

# **АРИФМЕТИЧНА ПРОГРЕСІЯ**

**МАТЕРІАЛ ПІДГОТОВИЛА  
БОРОДЕНКО В.І.**

---

---

«Вміння розв'язувати задачі  
– практичне мистецтво,  
подібне плаванню або  
катанню на лижах, або грі  
на фортепіано; навчитися  
цьому можливо лише  
відтворюючи вибрані  
зразки и постійно  
тренуючись»,

---

---

- *говорив Д. Поїа.*

1. Дайте означення арифметичної  
**Крос-опитування**  
прогресії.

**Відповідь:** Арифметичною прогресією називається числова послідовність, кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додається одне й те ж число.

$$a_{n+1} = a_n + d$$

2. Що називають різницею арифметичної прогресії? Як позначають?

***Відповідь:*** це число, яке показує на скільки кожний наступний член більший або менший попереднього.  
Позначають буквою  $d$ .

3. Назвати формулу  $n$ -ого члена арифметичної прогресії.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

## 4. Які властивості арифметичної прогресії?

- **Відповідь:** Кожний член арифметичної прогресії, починаючи з другого дорівнює середньому арифметичному двох сусідніх з ним членів.

$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

## 4. Які властивості арифметичної прогресії?

- **Відповідь:** Сума будь-яких двох членів скінченної арифметичної прогресії, які рівновіддалені від її крайніх членів, дорівнює сумі крайніх членів цієї прогресії.

## 6. Які бувають арифметичні прогресії?

### *Відповідь:*

*Якщо в арифметичній прогресії різниця  $d > 0$ , то прогресія є **зростаючою**.*

*Якщо в арифметичній прогресії різниця  $d < 0$ , то прогресія є **спадною**.*

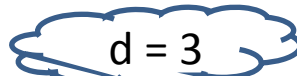
*Якщо в арифметичній прогресії  $d = 0$ , то прогресія є **сталюю**.*



# Перевір

Які із послідовностей є арифметичними прогресіями?

3, 6, 9, 12,.....

 d = 3

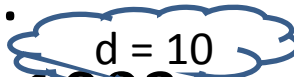
5, 12, 18, 24, 30,.....



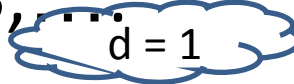
7, 14, 28, 35, 49,.....



5, 15, 25,.....,95.....

 d = 10

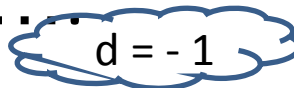
1000, 1001, 1002, 1003, .....

 d = 1

1, 2, 4, 7, 9, 11.....



5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2,.....

 d = -1

# Обчисли

**Знайти різницю арифметичної  
усно!  
прогресії:**

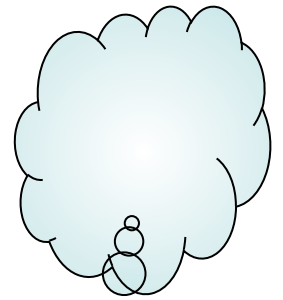
1; 5; 9.....

105; 100.....

-13; -15; -17.....

11; ; 19,.....

# Істинне чи хибне твердження



- 1. В арифметичній прогресії  
2,4; 2,6; ... різниця дорівнює 2.*
- 2. Четвертий член арифметичної прогресії  
0,3; 0,7; 1,1, ... дорівнює 1,5*
- 3. 11-ий член арифметичної прогресії, для  
якої  $a_1 = -4,2; d = 0,4$  дорівнює 0,2*

# Здогадайс

Я:

Між числами 6 і 21 вставте 4 числа так, щоб разом з даними числами вони утворили арифметичну прогресію.

Розв'язання:  $a_1 = 6$ ,  $a_5 = 21$ ,

$$d = (21 - 6) / (5 - 1) = 3,$$

6, 9, 12, 15, 18, 21.

# ЦІКАВО ЗНАТИ

Прогресії як часткові види  
числових послідовностей,  
трапляються у папірусах II  
тисячоліття до н.е.

На зв'язок між прогресіями  
вперше звернув увагу  
великий  
**АРХІМЕД** ( 287–212 рр.  
до н.е)

# Древній Єгипет

Найдавнішою задачею, пов'язаною з прогресіями, вважають задачу з єгипетського папірусу Ахмеса Райнда про поділ 100 мір хліба між п'ятьма людьми так, щоб другий одержав на стільки більше від першого, на скільки третій одержав більше другого і т. д .

У V ст. до н. е. греки знали слідуючі прогресії і їх суми:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n + 1)$$

# ЦІКАВО ЗНАТИ

Правило для знаходження суми членів арифметичної прогресії дається у «Книзі абака» (1202 р.) італійського вченого-математика Леонардо Фібоначчі.

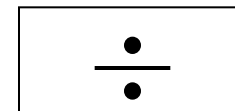
Правило для суми скінченної геометричної прогресії зустрічається у книзі Н. Шюке «Наука про числа», яка побачила світ у 1484 році.

*Наука про  
числа*

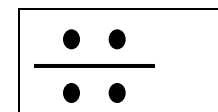
# Англія XVIII століття

В англійських підручниках з'явилося позначення арифметичної і геометричної прогресій:

*Арифметична*



*Геометрична*





# Німеччина

## Карл Гаус

( 1777 – 1855 )

*«Математика – цариця всіх наук,  
арифметика – цариця математики»*

*Німецький математик, астроном, геодезист,  
фізик, вважається «королем математики».*

*Народився 30 квітня 1777 року в герцогстві  
Брауншвейг у сім'ї садівника. Видатні математичні  
здібності проявив вже у ранньому дитинстві.*

Знайшов моментально суму всіх натуральних чисел від 1 до 100, будучи ще учнем початкової школи.

## Розв'язання

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 &= (1 + 100) \\ + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots &= 101 \cdot 50 = \\ 5050 \end{aligned}$$

Формула суми  
n перших членів арифметичної  
прогресії.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$