Урок № 24 Производная функции

ПЛАН УРОКА:

1 Средняя и мгновенная скорость тела

2 Скорость изменения функции

3 Производные функций

$y=C$; $y=x$; $y=x^2$; $y=x^3$

4 Производная степенной функции

5 Решение задач

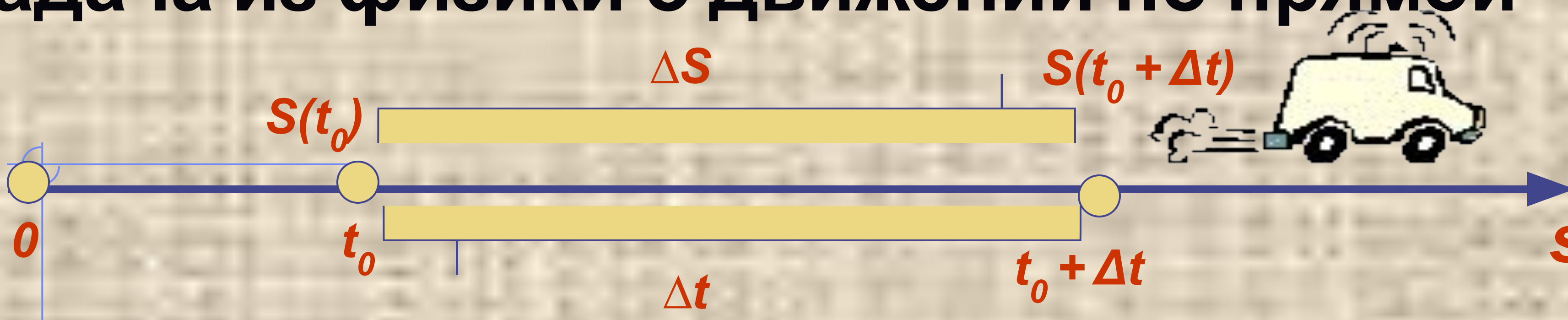
6 Исторический экскурс

7 Домашнее задание

У каждого человека есть определенный кругозор. Когда этот кругозор сужается до бесконечности малого, то он обращается в точку. Тогда человек и говорит, что это есть его точка зрения.

Давид Гильберт

Задача из физики о движении по прямой



$$V_{ср} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$V_{мгн} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Δ - «дельта», буква греческого алфавита,

ΔS – приращение расстояния (изменение расстояния),

Δt – приращение времени (изменение времени),

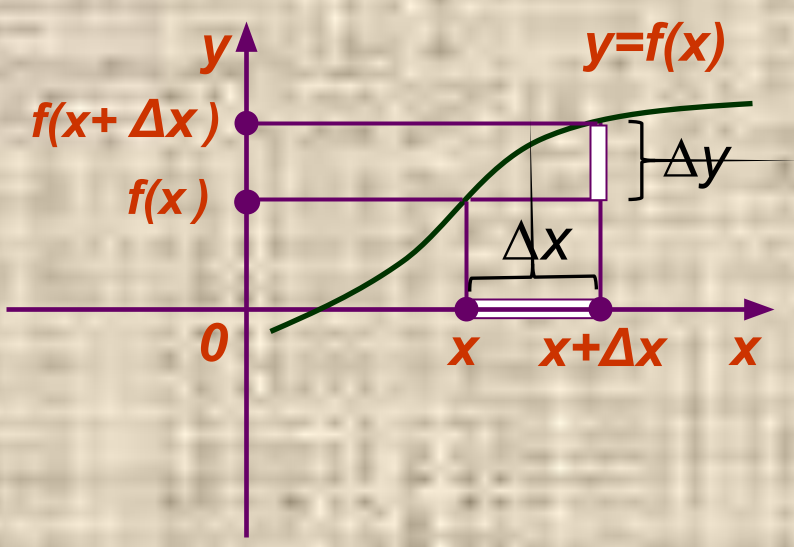
lim – предел.

Определение производной

Пусть функция ***y = f(x)*** определена в некотором интервале ***(a; b)***.

Аргументу ***x*** придадим некоторое приращение : Δx $\quad x + \Delta x \in (a; b)$

Найдем соответствующее приращение функции: $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$



Если существует предел $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ то его называют производной функции ***y = f(x)*** и обозначают одним из символов:

$$y'; \quad f'(x); \quad \frac{dy}{dx}$$

Определение производной

Итак, по определению:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Функция ***y = f(x)*** , имеющая производную в каждой точке интервала ***(a; b)***, называется ***дифференцируемой*** в этом интервале; операция нахождения производной функции называется ***дифференцированием***.

Значение производной функции ***y = f(x)*** в точке x_0 обозначается одним из символов:

$$y'(x_0); \quad f'(x_0); \quad y'\big|_{x_0}$$

Если функция ***y = f(x)*** описывает какой – либо физический процесс, то ***f '(x)*** есть скорость протекания этого процесса – физический смысл производной.

Производные функций $y=C$; $y=x$; $y=x^2$; $y=x^3$

Алгоритм нахождения производной по определению:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

1 Придадим приращение аргументу и вычислим: $f(x+\Delta x)$.

2 Найдем разность: $f(x+\Delta x)-f(x)$.

3 Запишем отношение: $\dfrac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

4 Найдем предел данного отношения:

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Производная степенной функции

Степенная функция: $y = x^n \quad n \in Z$

Придадим аргументу x приращение Δx , тогда функция получит приращение:

$$\Delta y = (x + \Delta x)^n - x^n$$

*Формула **бинома Ньютона:***

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \cdots$$

$$+ \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}a^{n-k}b^k + \cdots + b^n$$

K – факториал

$$k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cdots \cdot k$$

Производная степенной функции

По формуле бинома Ньютона имеем:

$$\Delta y = (x + \Delta x)^n - x^n =$$

$$= (\cancel{x^n} + nx^{n-1}\Delta x + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}\Delta x^2 + \ldots + \Delta x^n) - \cancel{x^n}$$

Тогда: $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}\Delta x + \ldots + \Delta x^{n-1}$$

$$\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}\left(nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}\Delta x + \ldots + \Delta x^{n-1}\right) =$$

$$= nx^{n-1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{(x^n)' = nx^{n-1}}$$

Найдите производные данных функций № 1-7

Найти производную функции (1 — 12).

1. $\boxed{1}$ x^8. 2. $\boxed{2}$ x^{-11}. 3. $\boxed{2}$ $x^{\frac{2}{3}}$. 4. $\boxed{2}$ $x^{-\frac{4}{5}}$.

5. $\boxed{3}$ $\dfrac{1}{x^{10}}$. 6. $\boxed{3}$ $\sqrt[6]{x^5}$. 7. $\boxed{4}$ $\dfrac{1}{\sqrt[8]{x^3}}$. 8. $\boxed{3}$ $(1-3x)^4$.

Найдите производные данных функций № 1-7

Найти производную функции (1 — 12).

1. $\boxed{1}$ x^9. 2. $\boxed{2}$ x^{-12}. 3. $\boxed{2}$ $x^{\frac{4}{5}}$.

4. $\boxed{2}$ $x^{-\frac{2}{3}}$. 5. $\boxed{3}$ $\dfrac{1}{x^{18}}$. 6. $\boxed{3}$ $\sqrt[4]{x}$.

7. $\boxed{4}$ $\dfrac{1}{\sqrt[6]{x^5}}$. 8. $\boxed{3}$ $(2-5x)^4$. 9. $\boxed{3}$ $(-2x)^5$.

Общее понятие производной было сделано независимо друг от друга почти одновременно

английским физиком и математиком И.Ньютоном

и

немецким философом и математиком Г.Лейбницем.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 24

Учебник Алгебра 10-11 кл. Алимов

§ 44, стр. 229, § 45, стр. 236,

№ 787, 788, 789