

Тема:

**«Решение
логарифмических
неравенств»**

Определение:

Логарифмическими
неравенствами называют
неравенства вида

где a – положительное число,
отличное от 1, и неравенства,
сводящиеся к этому виду.

Алгоритм

• *При $a > 1$*

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) > g(x), \end{cases} .$$

• *При $0 < a < 1$*

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g(x). \end{cases} .$$

$$\log_3(2x - 4) > \log_3(14 - x)$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 14 - x > 0 \\ 2x - 4 > 14 - x \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x - 3) > \log_{\frac{1}{3}}(14 - x)$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 14 - x > 0 \\ 2x - 4 < 14 - x \end{cases}$$

Область определения:

№	Формула	Условия
1	$y = \log_a f(x)$	$f(x) > 0$
2	$y = \log_{g(x)} b$	$\begin{cases} g(x) > 0; \\ g(x) \neq 1. \end{cases}$
3	$y = \log_{g(x)} f(x)$	$\begin{cases} g(x) > 0; \\ g(x) \neq 1; \\ f(x) > 0. \end{cases}$

Решение заданий

$$1) \log_2(x^2 - 6x + 24) < 4$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 24 > 0 \\ x^2 - 6x + 24 < 16 \end{cases} \begin{cases} x - \text{любое} \\ x^2 - 6x + 8 < 0 \end{cases} \quad 2 < x < 4$$

Решение заданий

$$2) \quad \log_2^2 x > 4\log_2 x - 3$$

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 > 0$$

$$t^2 - 4t + 3 > 0$$

$$\log_2 x = t$$

$$\begin{cases} t < 1 \\ t > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x < 1 \\ \log_2 x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 0 \\ x > 8 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 2 \\ x > 8 \end{cases}$$

Решение заданий

$$3) \quad \log_2(7-x) + \log_2 x \geq 1 + \log_2 3$$

$$\log_2 x(7-x) \geq \log_2 6$$

$$\begin{cases} x(7-x) > 0 \\ x(7-x) \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 7 \\ -x^2 + 7x - 6 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 7 \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases}$$