

# Решение задач на вероятность

(задание 4 профильный уровень)

Автор: Захарова Т.Н.,  
учитель математики  
МБОУ СШ №16 г.Павлово  
Нижегородской области

## Схема решения задач:

1. Найти **общее число элементарных событий (  $n$  )**
2. Определить, какие элементарные события **благоприятствуют событию  $A$ , и найти их число  $m$**
3. Найти вероятность события  **$A$**  по формуле

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

## Задача 1

На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Германии будет выступать после группы из США и после группы из Китая? Результат округлите до сотых.

# Решение задачи 1

Для указанных стран есть 6 способов ( $n = 6$ ) взаимного расположения среди выступающих (Г – Германия, С – США, К – Китай):

Г – С – К

Г – К – С

С – Г – К

С – К – Г

К – С – Г

К – Г – С

Из них благоприятных – 2 способа ( $m = 2$ )

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = 0,33\dots \approx 0,33$$

Ответ: 0,33

## Задача 2

В чемпионате мира участвуют 12 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по три команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке.

Какова вероятность того, что команда Канады окажется в третьей группе?

## Решение задачи 2

Всего элементарных событий:  $n = 12$

Благоприятных событий (карточки с номером 3):  $m = 3$

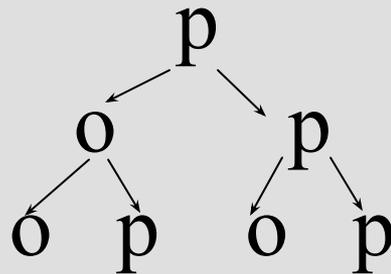
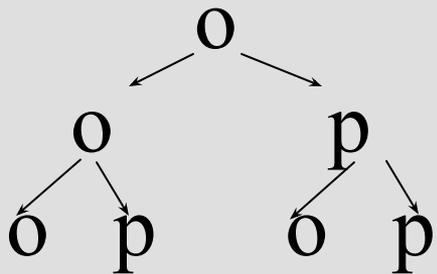
$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{12} = 0,25$$

Ответ: 0,25

## Задача 3

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Геолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Геолог» проиграет жребий ровно один раз.

## Решение задачи 3



O – проиграл жребий

P – выиграл жребий

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ: 0,375

## Задача 4

Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням.

Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до десятых.

## Решение задачи 4

Вероятность попадания: 0,7

Вероятность промаха:  $1 - 0,7 = 0,3$

$$P(A) = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3$$

$$P(A) = 0,343 \cdot 0,3 = 0,1029 \approx 0,1$$

Ответ: 0,1

## Задача 5

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,13. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

## Решение задачи 5

$0,13 \cdot 0,13 = 0,0169$  – вероятность того, что обе лампы перегорят в течение года

$1 - 0,0169 = 0,9831$  – вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит

Ответ: 0,9831

## Задача 6

На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов.

Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна  $0,25$ . Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна  $0,15$ . Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

## Решение задачи 6

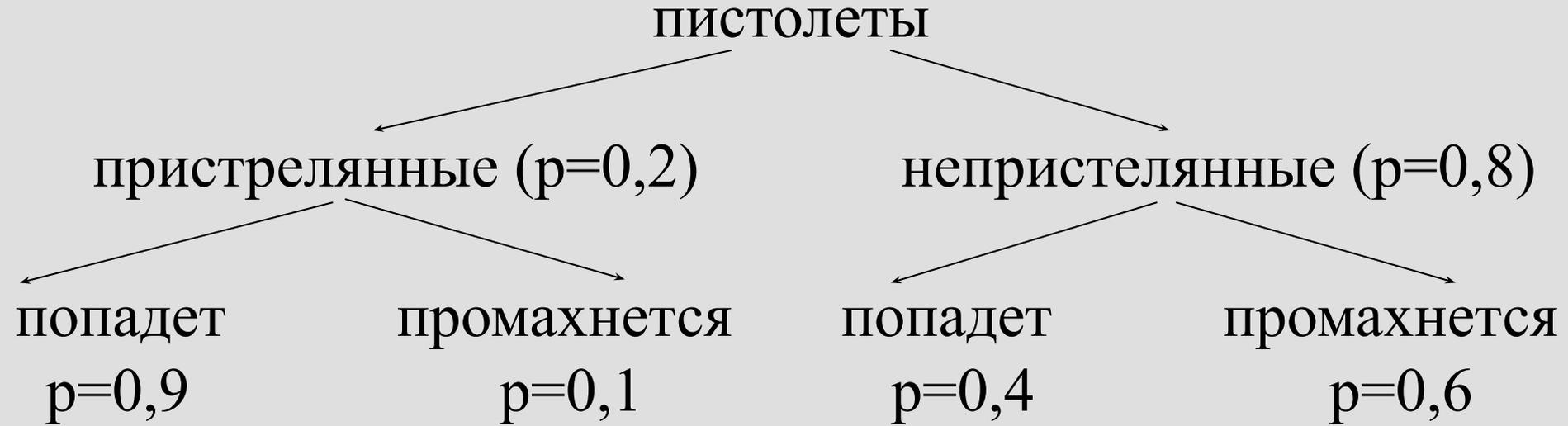
$$0,25 + 0,15 = 0,4$$

Ответ: 0,4

## Задача 7

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью  $0,9$ , если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью  $0,4$ . На столе лежит  $10$  револьверов, из них только  $2$  пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

# Решение задачи 7



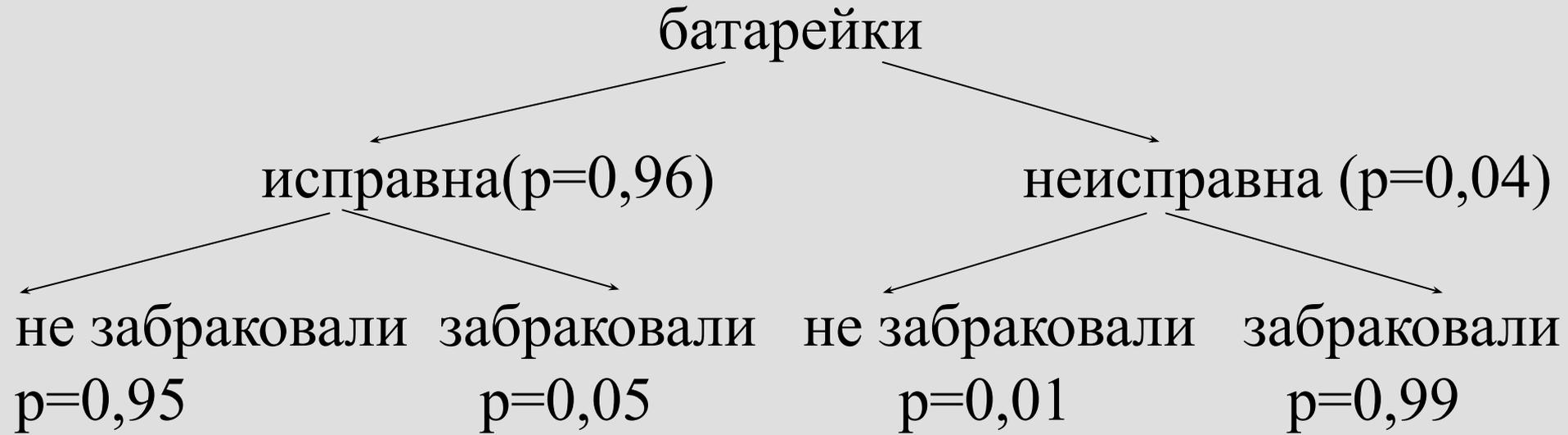
$$P = 0,1 \cdot 0,2 + 0,6 \cdot 0,8 = 0,02 + 0,48 = 0,5$$

Ответ: 0,5

## Задача 8

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

# Решение задачи 8



$$P = 0,05 \cdot 0,96 + 0,99 \cdot 0,04 = 0,048 + 0,0396 = 0,0876$$

Ответ: 0,0876

## Задача 9

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 8 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 3 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

## Решение задачи 9

В – выигрыш;  $P(V) = 0,4$

П – проигрыш;  $P(П) = 0,4$

Н – ничья;  $P(H) = 1 - (0,4 + 0,4) = 0,2$

Команда выйдет в следующий круг соревнований, если две игры закончатся следующими исходами:

1) Обе игры – В, тогда  $P(VV) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$

2) Первая игра – В, вторая – Н, тогда  $P(VH) = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08$

3) Первая игра – Н, вторая – В, тогда  $P(HV) = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08$

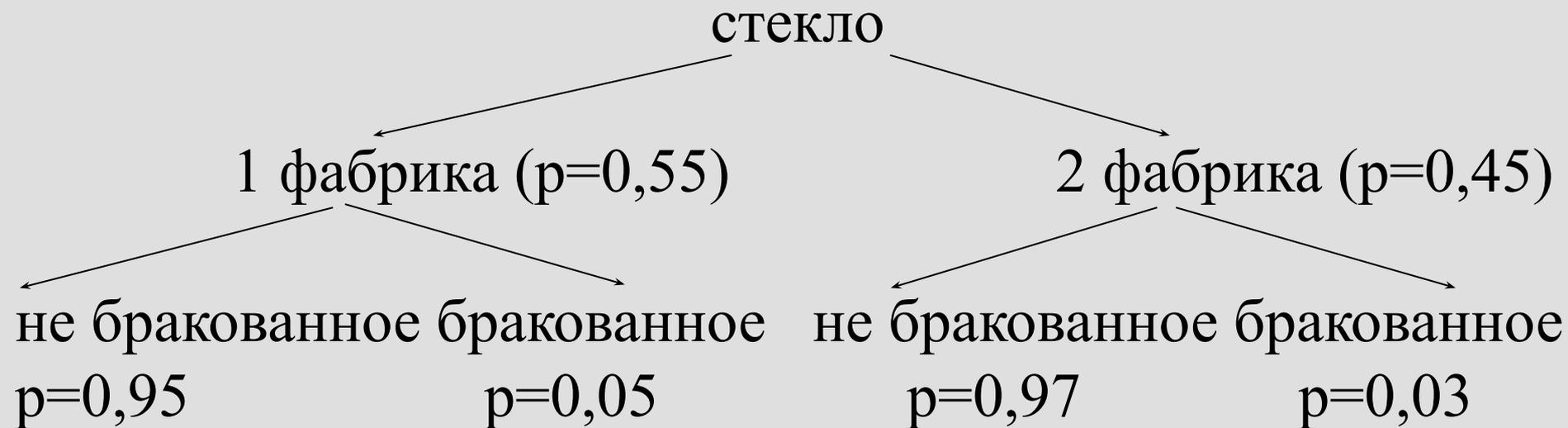
$$P = 0,16 + 0,08 + 0,08 = 0,32$$

Ответ: 0,32

## Задача 10

Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 55% этих стёкол, вторая — 45%. Первая фабрика выпускает 5% бракованных стёкол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

# Решение задачи 10



$$P = 0,05 \cdot 0,55 + 0,03 \cdot 0,45 = 0,0275 + 0,0135 = 0,041$$

Ответ: 0,041

## Задача 11

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,4. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,22. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

# Решение задачи 11

Обозначим:

A-кофе закончится в первом автомате

B-кофе закончится во втором автомате

$A \cap B$ -кофе закончится в обоих автоматах

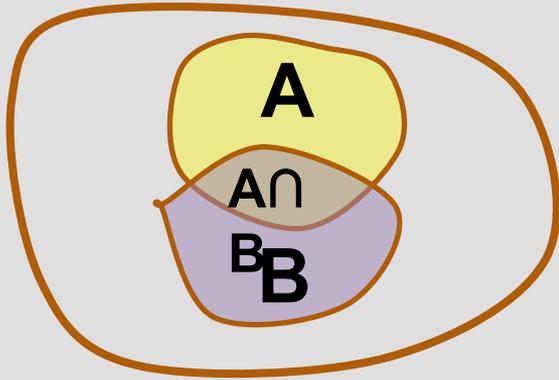
$$P(A) = P(B) = 0,4; \quad P(A \cap B) = 0,22$$

$A \cup B$  — {закончится хотя бы в одном}

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,4 - 0,22 = 0,58$$

Противоположным событием будет - «кофе останется в обоих автоматах». Его вероятность равна  $P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,58 = 0,42$

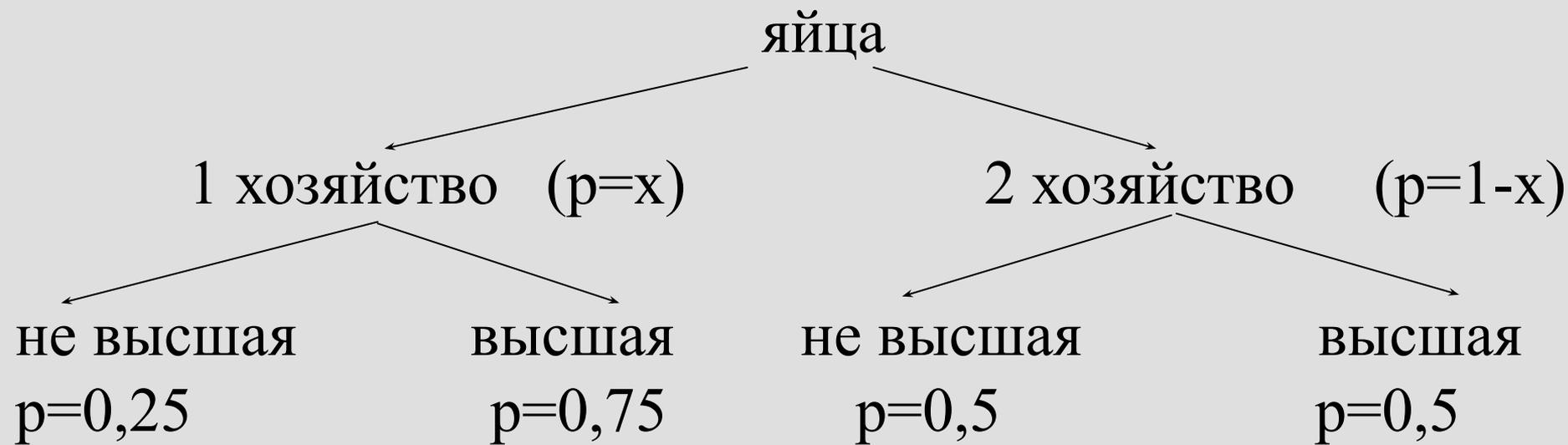
Ответ: 0,42



## Задача 12

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 75% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 50% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 55% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

# Решение задачи 12



$$0,75 \cdot x + 0,5 \cdot (1 - x) = 0,55$$

$$0,75x - 0,5x = 0,55 - 0,5$$

$$0,25x = 0,05$$

$$x = 0,2$$

Ответ: 0,2

## Задача 13

На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 60% дефектных тарелок.

Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

## Решение задачи 13

Пусть завод произвел 100 тарелок. Качественных тарелок 80 штук (80% от общего числа), они поступят в продажу. Дефектных тарелок 20 штук, из них в продажу поступает 40%, то есть  $0,4 \cdot 20 = 8$  штук.

Всего в продажу поступило

80 качественных + 8 дефектных = 88 тарелок.

Вероятность купить качественную тарелку равна:

$$\frac{80}{88} = \frac{10}{11} \approx 0,91$$

Ответ: 0,91

## Задача 14

Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку – 0,8, по иностранному языку – 0,7 и по обществознанию – 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

## Решение задачи 14

Вероятность успешно сдать экзамены на лингвистику равна  $P_1=0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7=0,336$ .

Вероятность успешно сдать экзамены на коммерцию равна  $P_2=0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,5=0,24$ .

Вероятность успешно сдать экзамены на обе специальности равна  $P_3=0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,5=0,168$ .

Вероятность успешной сдачи хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей равна  $P=P_1 + P_2 - P_3=0,408$ .

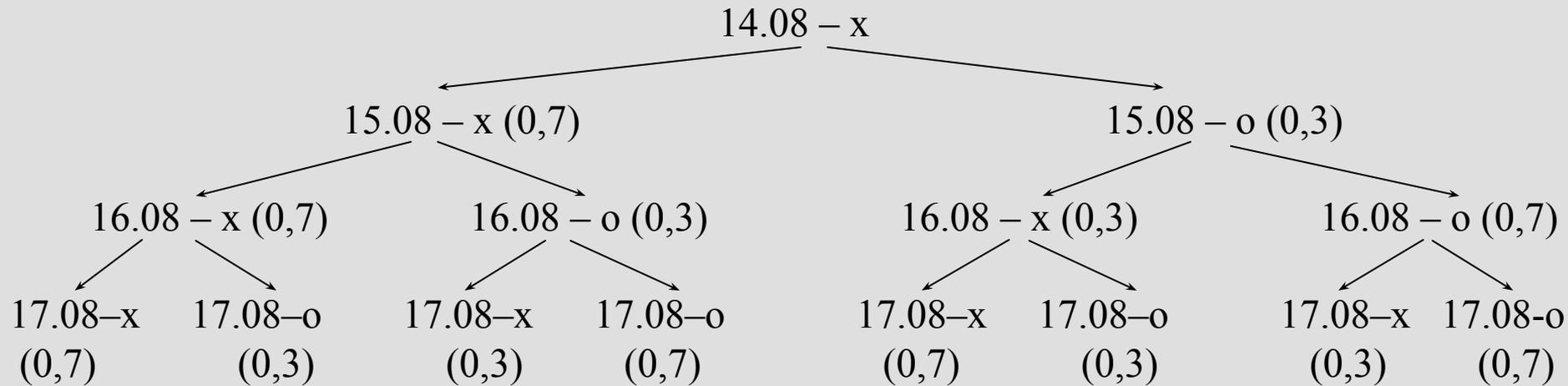
Ответ: 0,408

## Задача 15

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью  $0,7$  погода завтра будет такой же, как и сегодня. 14 августа погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 17 августа в Волшебной стране будет отличная погода.

# Решение задачи 15

Обозначение: х – хорошая погода; о – отличная погода



$P=0,7$  – вероятность того, что погода сегодня будет такой же как вчера

$P=0,3$  - вероятность того, что погода сегодня будет не такой же как вчера

$$P=0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7 + 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,147 + 0,147 + 0,027 + 0,147 = 0,468$$

Ответ: 0,468

## Задача 16

При изготовлении подшипников диаметром 70 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,968. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 69,99 мм, или больше, чем 70,01 мм.

### Решение

$$1 - 0,968 = 0,032$$

Ответ: 0,032

## Задача 17

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8\text{ C}$ , равна  $0,75$ .

Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8\text{ C}$  или выше.

### Решение

$$1 - 0,75 = 0,25$$

Ответ:  $0,25$

## Задача 18

Вероятность того, что новый гостер прослужит больше года, равна 0,91. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

### Решение

$$0,91 - 0,89 = 0,02$$

Ответ: 0,02

## Задача 19

Вероятность того, что на тестировании по физике учащийся Т. верно решит больше 6 задач, равна 0,78. Вероятность того, что Т. верно решит больше 5 задач, равна 0,87. Найдите вероятность того, что Т. верно решит ровно 6 задач.

### Решение

$$0,87 - 0,78 = 0,09$$

Ответ: 0,09

## Задача 20

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 22 пассажиров, равна 0,97. Вероятность того, что окажется меньше 13 пассажиров, равна 0,55. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 13 до 21.

### Решение

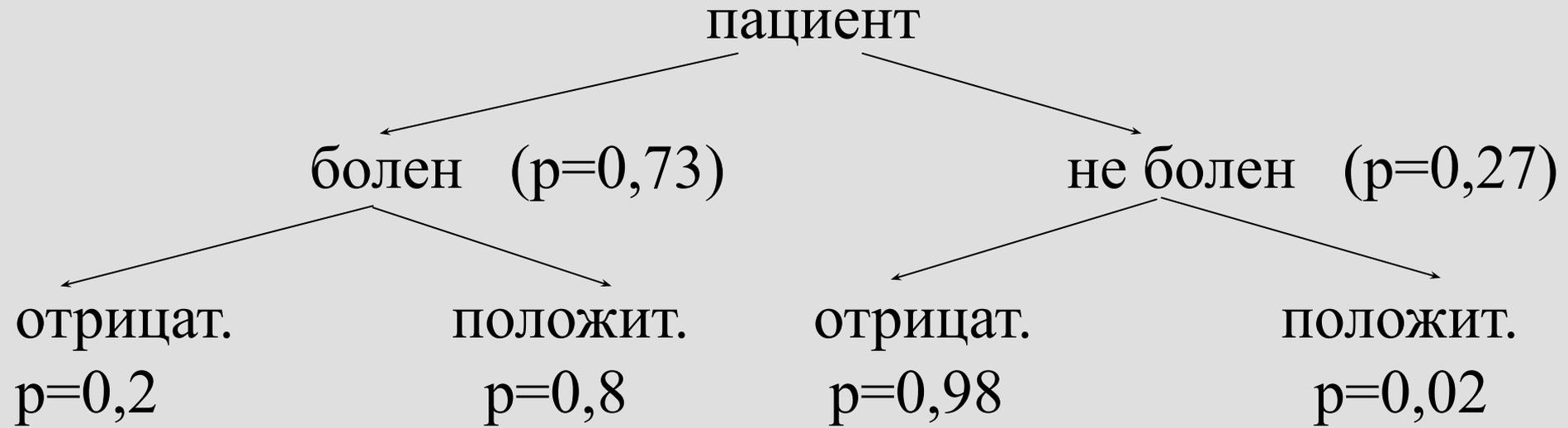
$$0,97 - 0,55 = 0,42$$

Ответ: 0,42

## Задача 21

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью  $0,8$ . Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью  $0,02$ . Известно, что  $73\%$  пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

# Решение задачи 21



$$P = 0,8 \cdot 0,73 + 0,02 \cdot 0,27 = 0,584 + 0,0054 = 0,5894$$

Ответ: 0,5894