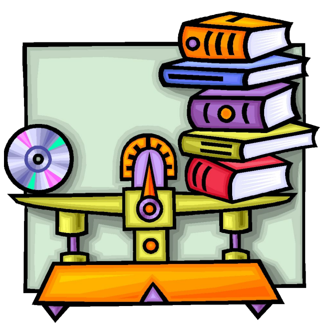
Известно несколько различных способов решения логических задач.

- Метод рассуждений
- Табличный
- С помощью графов
- Упрощение логических выражений
- Составление таблиц истинности
- Метод кругов Эйлера



Рассмотрим четыре типа логических задач.

Задачи 1-го типа

В условии приводится несколько двойных или одинарных утверждений и дается оценка их истинности, т.е. сообщается, сколько участников говорят только правду, сколько лгут и сколько говорят то правду, то ложь.

Задача №1

Классный руководитель пожаловался директору, что у него в классе появилась компания из 3-х учеников, один из которых всегда говорит правду, другой всегда лжет, а третий говорит через раз то ложь, то правду. Директор знает, что их зовут Коля, Саша и Миша, но не знает, кто из них прав, а кто – нет. Однажды все трое прогуляли урок астрономии. Директор знает, что никогда раньше никто из них не прогуливал астрономию. Он вызвал всех троих в кабинет и поговорил с мальчиками. Коля сказал: «Я всегда прогуливаю астрономию. Не верьте тому, что скажет Саша». Саша сказал: «Это был мой первый прогул этого предмета». Миша сказал: «Все, что говорит Коля, - правда».

Саша	И	Утверждение ИСТИННО, т.к. астрономию никто не прогуливал
Коля	Л Л	Первое утверждение ЛОЖЬ, т.к. астрономию никто не прогуливал, второе утверждение тоже ЛОЖЬ, т.к. Саша говорил правду
Миша	Л	Утверждение, что Коля говорил правду ЛОЖЬ

Ответ: Коля лжет всегда, Саша говорит правду, а Миша может сказать правду а может и солгать.

Задача №2.

Три друга играли во дворе в футбол и разбили мячом окно. Ваня сказал: «Это я разбил окно, Коля окно не разбивал». Коля сказал «Это сделал не я и не Саша». Саша сказал: «Это сделал не я и не Ваня». А Бабушка сидела на лавочке и все видела. Она сказала, что только один мальчик оба раза сказал правду, но не назвала того, кто разбил окно. Кто же это?

В	К	С	Слова В		Слова К		Слова С	
			В	┐К	┐К	┐С	┐С	┐В
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	0

Ответ: разбил Коля

Задачи 2-го типа

В условии приводится несколько двойных утверждений, в которых одно утверждение истинно, а другое ложно. Результат – расстановка участников по местам.

Пример:

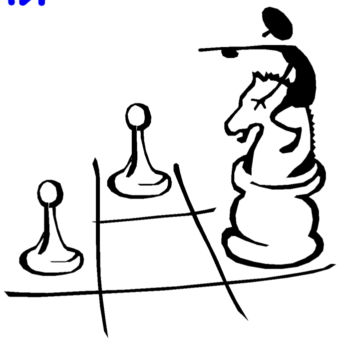
Перед началом турнира болельщики высказали следующие предположения по поводу своих кумиров:

А. Макс победит, Билл – второй.

Б. Билл – третий, Ник – первый.

В. Макс – последний, а первый – Джон.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый болельщик был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на турнире заняли Джон, Билл, Ник, Макс?



Пример:

Перед началом турнира болельщики высказали следующие предположения по поводу своих кумиров:

А. Макс победит, Билл – второй.

Б. Билл – третий, Ник – первый.

В. Макс – последний, а первый – Джон.

Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый болельщик был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на турнире заняли Джон, Билл, Ник, Макс?

A B C

Макс - 1	Билл - 2	Билл - 3	Ник - 1	Макс - 4	Джон -1
и	**л**	**и**	**л**	**л**	**и**
л	**и**	**л**	**и**	**и**	**л**

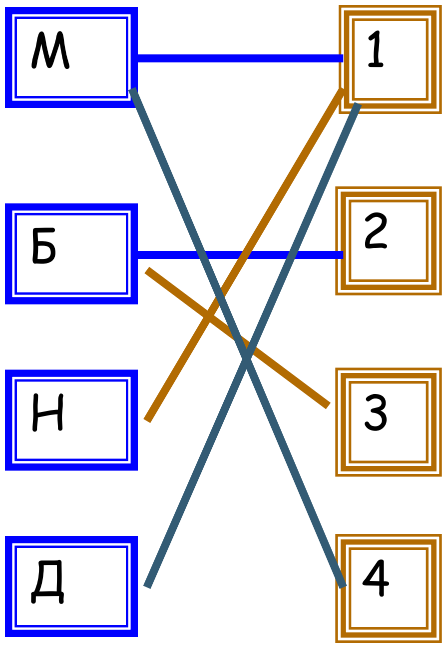
Противоречие!!!

Ответ:

Ник -1, Билл 2, Джон 3, Макс - 4

Два первых места

Решение с применением графа



1-ый эксперт:

Предположим, что

Макс – победит, следовательно М4 - ложно

Противоречие- в вершину 1 приходит Д1

Значит М1 –убрать, а М4 –оставить

Убираем Д1

Убираем Б3

Ответ:

Ник – первый

Билл – второй

Джон – третий

Макс - четвертый

Вершины графа – имена участников и места, которые они могут занять.

Для каждого эксперта используются линии разных цветов.

В результате решения на графе должна остаться только одна линия определенного цвета , и из каждой вершины должна выходить одна линия.

Задачи 3-го типа

В условии приводятся несколько (обычно три) двойных утверждений, в которых одно утверждение истинно, а другое ложно.

Пример:

Трое свидетелей рассказали о машине, которую они видели:

Это была Хонда черного цвета.

Это был Форд синего цвета.

Это был Мерседес, но не синий.

Каждый из них был прав только в одном из своих утверждений. Какая это была машина?

Первый		Второй		Третий	
Хонда	Черная	Форд	Синий	Мерседес	не синий
И	Л	Л	И	Л	И
Л	И	И	Л	Л	И

Ответ: Форд, черный

Задачи 4- типа.

Даны несколько логических высказываний, являющихся истинными.

Задача 1.

На вопрос, кто из десятиклассников, присутствующих на олимпиаде по физике решит самую трудную задачу, учитель ответил: «Если задачу может решить Виктор, то ее может решить и Степан, но неверно, что если задачу может решить Антон, то может решить ее и Степан» и оказался прав, когда результаты стали известны. Кто из трех десятиклассников решил самую трудную задачу?

Обозначения;

A = «Задачу решил Антон»

B = «Задачу решил Виктор»

C = «Задачу решил Степан»

$$(B \to C) \wedge (\neg(A \to C)) = 1$$

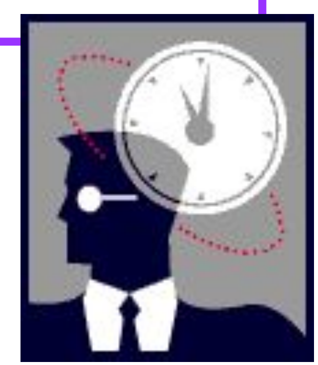
Составим таблицу истинности логического выражения

A	B	C	B -> C	A-> C	¬(A-> C)	(B -> C) /\ (¬(A -> C))
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0

Ответ: задачу решил Антон

Решение логических задач методом преобразования логических выражений.

Задача №1. В одном королевстве король всякому узнику, приговоренному к смерти, давал последний шанс спастись. Ему предлагалось угадать, в какой из двух комнат находится тигр, а в какой - принцесса. Хотя вполне могло быть, что король в обеих комнатах разместил принцесс или, что хуже, в обеих - тигров. Выбор надо сделать на основании табличек на дверях комнат. Причем узнику известно, что утверждения на табличках одновременно либо истины, либо ложны. Надписи были таковы. Первая комната: «По крайней мере, в одной из этих комнат находится принцесса». Вторая комната: «В другой комнате – тигр». Какую дверь должен выбрать узник?

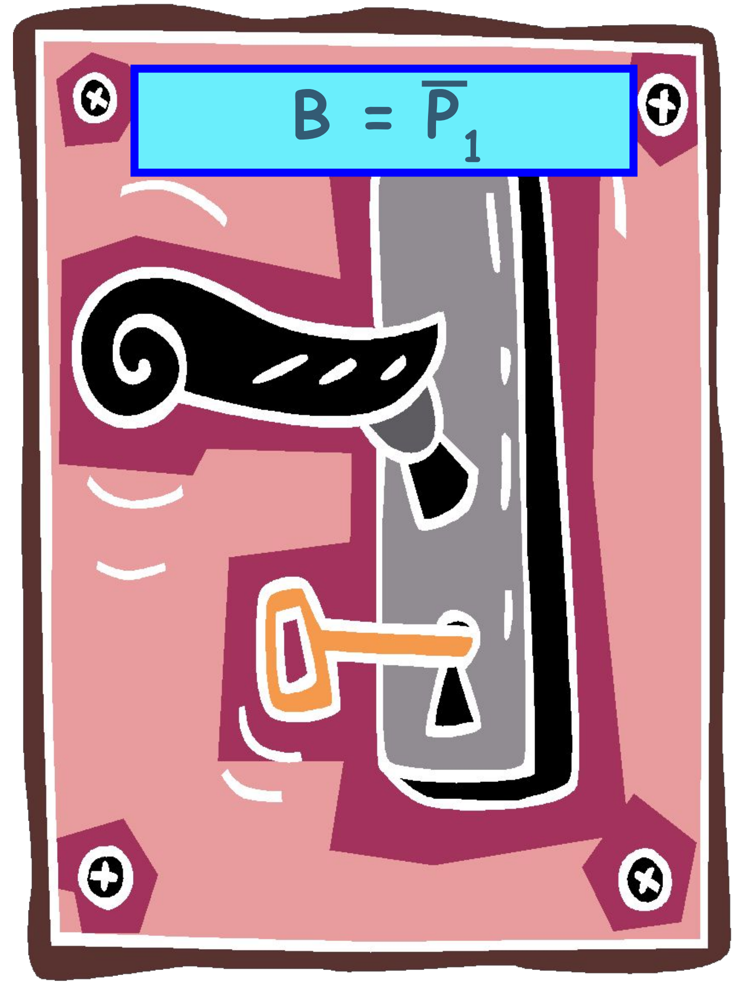


P_1 = В первой комнате принцесса.

P_2 = Во второй комнате принцесса.

$\overline{P}_1$ = В первой комнате тигр.

$\overline{P}_2$ = Во второй комнате тигр.



$$A \,\&\, B \lor \overline{A} \,\&\, \overline{B} = 1$$

$A = P_1 \vee P_2$

$B = \overline{P_1}$

$A \;\&\; B \vee \bar{A} \;\&\; \bar{B} = 1$

$(P_1 \vee P_2) \;\&\; \overline{P_1} \vee \overline{(P_1 \vee P_2)} \;\&\; \overline{\overline{P_1}} =$

Дистрибутивность

Закон де Моргана

$(P_1 \;\&\; \overline{P_1} \vee P_2 \;\&\; \overline{P_1}) \vee (\overline{P_1} \;\&\; \overline{P_2}) \;\&\; \overline{\overline{P_1}} =$

$= 0 \vee P_2 \;\&\; \overline{P_1} \vee (\overline{P_1} \;\&\; \overline{P_2} \;\&\; P_1) = \underline{\underline{P_2 \;\&\; \overline{P_1}}} = 1$

Ответ:

Ответ:

P_1 = В первой комнате принцесса.

~~P_2 = Во второй~~ комнате принцесса.

$\overline{P_1}$ = В первой комнате тигр.

$\overline{P_2}$ = Во второй комнате тигр.

$$P_2 \,\&\, \overline{P_1} = 1$$

Задача №4 *(на однозначное соответствие)*

В бюро переводов приняли на работу троих сотрудников: Диму, Сашу и Юру. Каждый из них знает ровно два иностранных языка из следующего набора: немецкий, японский, шведский, японский, китайский, французский и греческий. Известно, что

(1) Ни Дима, ни Юра не знают японского

(2) Переводчик со шведского старше переводчика с немецкого

(3) Переводчик с китайского, переводчик с французского и Саша родом из одного города

(4) Переводчик с греческого, переводчик с немецкого и Юра учились втроем в одном институте

(5) Дима – самый молодой из всех троих, и он не знает греческого

(6) Юра знает два европейских языка

В ответе запишите первую букву имени переводчика со шведского языка и, через запятую, первую букву имени переводчика с китайского языка.

Рассуждение с использованием таблицы

	Немецкий	Шведский	Японский	Китайский	Французский	Греческий
Дима	+	–	–	+	–	–
Юра	–	+	–	–	+	–
Саша	–	–	+	–	–	+

Дима - Немецкий и китайский

Юра – шведский и французский

Саша – японский и греческий

При решении подобных задач нужно выбрать наиболее рациональный метод.