Розв'язування тригонометричних рівнянь

Краса і багатство тригонометрії – це її формули.

Всі вони використовуються при розв'язуванні рівнянь.

Знайти відповідність

1 варіант		2 варіант	
1. $\cos x = 1, \quad x =$	$а)\ \dfrac{\pi}{4} + \pi n$	1. $\sin x = -1, \quad x =$	$а)\ \pi + 2\pi n$
2. $\sin^2 x - \cos^2 x =$	$б)\ \cos^2 x$	2. $\sin x \cos x =$	$б)\ \cos 2x$
3. $1 - \sin^2 x =$	$в)\ -\cos x$	3. $\cos^2 2x + \sin^2 2x =$	$в)\ -1$
4. $tgx = 1, \quad x =$	$г)\ 2\pi n$	4. $\cos^2 x - \sin^2 x =$	$г)\ 1$
5. $\cos(\pi + x) =$	$д)\ -\cos 2x$	5. $ctg(\dfrac{\pi}{2} + x) =$	$д)\ -\cos x$
6. $\sin(x - \dfrac{\pi}{2}) =$	$е)\ \sin \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$	6. $\cos(x + \pi) =$	$е)\ -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$
7. $2 \sin \dfrac{\pi}{8} \cos \dfrac{\pi}{8} =$	$ж)\ -\cos x$	7. $\cos x = -1, \quad x =$	$ж)\ \dfrac{1}{2} \sin 2x$
8. $\cos(-\dfrac{\pi}{3}) =$	$з)\ \dfrac{1}{2}$	8. $\sin(-\dfrac{\pi}{2}) =$	$з)\ -tgx$
9. $\sin(-\pi) =$	$к)\ 0$	9. $\cos(-\dfrac{\pi}{6}) =$	$к)\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Відповідь:

1 варіант	2 варіант
1 - г	1 - е
2 - д	2 - ж
3 - б	3 - г
4 - а	4 - б
5 - в	5 - з
6 - ж	6 - д
7 - е	7 - а
8 - з	8 - в
9 - к	9 - к

Якщо результат не залежить
від способу розв'язування -
це математика,
а якщо залежить –
це бухгалтерія

Розв'язати рівняння

1) $\sin\frac{x}{5} = -1;$

2) $\sqrt{3}\cdot tg\,2x - 1 = 0;$

3) $2\cos x + 3 = 0;$

4) $2\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{4}\right) = \sqrt{3};$

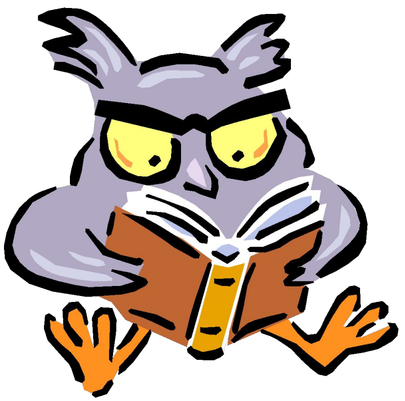
5) $\sin^2 x = \frac{1}{4};$

6) $\sin 4x - \sin 2x = 0;$

7) $\cos 9x + \cos 5x = \sqrt{3}\cdot\cos 2x;$

8) $\sin 7x + \sin 3x = 3\cos 2x;$

9) $\cos 5x\cdot\cos 3x + \sin 5x\cdot\sin 3x = 1.$



Розв'язання рівнянь

$$1)\sin\frac{x}{5}=-1.$$

$$\frac{x}{5}=-\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z;$$

$$x=-\frac{5\pi}{2}+10\pi n, n\in Z.$$

$$Відповідь: -\frac{5\pi}{2}+10\pi n, n\in Z.$$

$$3) 2\cos x+3=0$$

Відповідь: розв’язків немає

$$2)\sqrt{3}tg2x-1=0.$$

$$\sqrt{3}tg2x=1;$$

$$tg2x=\frac{1}{\sqrt{3}};$$

$$2x=arctg\frac{1}{\sqrt{3}}+\pi n, n\in Z;$$

$$2x=\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z;$$

$$x=\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}\cdot n, n\in Z.$$

$$Відповідь: \frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z.$$

Алгоритм розв'язування рівняння $\sin^2 x = \frac{1}{4}$

1-й спосіб:

- **З’ясувати чи є дане рівняння найпростішим тригонометричним.**
- **Застосувати формулу пониження степеня**

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}.$$

- **За допомогою тотожних перетворень звести до найпростішого тригонометричного рівняння.**
- **Записати відповідь.**

2-й спосіб:

- **Ввести нову змінну sin x = t і звести дане рівняння до алгебраїчного.**
- **Пригадати властивості квадратного кореня.**
- **Розв'язати найпростіше тригонометричне рівняння.**
- **Записати відповідь.**

Розв'язання (1-й спосіб)

$$\sin^2 x = \frac{1}{4};$$

$$\frac{1-\cos 2x}{2} = \frac{1}{4}; | \cdot 2$$

$$1-\cos 2x = \frac{1}{2};$$

$$\cos 2x = 1-\frac{1}{2};$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2};$$

$$2x = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z;$$

$$2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; |: 2$$

$$x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$$

Відповідь: $x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$

Розв'язання (2-й спосіб)

$$\sin^2 x = \frac{1}{4};$$

Нехай $\sin x = t$, **тоді** $t^2 = \frac{1}{4}.$

Звідси $t = \pm\sqrt{\frac{1}{4}};\quad t = \pm\frac{1}{2}$, **тобто** $t_1 = \frac{1}{2}$ **і** $t_2 = -\frac{1}{2}.$

Маємо:

1) $\sin x = \frac{1}{2};$

$x = (-1)^n \cdot \arcsin\frac{1}{2} + \pi n, n \in Z;$

$x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in z$

2) $\sin x = -\frac{1}{2};$

$x = (-1)^n \cdot \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \pi n, n \in Z;$

$x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

Відповідь: $x = (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$

Скласти алгоритм розв'язування рівняння $\sin 4x - \sin 2x = 0$

- Застосувати формулу синуса подвійного кута.
- Винести спільний множник за дужки.
- За допомогою тотожних перетворень звести до найпростішого тригонометричного рівняння.
- Записати відповідь.
- Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.
- Застосувати формулу перетворення суми (різниці) тригонометричних функцій у добуток.
- Розв'язати найпростіше тригонометричне рівняння.

Алгоритм розв'язування рівняння $\boxed{\sin 4x - \sin 2x = 0}$

1-й спосіб:

- Застосувати формулу синуса подвійного кута.
- Винести спільний множник за дужки.
- Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.
- За допомогою тотожних перетворень звести до найпростішого тригонометричного рівняння.
- Записати відповідь.

2 – спосіб:

- Застосувати формулу перетворення суми(різниці) тригонометричних функцій у добуток.
- Добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю.
- Розв'язати найпростіше тригонометричне рівняння.
- Записати відповідь.

Розв'язання рівняння $\boxed{\sin 4x - \sin 2x = 0}$

1 спосіб:

$\sin 4x - \sin 2x = 0;$

$2\sin 2x \cdot \cos 2x - \sin 2x = 0;$

$\sin 2x \cdot (2\cos 2x - 1) = 0;$

$\sin 2x = 0$ або $2\cos 2x - 1 = 0$

$2x = \pi n, n \in Z;$ $\quad \cos 2x = \frac{1}{2};$

$x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ $\quad 2x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z;$

$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z; |:2$

$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

2 спосіб:

$\sin 4x - \sin 2x = 0;$

$2\sin \frac{4x - 2x}{2} \cdot \cos \frac{4x + 2x}{2} = 0;$

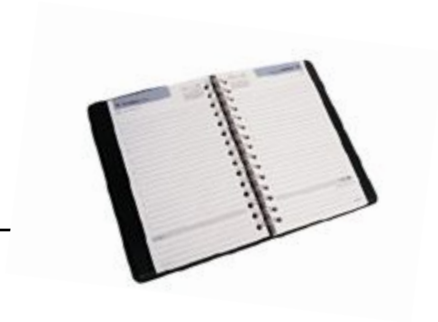
$2\sin x \cdot \cos 3x = 0;$

$\sin x = 0$ або $\cos 3x = 0$

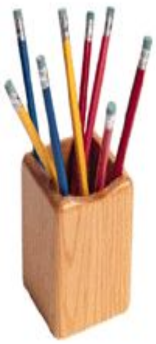
$x = \pi n, n \in Z$ $\quad 3x = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z;$

$x = \pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$

Підсумок уроку

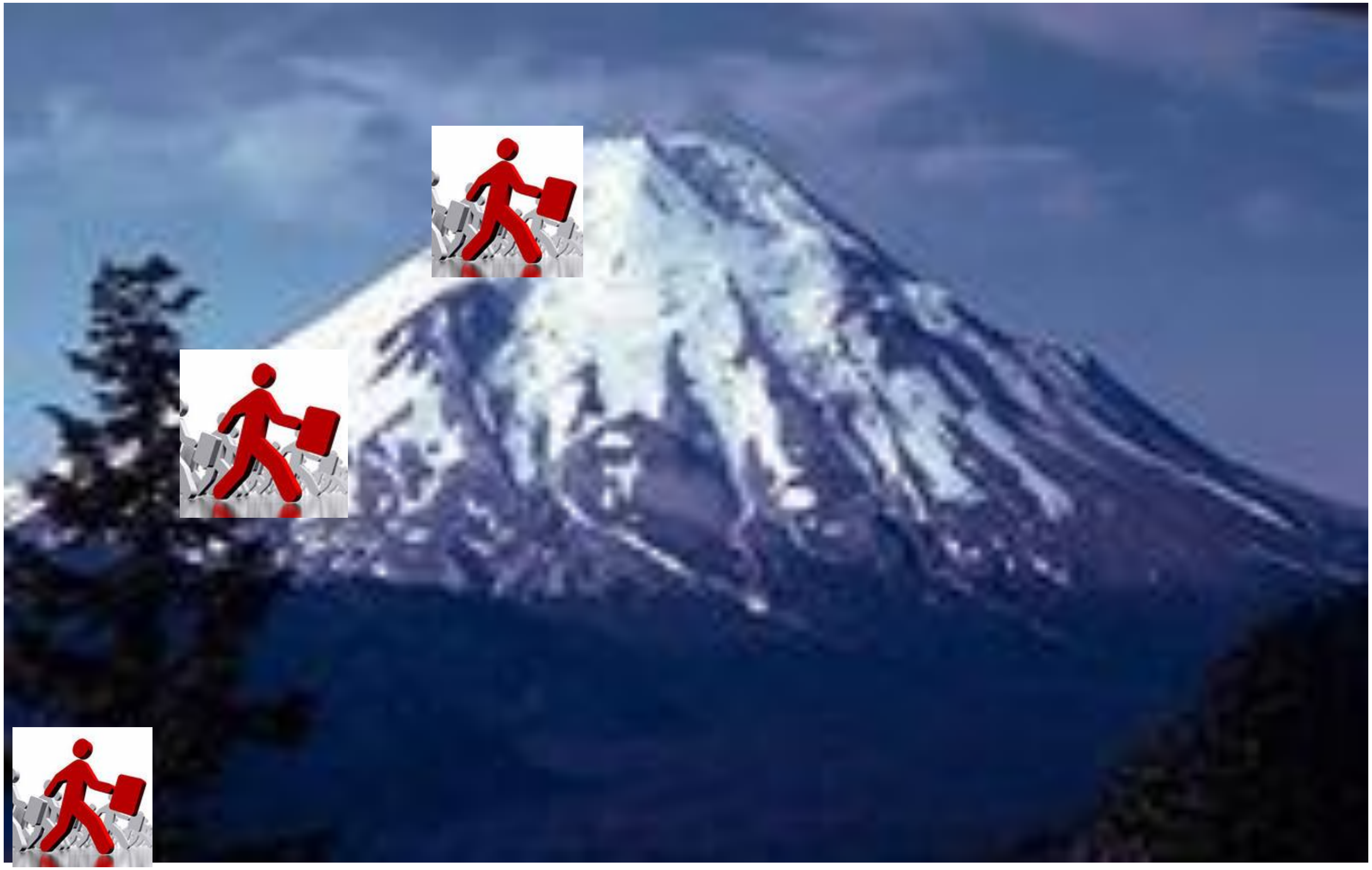


- Про що ви дізналися на уроці?
- Які способи розв'язування тригонометричних рівнянь ви запам'ятали?



- Під час виконання яких завдань ви відчули труднощі?

Якщо ви не той, хто на вершині, це не значить, що ви той, хто внизу



Дякую за співпрацю та старання!