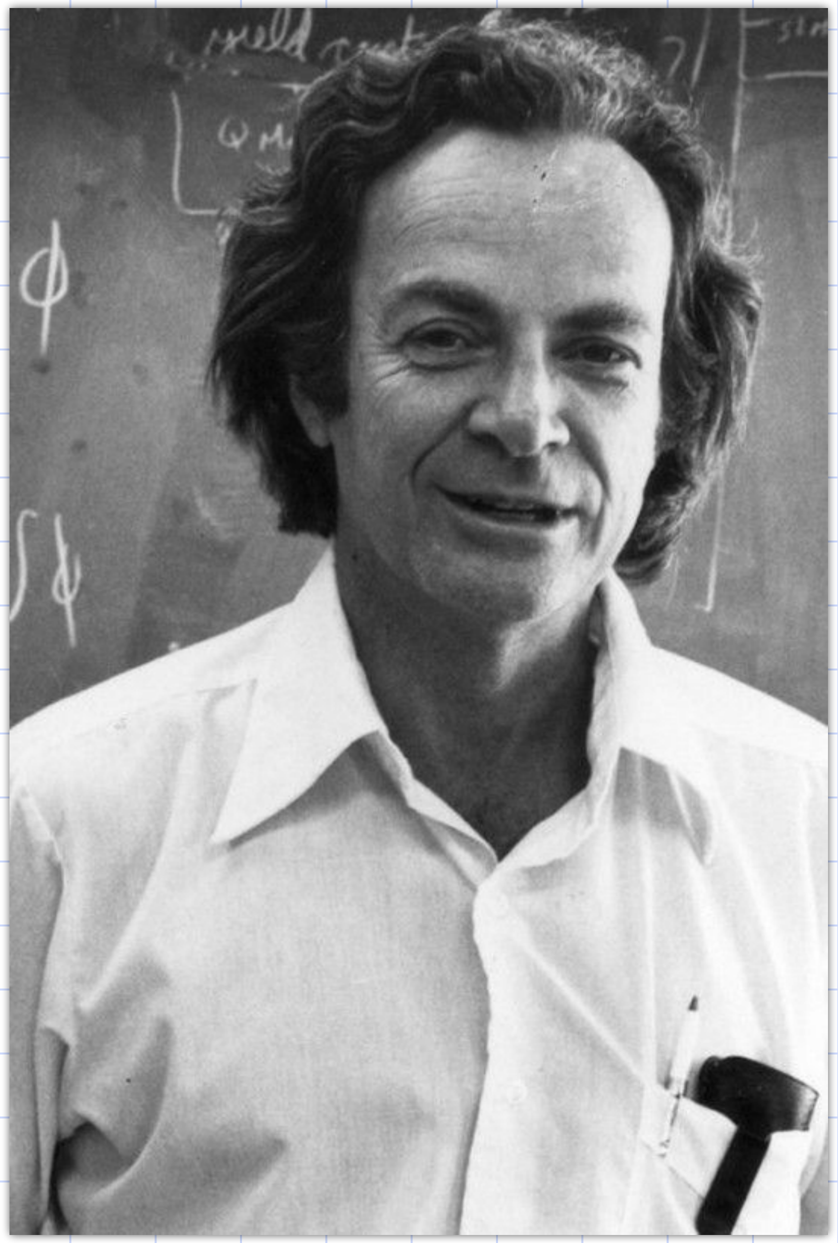
Мини-проект по теме: «Движения»

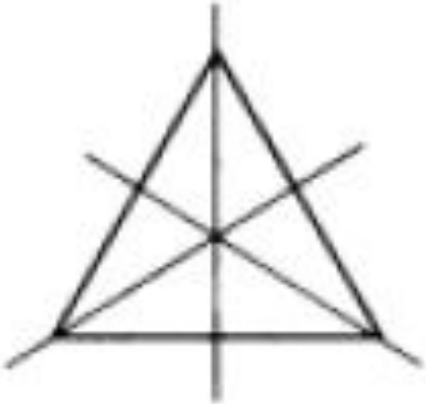
Выполнила ученица 11 класса «Б»
МБОУ«ЦО№10» им. А.В.Чернова
Зиновкина Мария
Проверил учитель по математике
Митрофанова Ольга Сергеевна
2017г.



«Для человеческого разума симметрия обладает, по-видимому, совершенно особой притягательной силой»

Ричард Фейнман

Это интересно!



Слово ***симметрия*** **означает** **«соразмерность**

Под симметрией в широком смысле этого слова п

всякую правильность во внутреннем строении тела или фигуры.

Учение о различных видах симметрии представляет большую и важную ветвь геометрии, тесно связанную со многими отраслями естествознания и техники, начиная с текстильного производства (разрисовка тканей) и архитектурной мо

заканчивая тонкими вопросами строения вещест

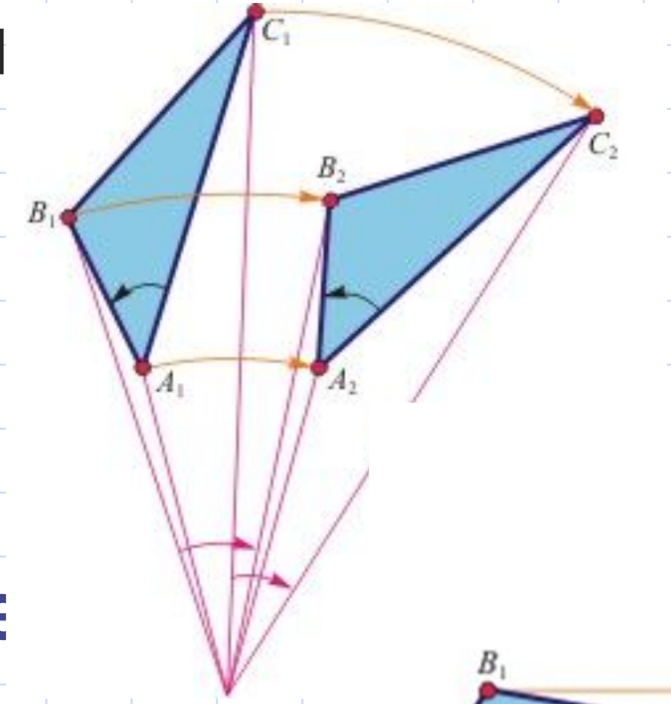
Движение. Виды движения.

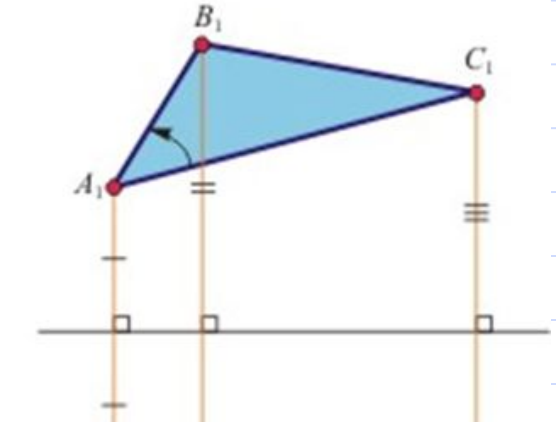
Движение пространства - это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние

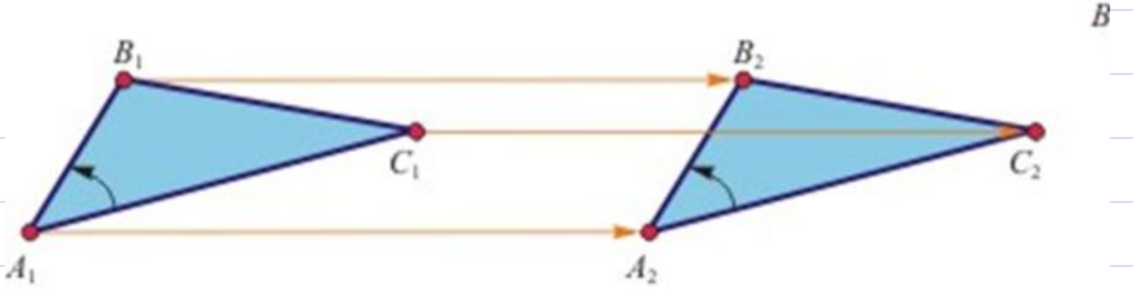
м

Виды движений:

1. Симметрия:
   - *центральная*
   - *осевая*
   - *зеркальная*
2. Параллельный пе
3. Поворот
4. Преобразование подобия

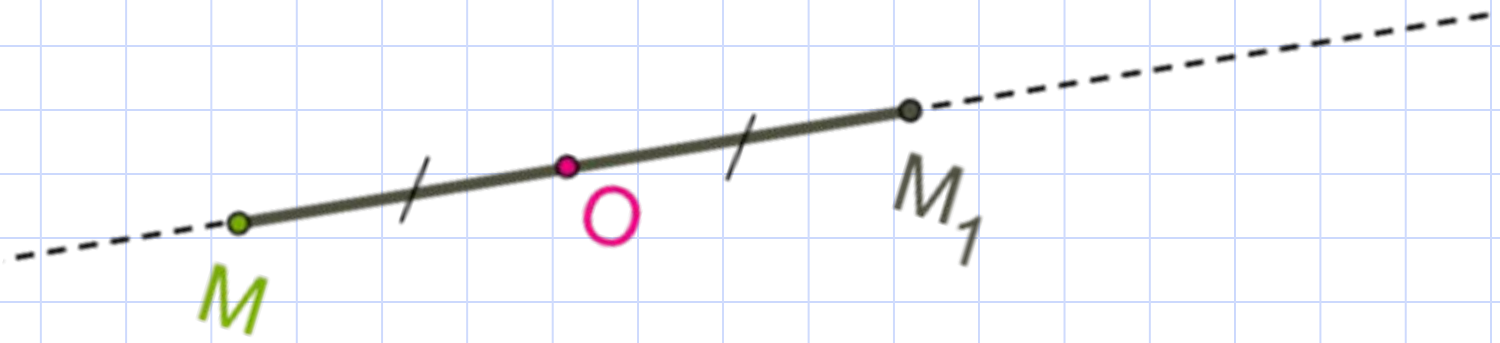






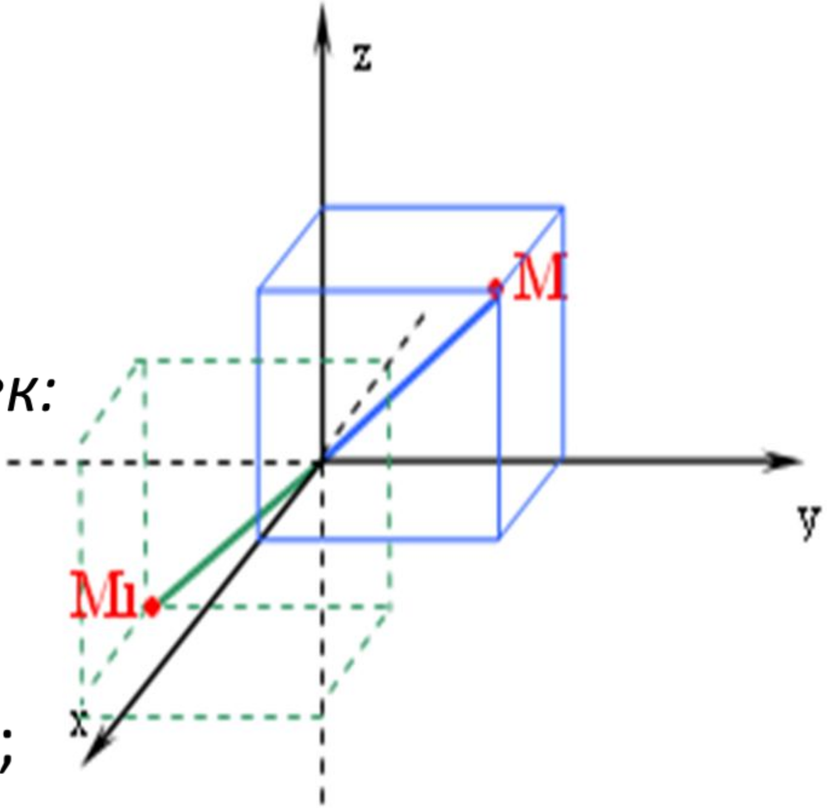
Центральная симметрия

Отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей точку M_1, относительно данного центра О



Докажем, что центральная симметрия является движением.

Обозначим точку О – центр симметрии
и введем прямоугольную систему координат
Охуz с началом в точке О.
Установим связь между координатами двух точек:

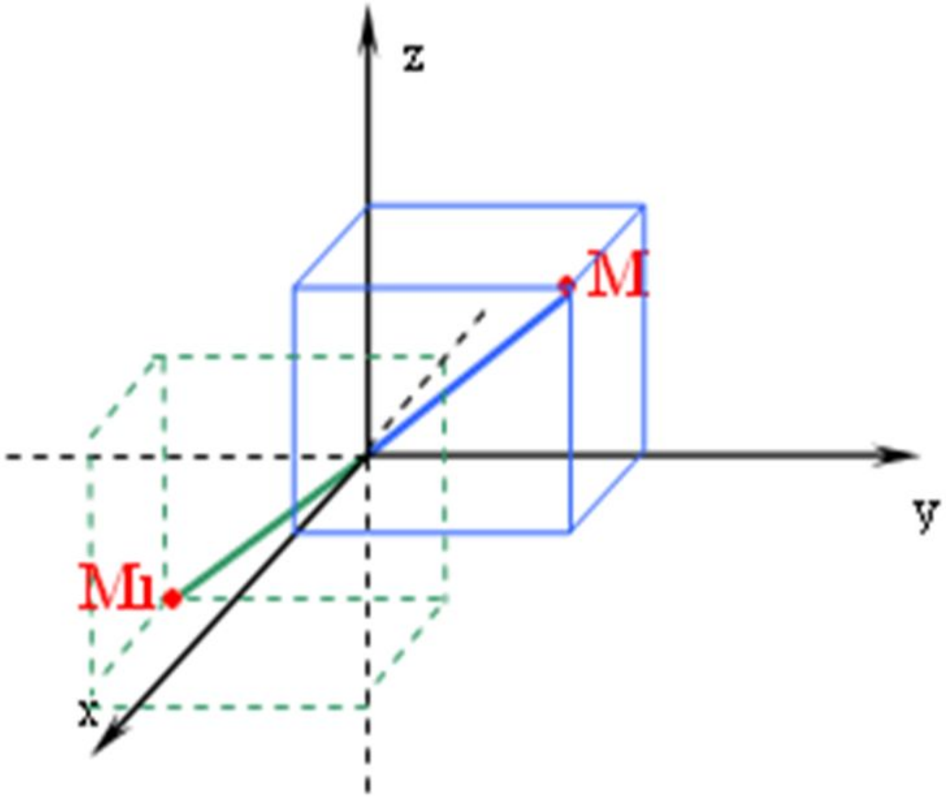


$M(x; y; z)$ и $M_1(x_1; y_1; z_1)$. $Z_0(M) = M_1$.

Если $M \neq 0$, то О – середина MM_1. Тогда $(x+x_1)/2=0$; $(y+y_1)/2=0$; $(z+z_1)/2=0$. Значит, $x=-x_1$; $y=-y_1$; $z=-z_1$.

Если $M=0$, то $x = x_1 = y = y_1 = z = z_1 = 0$,
т. е. формулы верны.

Докажем, что центральная симметрия является движением.



ассмотрим $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$,

$A \longrightarrow A_1$, $B \longrightarrow B_1$, тогда

$A_1(-x_1; -y_1; -z_1)$, $B_1(-x_2; -y_2; -z_2)$

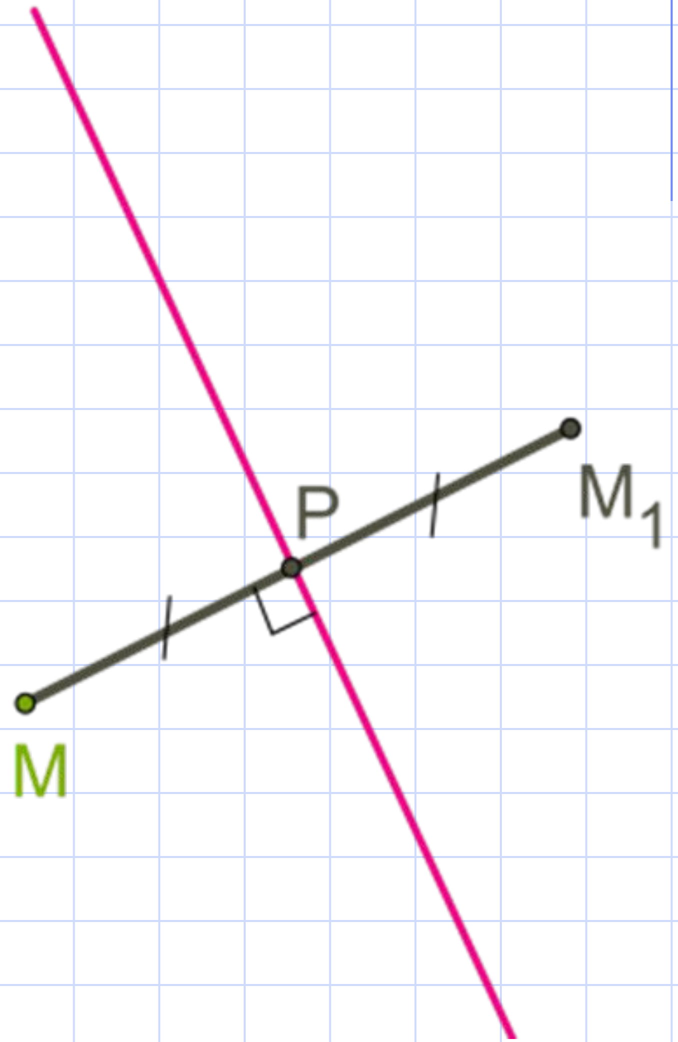
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2},$$

т. е. $AB = A_1B_1$

Осевая симметрия

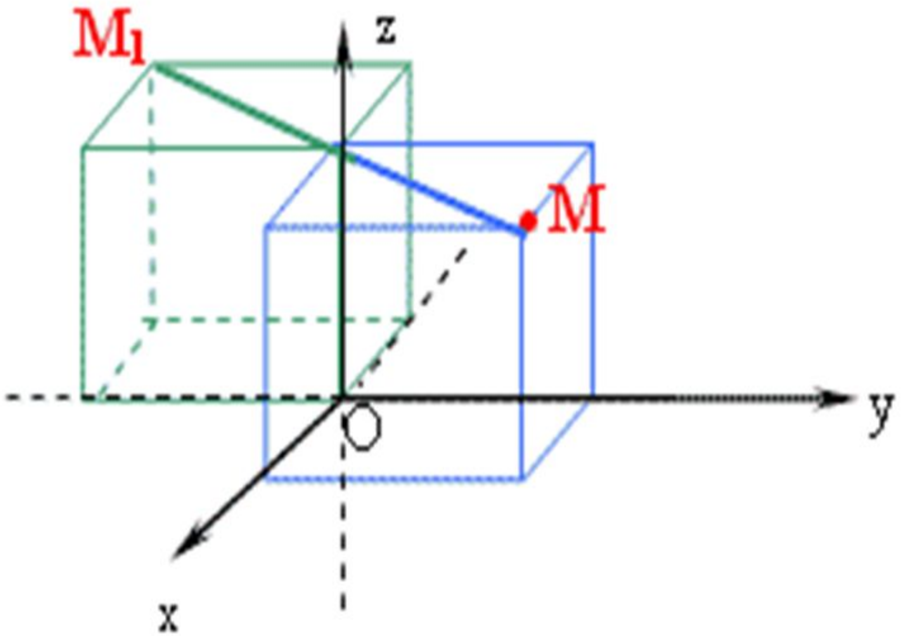
Отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей точку M_1, относительно данного центра О



Осевая симметрия обладает следующим свойством

это отображение плоскости на себя, которое сохраняет расстояние между точками.

Докажем, что осевая симметрия является движением.



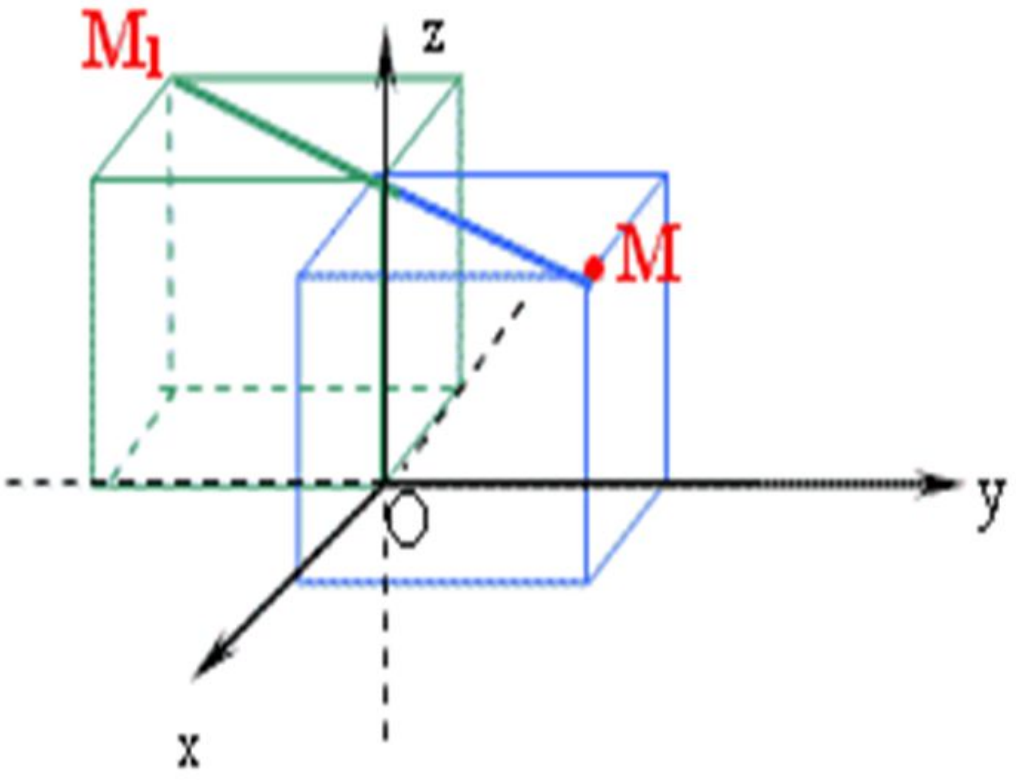
Введем прямоугольную систему координат Oxyz, совместим ось Oz с осью симметрии и установим связь между координатами точек $M(x; y; z)$ и $M_1(x_1; y_1; z_1)$, если $S_{oz}(M) = M_1$.

Если $M \notin O_z$, то $Oz \perp MM_1$ и проходит через середину.

Т. к. $Oz \notin MM_1$, то $z = z_1$. Т. к. Oz проходит через середину MM_1, то $x = -x_1$, $y = -y_1$.

Если точка M лежит на оси Oz, то $x_1 = x = 0$, $y_1 = y = 0$, $z_1 = z = 0$.

Докажем, что осевая симметрия является движением.



Рассмотрим $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$,

$A \to A_1$, $B \to B_1$,

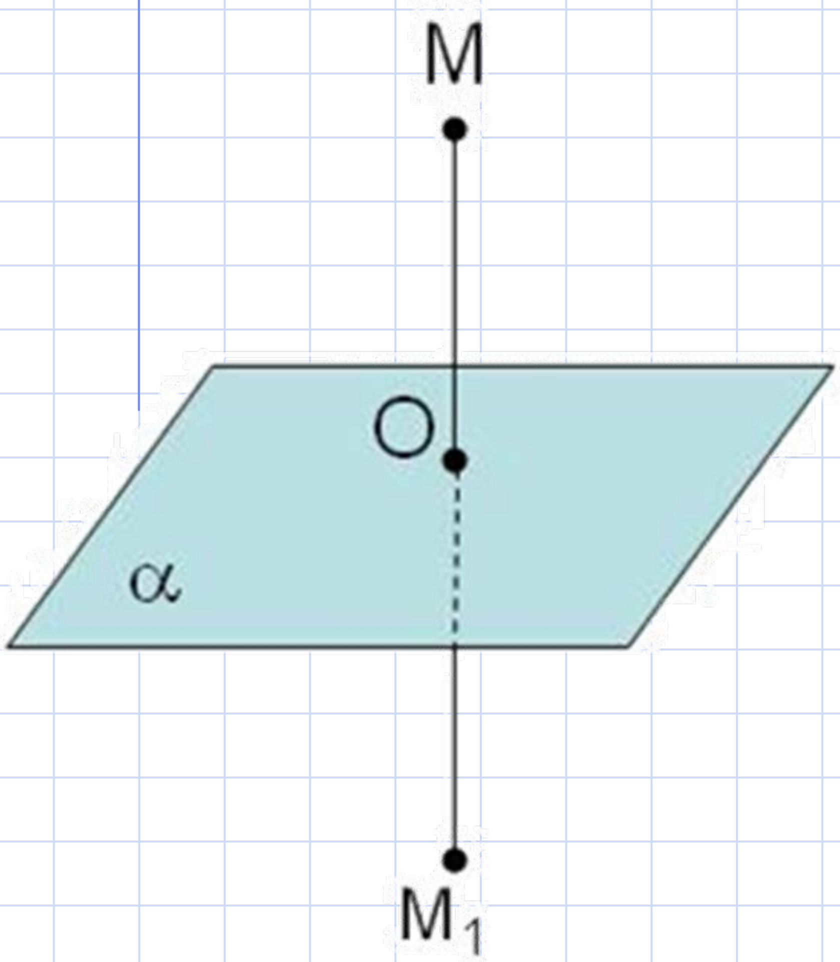
тогда $A_1(-x_1; -y_1; z_1)$, $B_1(-x_2; -y_2; z_2)$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$A_1B_1 = \sqrt{(-x_2 + x_1)^2 + (-y_2 + y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

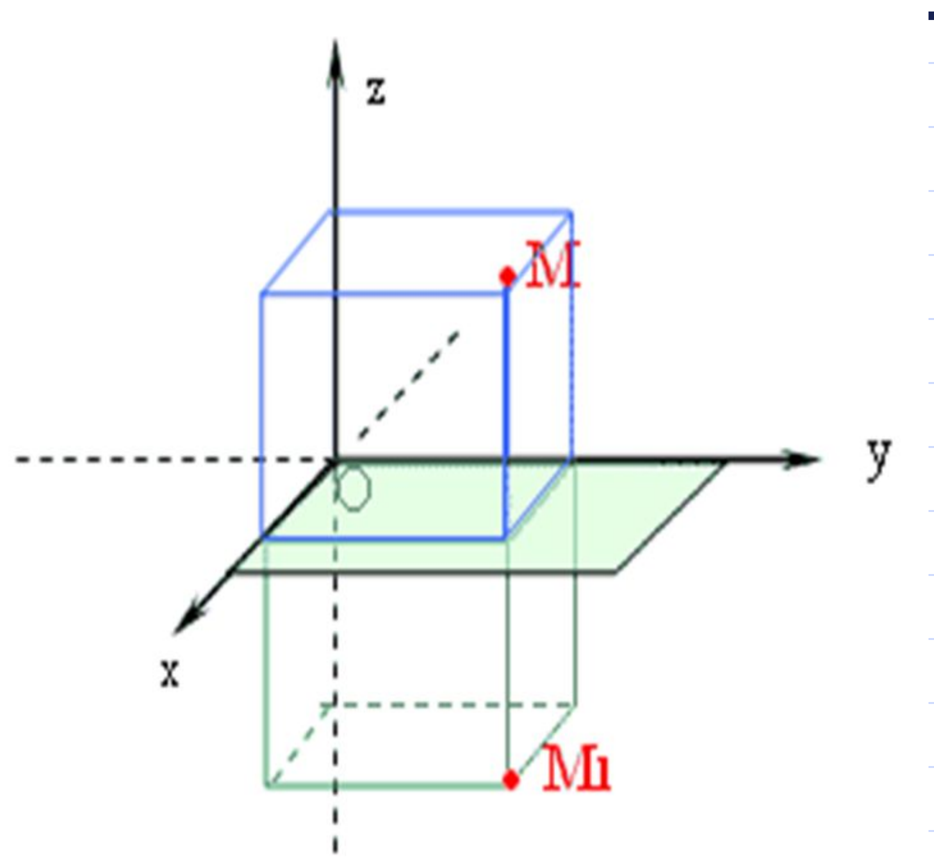
тогда $AB = A_1B_1$

Зеркальная симметрия



Отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в симметричную ей точку M_1, относительно данного центра O

Докажем, что зеркальная симметрия является движ



Введем прямоугольную систему координат Oxyz, совместим плоскость Oxy с плоскостью симметрии и установим связь между координатами точек $M(x; y; z)$ и $M_1(x_1; y_1; z_1)$, где $S_a(M) = M_1$.

Если М не лежит в плоскости Оху, то $x = x_1$, $y = y_1$, $z = -z_1$.

Если $M \perp$ Оху , то $x = x_1$ $\quad y = y_1$ $\quad z = z_1 = 0$

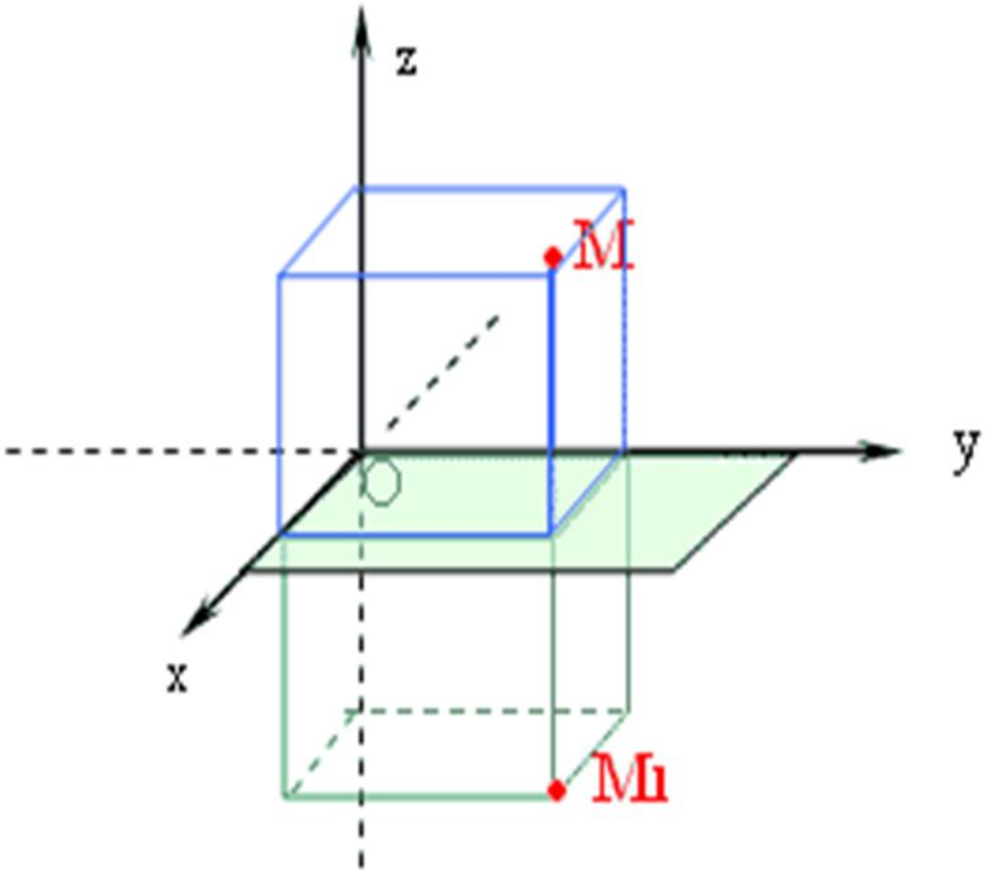
Докажем, что зеркальная симметрия является движением.

Рассмотрим $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $A \to A_1$, $B \to B_1$, тогда $A_1(x_1; y_1; -z_1)$, $B_1(x_2; y_2; -z_2)$, тогда

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

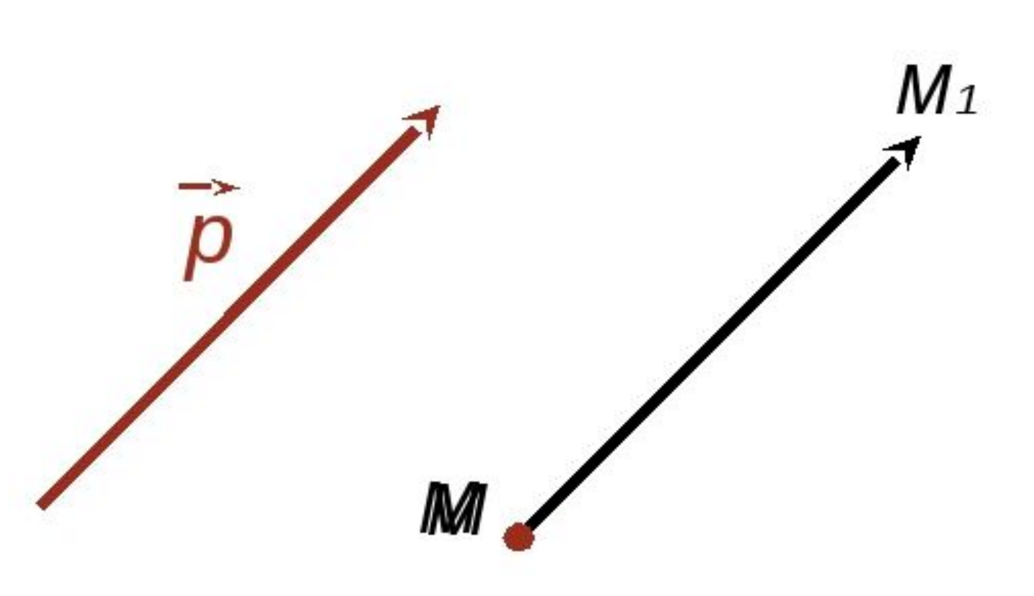
$$A_1B_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (-z_2 + z_1)^2},$$

тогда, $AB = A_1B_1$.

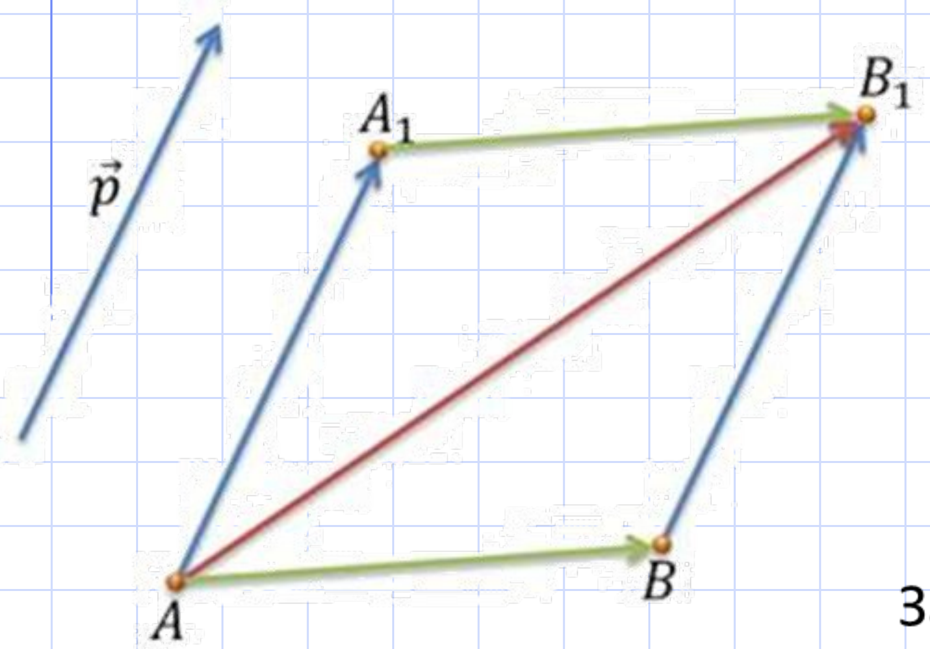


Параллельный перенос

Отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в симметричную ей точку M_1, относительно данного центра O



Докажем, что параллельный перенос является движением.



При параллельном переносе на вектор $\vec{p}$ любые две точки A и B переходят в такие точки A_1 и B_1, что вектора $\overrightarrow{AA_1} = \vec{p}$ и $BB_1 = \vec{p}$.

Сложим по правилу треугольника векторы:

$$\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1},\ \overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}$$

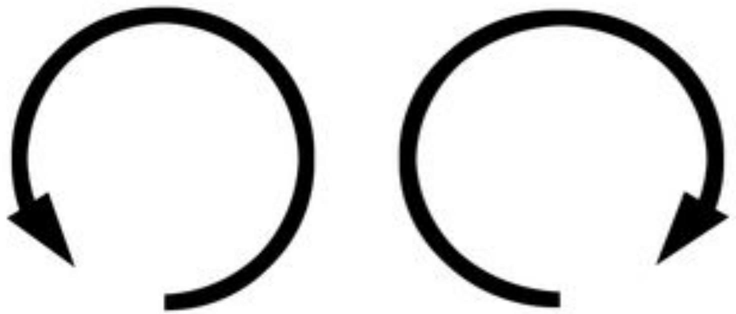
Поскольку левые части равенств равны, следовательно, равны и правые части равенств. Значит, можно записать, что

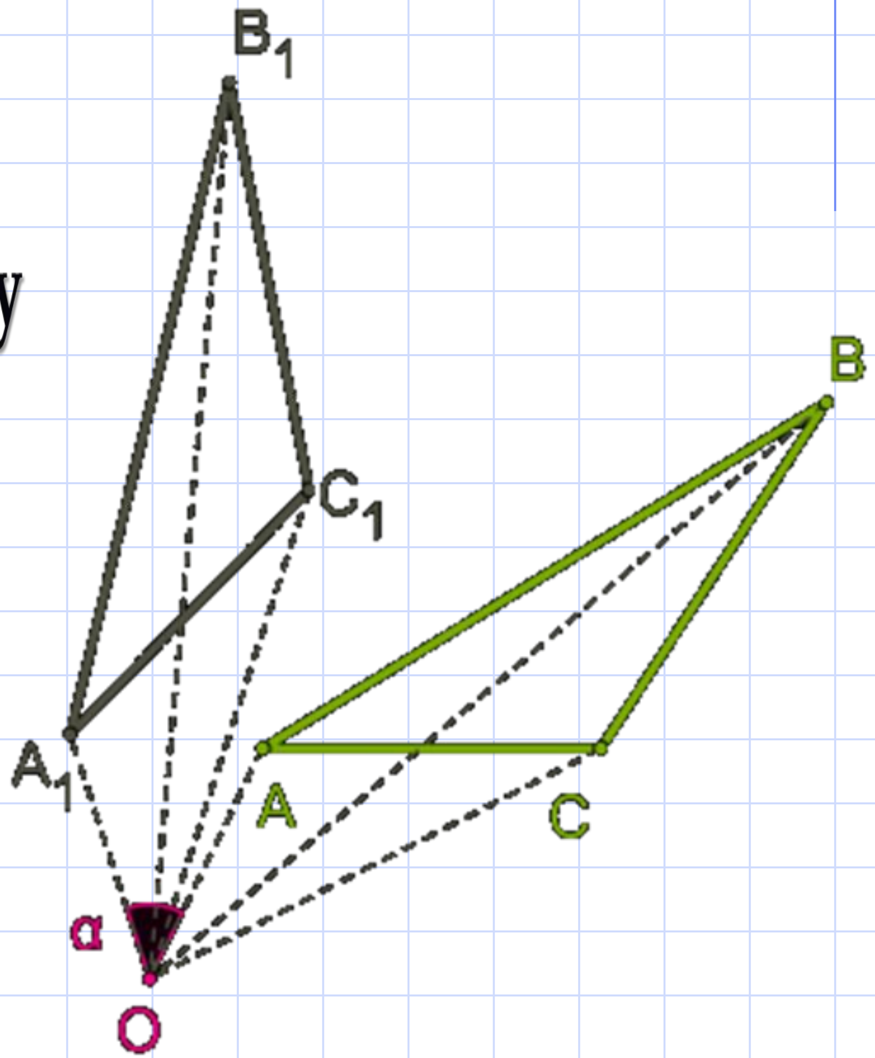
$$\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB_1}.$$

Заменим вектора $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{BB_1}$ на вектор $\vec{p}$. Получим, что $\vec{p} + \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB} + \vec{p}$. Отсюда получаем, что вектор $\overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{AB}$. Поскольку векторы равны, значит, равны и их длины, то есть $A_1B_1 = AB$.

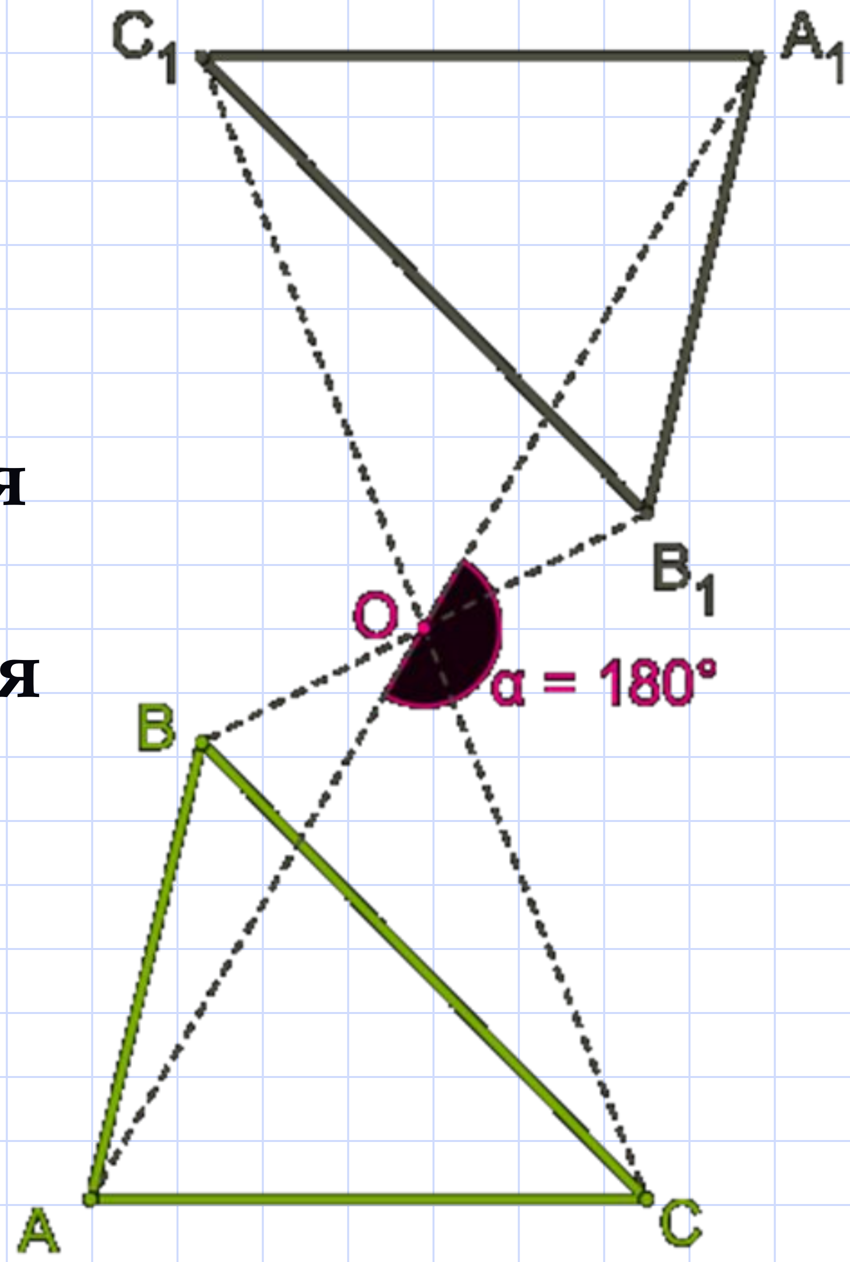
Поворот

Отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей точку M_1, относительно данного центра О



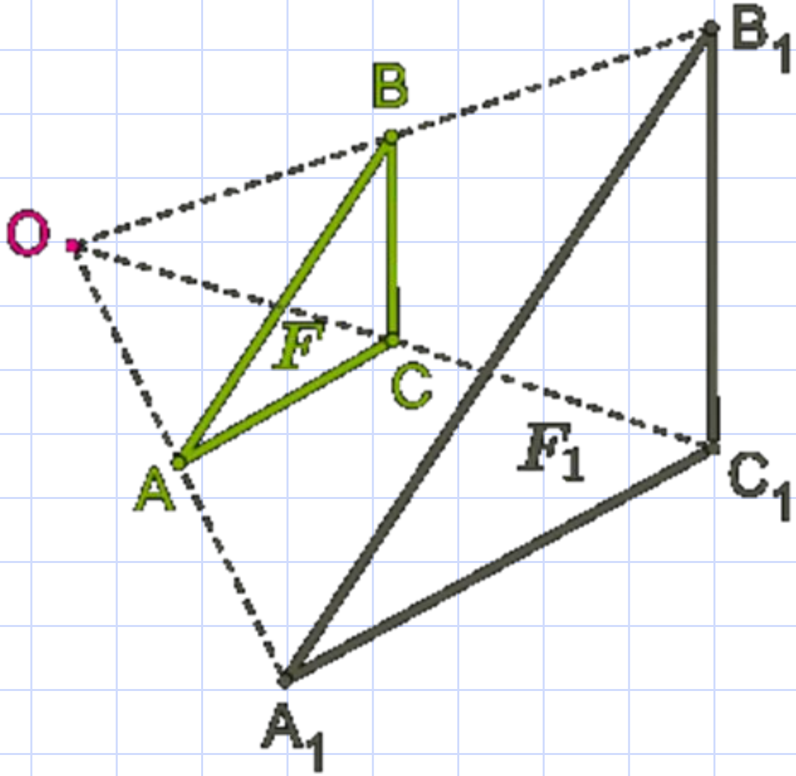


Если угол поворота равен 180 градусам, то фигура отображается как центрально симметричная данной, и этот поворот называется центральной симметрией.



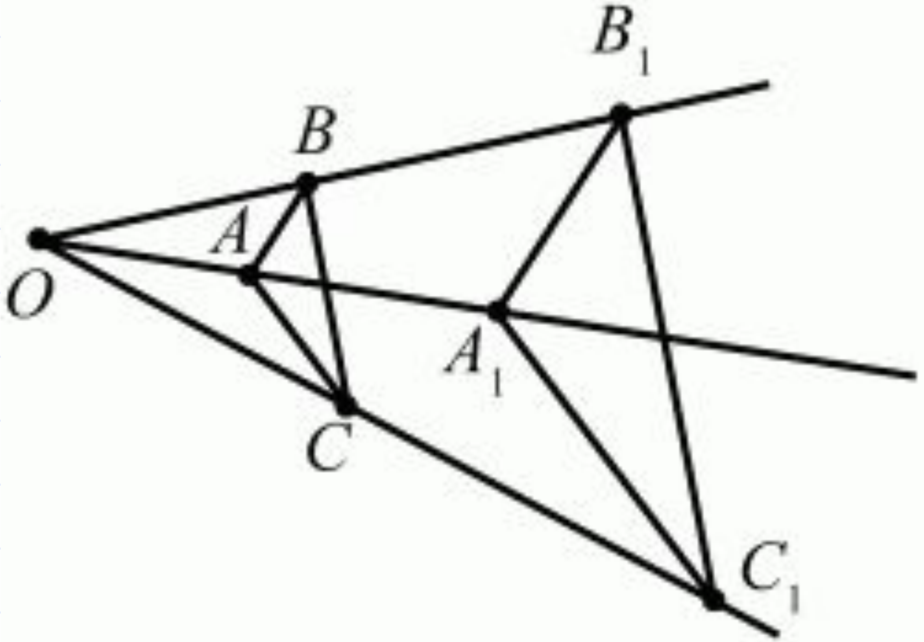
подобия

Отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в симметричную ей точку M_1, относительно данного центра O



Отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей точку M_1, относительно данного центра О

Верно и обратное утверждение: **любое преобразование подобия представляет собой результат последовательного выполнения движения и центрального подобия.**



№ 478

а) При центральной симметрии относительно точки O (0;0;0)

$x_2 = -x_1$; $y_2 = -y_1$; $z_2 = -z_1$.

$A(0;1;2) \longrightarrow A_1(0;-1;-2)$,

$B(3;-1;4) \longrightarrow B_1(-3;1;-4)$,

$C(1;0;-2) \longrightarrow C_1(-1;0;2)$

б) При осевой симметрии относительно оси Ox

$x_2 = x_1$; $y_2 = -y_1$; $z_2 = -z_1$.

$A(0;1;2) \longrightarrow A_1(0;-1;-2)$,

$B(3;-1;4) \longrightarrow B_1(3;1;-4)$,

$C(1;0;-2) \longrightarrow C_1(1;0;2)$

в) При зеркальной симметрии относительно Ozy

$x_2 = -x_1$; $y_2 = y_1$; $z_2 = z_1$.

$A(0;1;2) \longrightarrow A_1(0;1;2)$,

$B(3;-1;4) \longrightarrow B_1(-3;-1;4)$,

$C(1;0;-2) \longrightarrow C_1(-1;0;-2)$

Симметрия в природ

На явление симметрии в живой природе обратили внимание еще пифагорейцы в связи с развитием ими учения о гармонии.

Установлено, что в природе наиболее распространены два вида симметрии - "зеркальная" и "лучевая" (или "радиальная") симметрии.

- "Зеркальной" симметрией обладает бабочка, листок или жук и часто такой вид симметрии называется "симметрией листка" или "билатеральной симметрией".
- К формам с лучевой симметрией относятся гриб, ромашка, сосновое дерево и часто такой ви симметрии называется "ромашко-грибной" симметрией.

архитектуре

Соблюдение симметрии является первым правилом архитектора при проектировании любого сооружения.

Особенно блистательно использовали симметрию в архитектурных сооружениях древние зодчие. Причем древнегреческие архитекторы были убеждены, что в своих произведениях они руководствуются законами, которые управляют природой.

Выбирая симметричные формы, художн тем самым выражал свое понимание природной гармонии как устойчивости, спокойствия и равновесия.