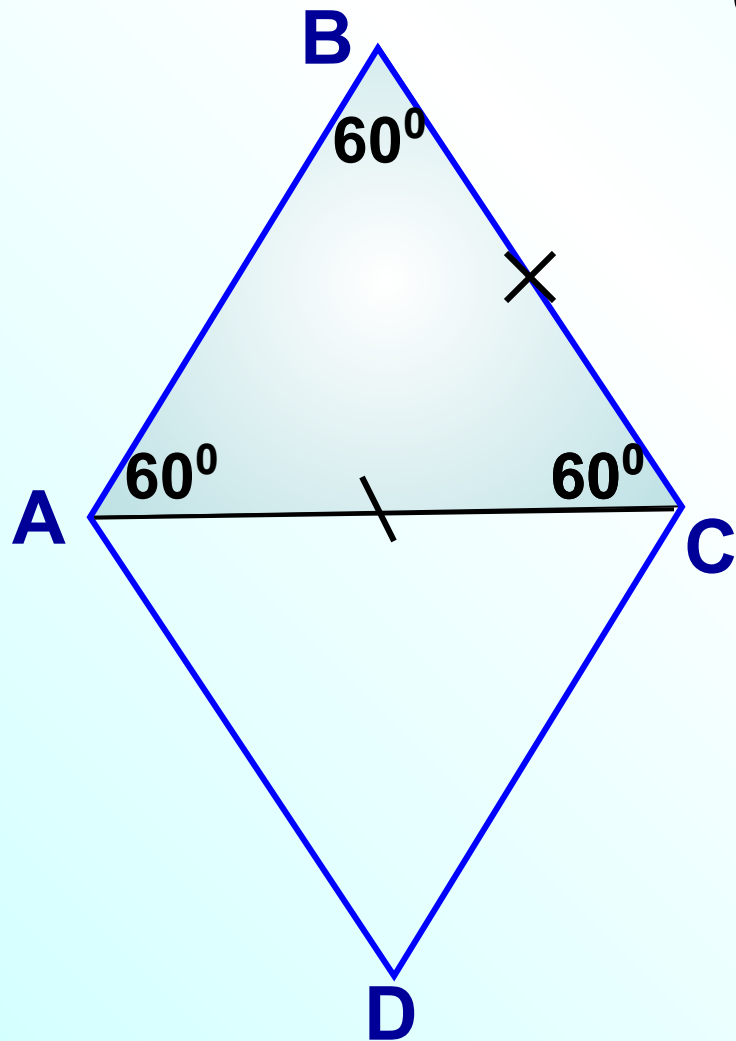


№ 433.

Из вершины  $B$  ромба  $ABCD$  проведены перпендикуляры  $BK$  и  $BM$  к сторонам  $AD$  и  $DC$ . Докажите, что луч  $BD$  является биссектрисой угла  $KBM$ .

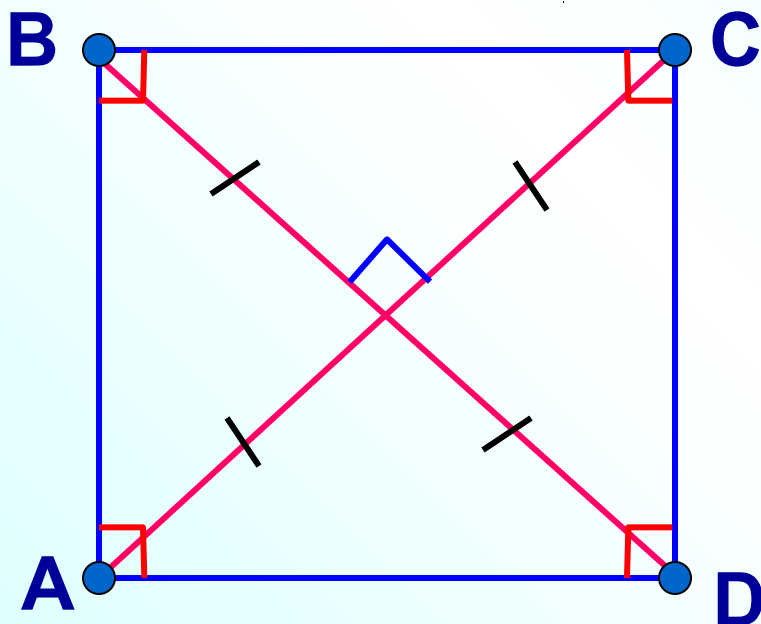






Сторона ромба равна одной из его диагоналей. Чему равна величина большего угла этого ромба.

**Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.**

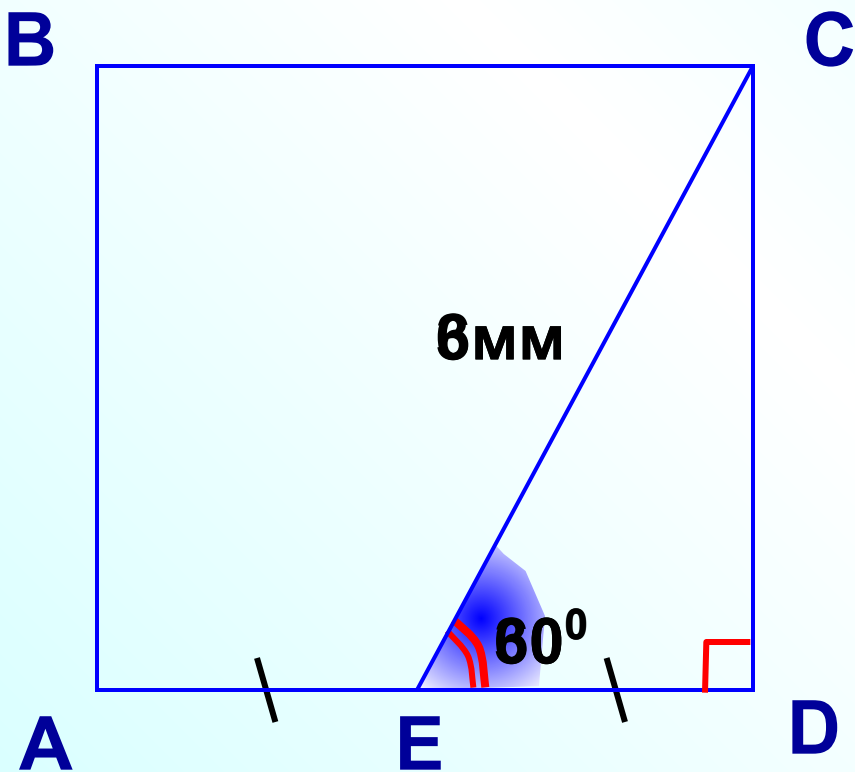


Прямоугольник является параллелограммом, поэтому и квадрат является параллелограммом, у которого все стороны равны, т.е. ромбом. Отсюда следует, что квадрат обладает всеми свойствами прямоугольника и ромба.

- 1<sup>0</sup>. Все углы квадрата прямые.
- 2<sup>0</sup>. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам.

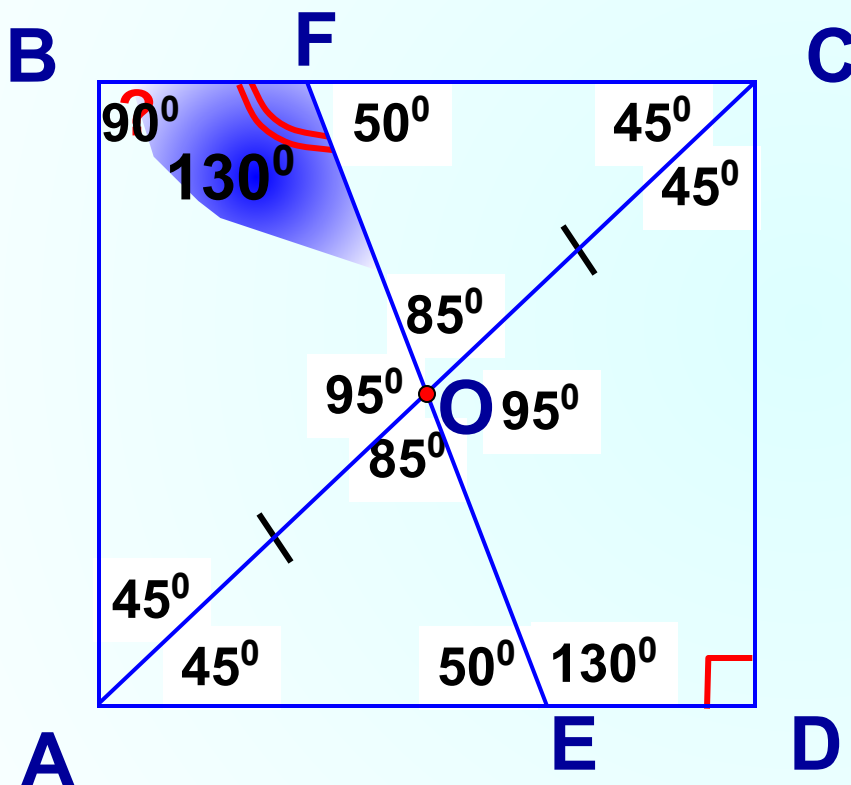
## Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите периметр квадрата.

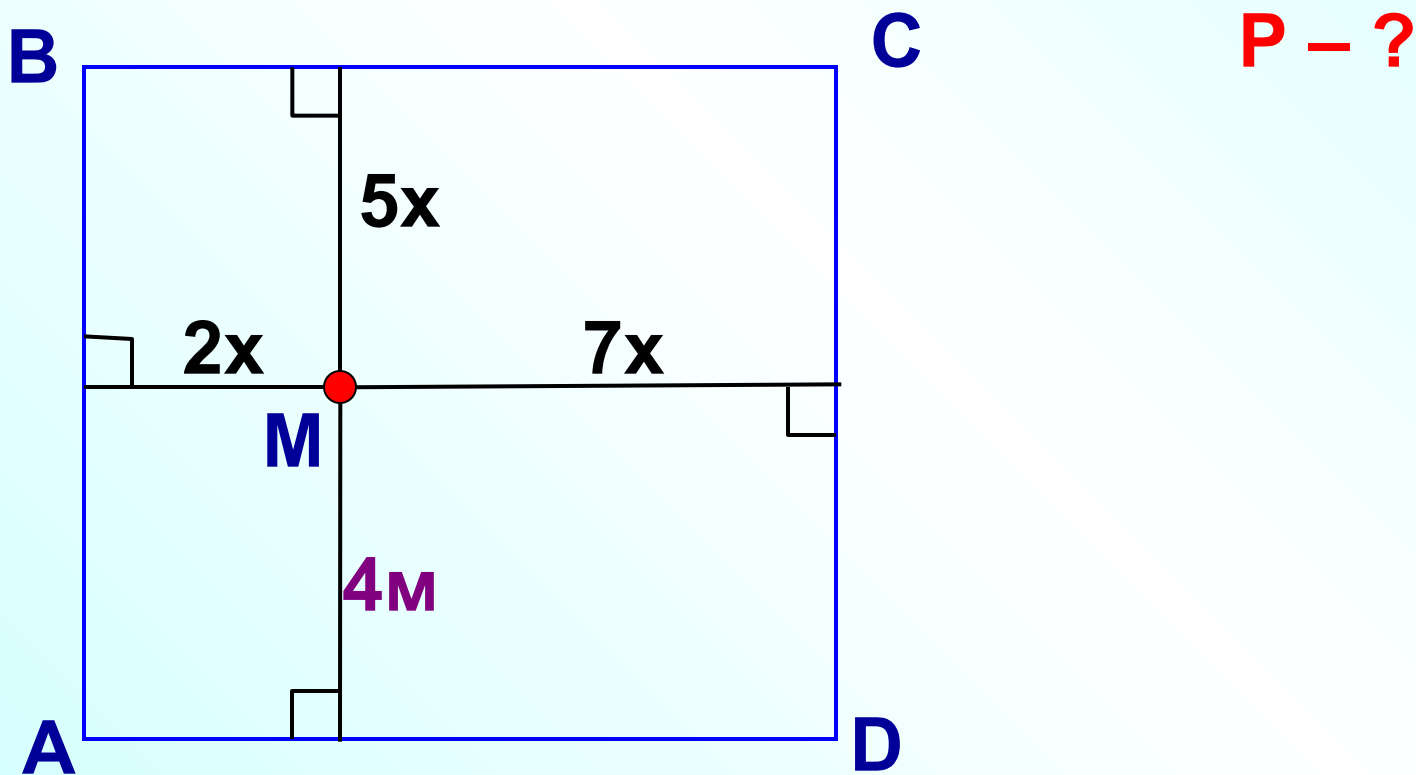


## Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите все неизвестные углы квадрата.



Точка  $M$  расположена во внутренней области квадрата  $ABCD$  так, что расстояния от нее до сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  пропорциональны соответственно числам 2, 5 и 7, а расстояние от  $M$  до прямой  $AD$  равно 4 м. Найдите периметр этого квадрата.



*Домашнее задание:*

**П. 45, 46 учить**

**П.47 выучить самостоятельно**

**№403, №406**

*Знать ответы на вопросы:*

**№1-20 после главы 5 стр. 114**

# *Домашнее задание:*

**П. 45, 46, 47 учить  
№407, №412**

*Знать ответы на вопросы:*

***№1-20 после главы 5 стр. 114***

# Решить:

## Задачи

1. Диагонали ромба  $KMNP$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите углы треугольника  $KOM$ , если угол  $MNP$  равен  $80^\circ$ .

2. В параллелограмме  $KMNP$  проведена биссектриса угла  $MKP$ , которая пересекает сторону  $MN$  в точке  $E$ . а) Докажите, что треугольник  $KME$  равнобедренный. б) Найдите сторону  $KP$ , если  $ME = 10$  см, а периметр параллелограмма равен 52 см.

3. Через вершину  $C$  прямоугольника  $ABCD$  проведена прямая, параллельная диагонали  $BD$  и пересекающая прямую  $AB$  в точке  $M$ . Через точку  $M$  проведена прямая, параллельная диагонали  $AC$  и пересекающая прямую  $BC$  в точке  $N$ . Найдите периметр четырехугольника  $ACMN$ , если диагональ  $BD$  равна 8 см.

4. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $M$ , лежащей на стороне  $BC$ . Луч  $DM$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $N$ . Найдите периметр параллелограмма  $ABCD$ , если  $AN = 10$  см.



# Решение задач по готовым чертежам

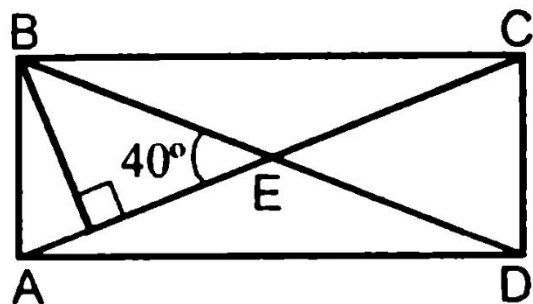


Рис. 199

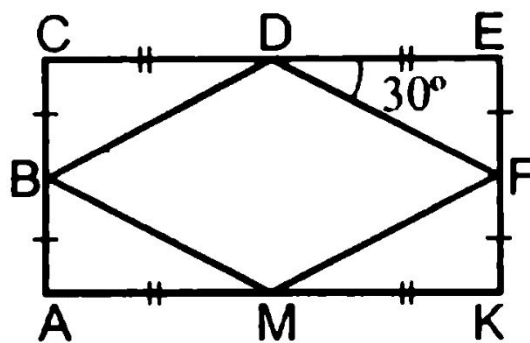


Рис. 200

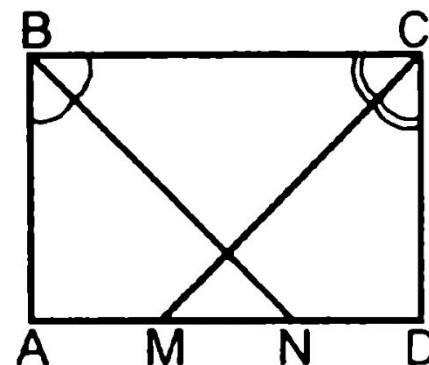


Рис. 201

1. Рис. 199.  $ABCD$  – прямоугольник.  
Найти:  $\angle ABF$ .
2. Рис. 200.  $ACEK$  – прямоугольник,  $BC = 5$  см.  
Найти:  $P_{BDFM}$ .
3. Рис. 201.  $ABCD$  – прямоугольник.  
Доказать:  $AM = ND$ .

# Решение задач по готовым чертежам

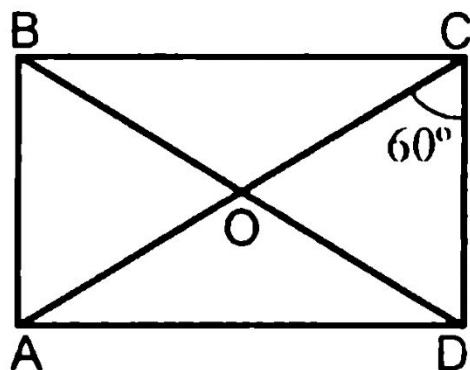


Рис. 202

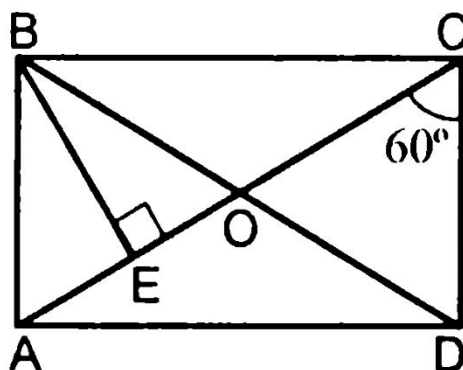


Рис. 203

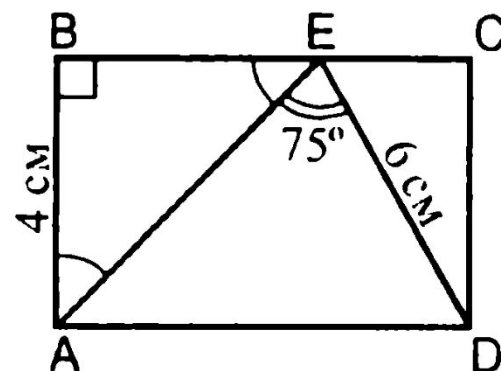


Рис. 204

4. Рис. 202.  $ABCD$  – прямоугольник.  
Найти:  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$ .
5. Рис. 203.  $ABCD$  – прямоугольник.  
Найти:  $AC$ ,  $AB$ .
6. Рис. 204.  $ABCD$  – прямоугольник.  
Найти:  $AD$ .

# Решение задач по готовым чертежам

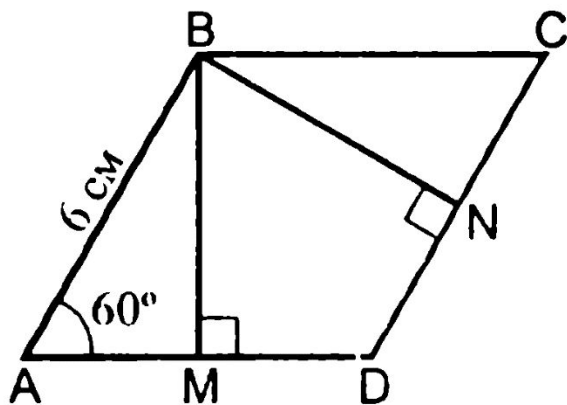


Рис. 221

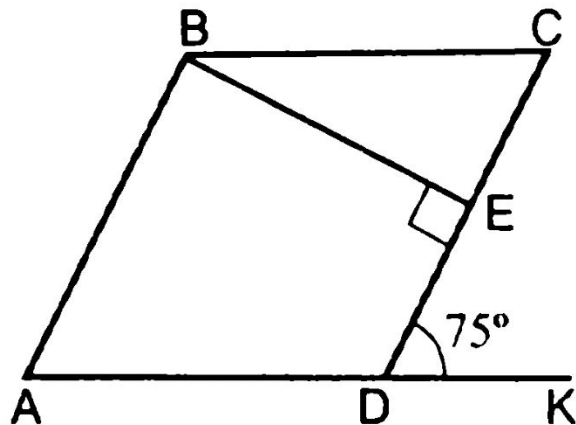


Рис. 222

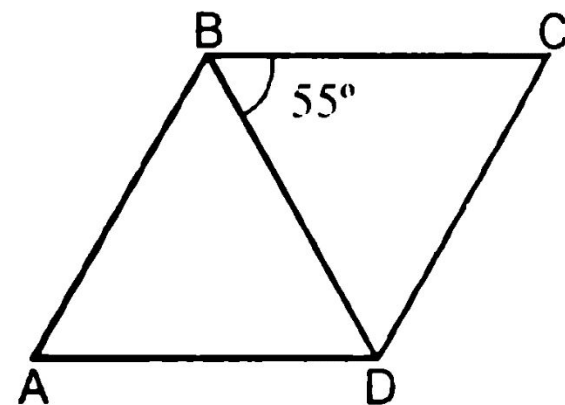


Рис. 223

1. Рис. 221.  $ABCD$  – ромб.  
Найти:  $MD + DN$ .
2. Рис. 222.  $ABCD$  – ромб.  
Найти:  $\angle CBE$ .
3. Рис. 223.  $ABCD$  – ромб.  
Найти:  $\angle BAD$ .

# Решение задач по готовым чертежам

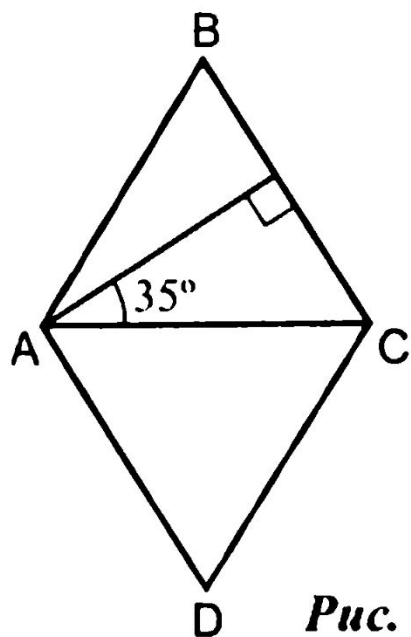


Рис. 224

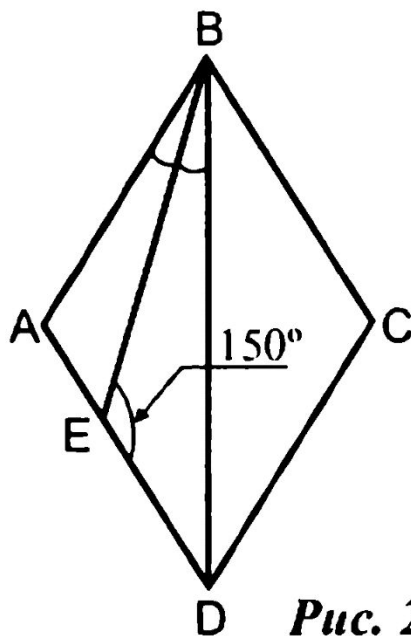


Рис. 225

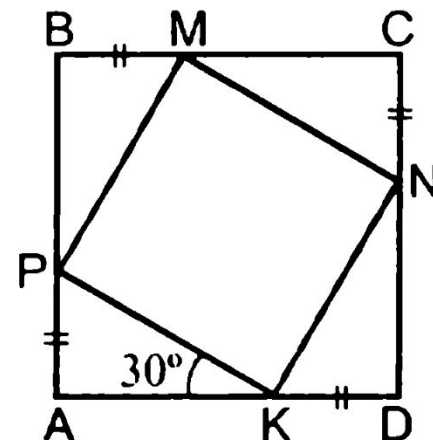


Рис. 226

4. Рис. 224.  $ABCD$  – ромб.

Найти:  $\angle ABC$ .

5. Рис. 225.  $ABCD$  – ромб.

Найти:  $\angle C$ .

6. Рис. 226.  $ABCD$  – квадрат,  $PK = 2$  см,  $AK = \sqrt{3}$  см.

Найти:  $P_{ABCD}$ .

**Ответы к задачам на готовых чертежах:**

1.  $MD + DN = 6$  см.

2.  $\angle CBE = 15^\circ$ .

3.  $\angle BAD = 70^\circ$ .

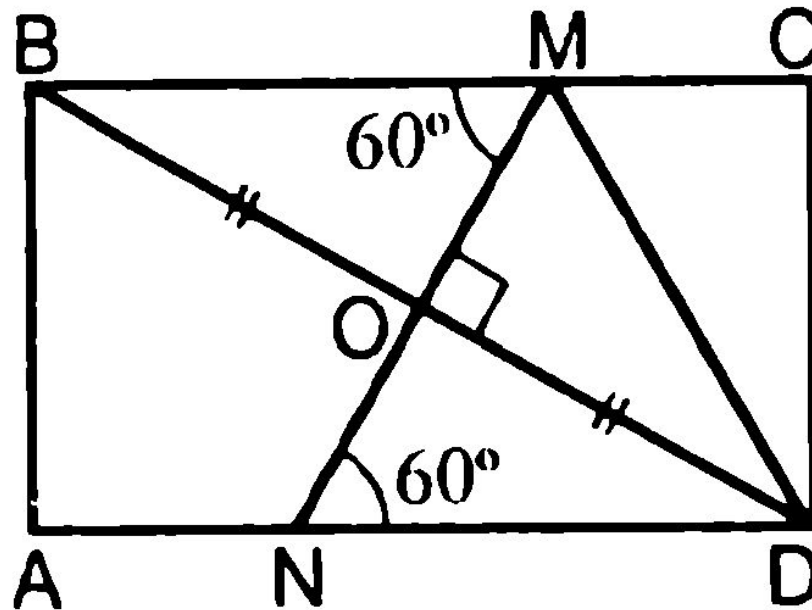
4.  $\angle ABC = 70^\circ$ .

5.  $\angle C = 140^\circ$ .

6.  $P_{ABCD} = 4 \cdot (\sqrt{3} + 1)$  см.

# Задача №1

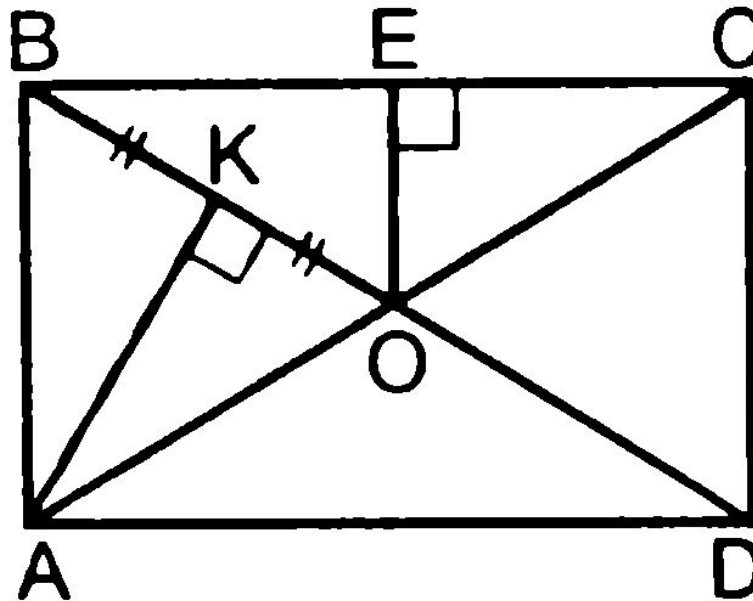
Прямая, проходящая через центр прямоугольника перпендикулярно диагонали, пересекает большую сторону прямоугольника под углом  $60^\circ$ . Отрезок этой прямой, заключенный внутри прямоугольника, равен 10. Найдите большую сторону прямоугольника.



**15 см**

# Задача №2

Перпендикуляр, опущенный из вершины угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  на не проходящую через эту вершину диагональ, делит ее в отношении  $1 : 3$ , считая от вершины  $B$ . Диагональ прямоугольника равна  $8$  см. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей до большей стороны.



**2 см**

# Самостоятельная работа

## I вариант

1. В прямоугольнике  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ .  $E$  – середина стороны  $AB$ ,  $\angle BAC = 50^\circ$ . Найдите угол  $EOD$ .
2. В ромбе  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ ,  $\angle A = 31^\circ$ . Найдите углы треугольника  $BOC$ .

## II вариант

1. В прямоугольнике  $MPKH$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Отрезок  $OA$  является высотой треугольника  $MOP$ ,  $\angle AOP = 15^\circ$ . Найдите  $\angle ONK$ .
2. В ромбе  $MPKH$  диагонали пересекаются в точке  $E$ . Один из углов треугольника  $PKE$  равен  $16^\circ 30'$ . Найдите остальные углы этого треугольника и угол  $PMH$ .



# Проверка

## I вариант

1. Рис. 231.

а) Докажи, что  $\triangle ABO$  равнобедренный и  $OE$  в нем медиана, высота и биссектриса.

б) Найди  $\angle EOA = 40^\circ$ ,  $\angle BOA = 80^\circ$ ,  $\angle AOD = 100^\circ$ .

в)  $\angle EOD = \angle EOA + \angle AOD = 140^\circ$ .

Ответ:  $140^\circ$ .

2. Рис. 232.

а)  $\angle A = \angle C = 31^\circ$ ;  $CO$  – биссектриса  $\angle C$ ,  $\angle OCB = 15^\circ 30'$ ;

б)  $\triangle COB$  – прямоугольный,  $\angle BOC = 90^\circ$ ,  $\angle OCB = 15^\circ 30'$ ,  $\angle OBC = 74^\circ 30'$ .

Ответ:  $90^\circ$ ,  $15^\circ 30'$ ,  $74^\circ 30'$ .

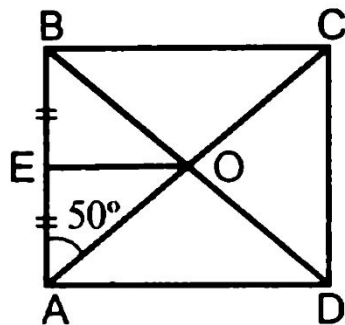


Рис. 231

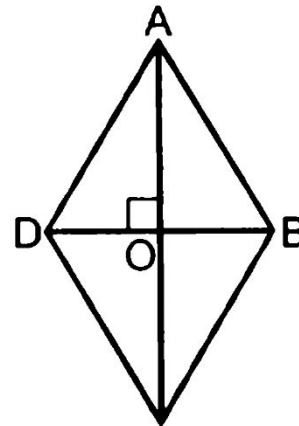


Рис. 232

# Проверка

## II вариант

1. Рис. 234.

а) Докажи, что  $\triangle PМО$  равнобедренный и  $ОА$  в нем высота и биссектриса.

б) Найди  $\angle PAM = 30^\circ$ ,  $\angle OPM = 75^\circ$ .

в) Докажи, что  $\angle OPM = \angle ONK$ .

Ответ:  $\angle ONK = 75^\circ$ .

2. Рис. 235.

а)  $\angle PKE = 90^\circ - 16^\circ 30' = 73^\circ 30'$ .

б)  $\angle PKN = 73^\circ 30' - 16^\circ 30' = 57^\circ$ .

в)  $\angle PMH = 14^\circ$ .

Ответ:  $147^\circ$ .

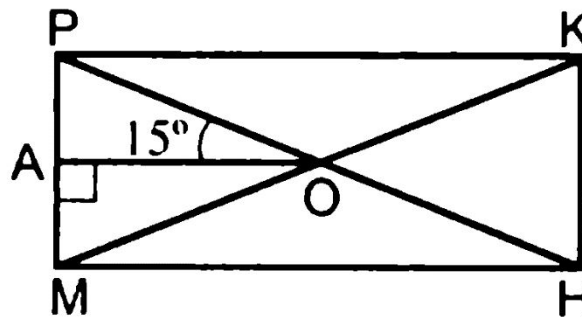


Рис. 234

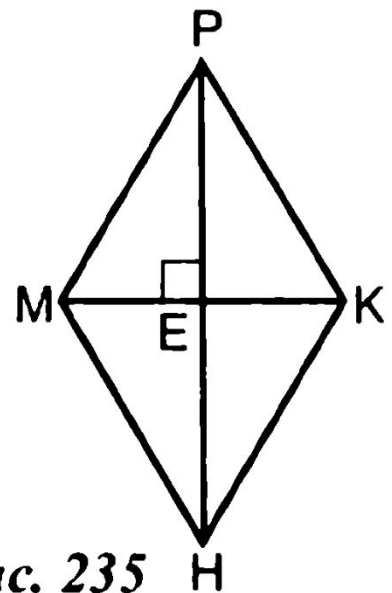


Рис. 235