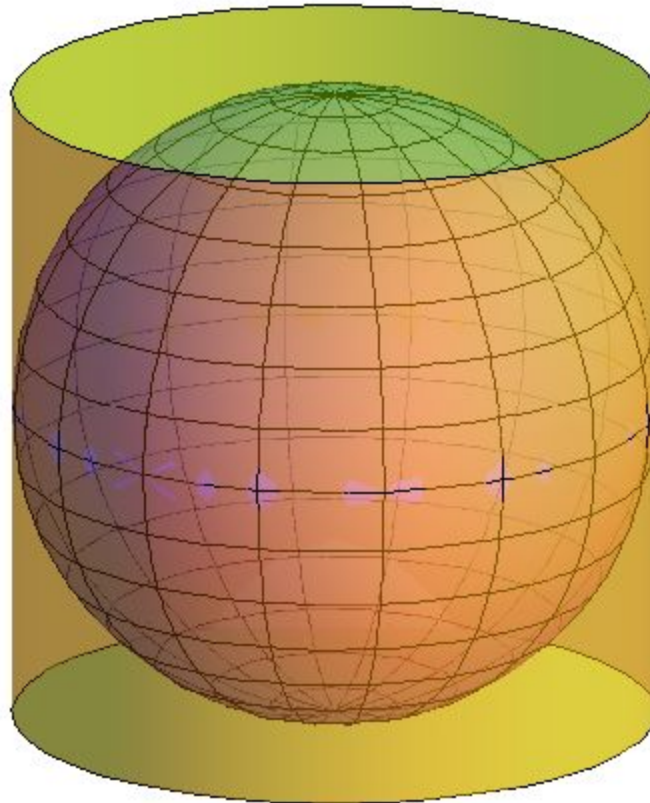
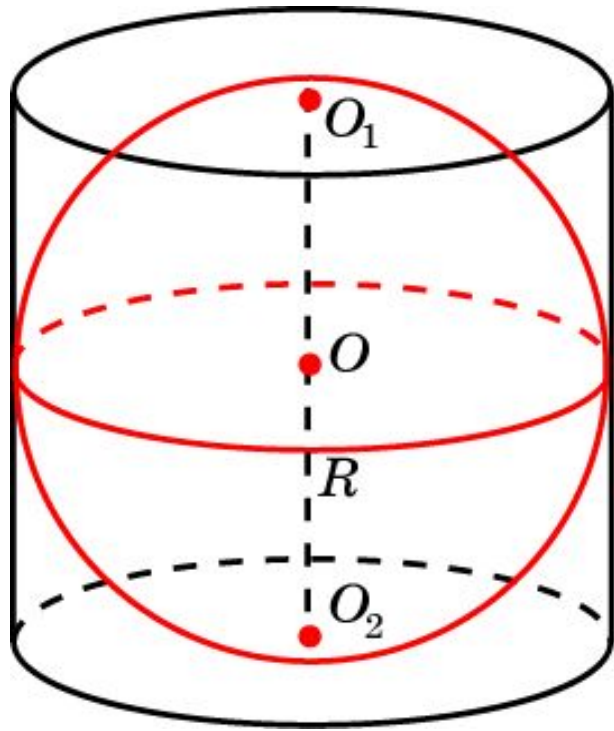


# Сфера, вписанная в цилиндр

Сфера называется вписанной в цилиндр, если она касается его оснований и боковой поверхности (касается каждой образующей). При этом цилиндр называется описанным около сферы.



# Сфера, вписанная в цилиндр



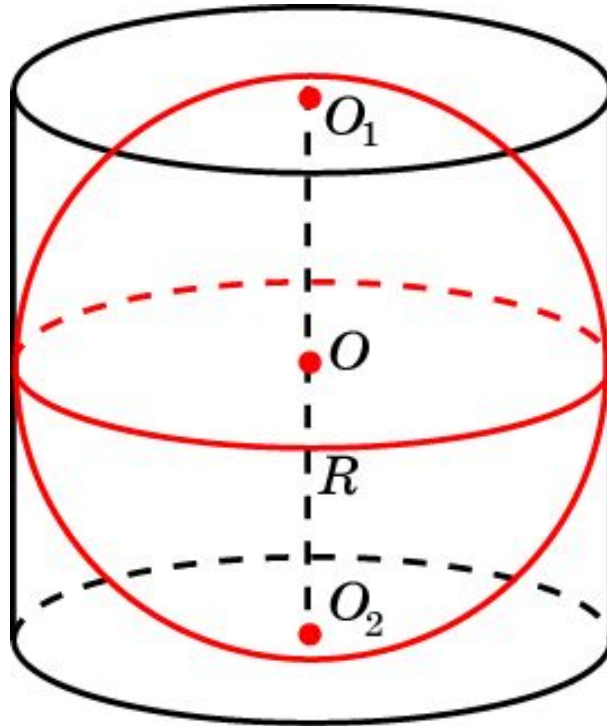
В цилиндр можно вписать сферу, если высота цилиндра равна диаметру его основания.

Ее центром будет точка  $O$ , являющаяся серединой отрезка, соединяющего центры оснований  $O_1$  и  $O_2$  цилиндра.

Радиус сферы  $R$  будет равен радиусу окружности основания цилиндра.

# Упражнение 1

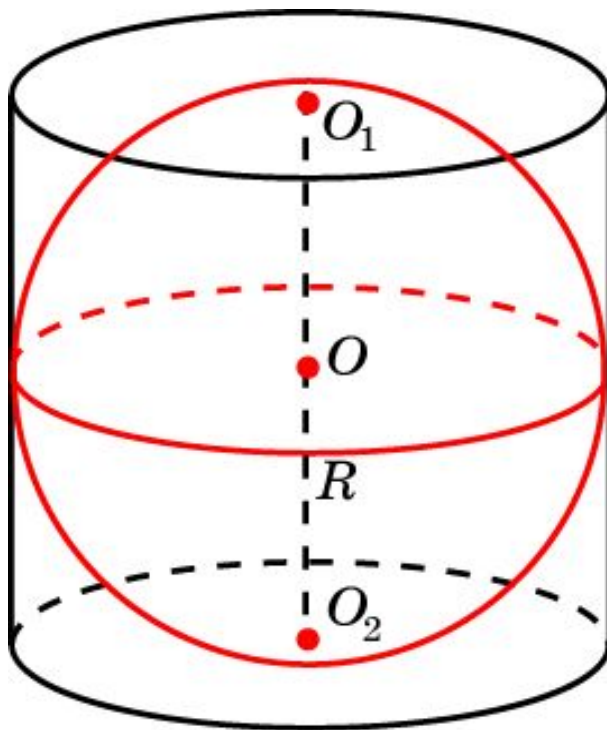
В цилиндр высоты 2 вписана сфера. Найдите ее радиус.



Ответ: 1.

## Упражнение 2

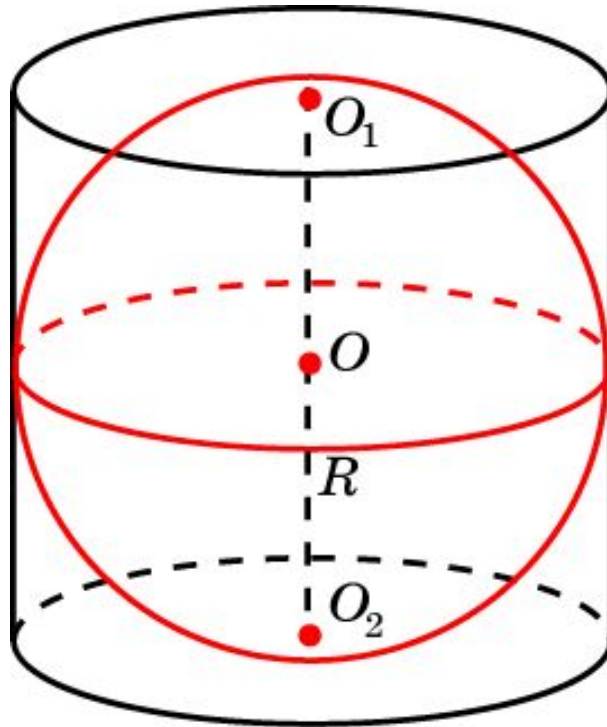
В цилиндр вписана сфера радиуса 1. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: 2.

## Упражнение 3

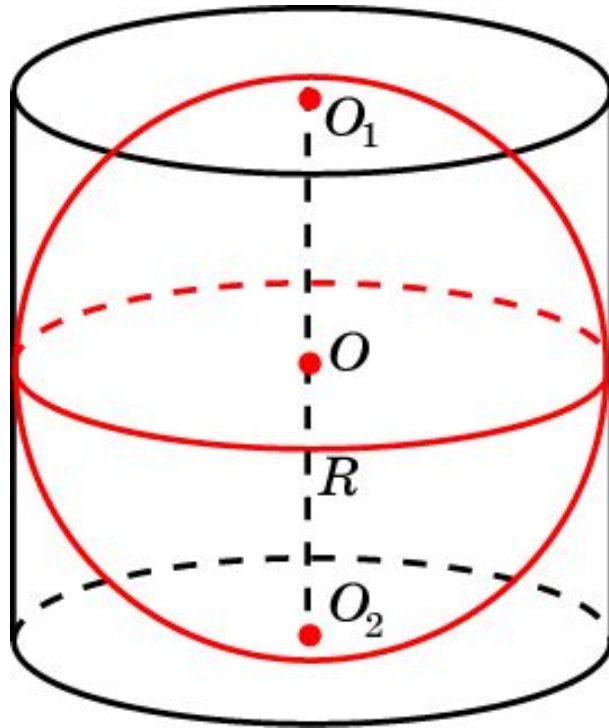
Радиус основания цилиндра равен 2. Какой должна быть высота цилиндра, чтобы в него можно было вписать сферу?



Ответ: 4.

## Упражнение 4

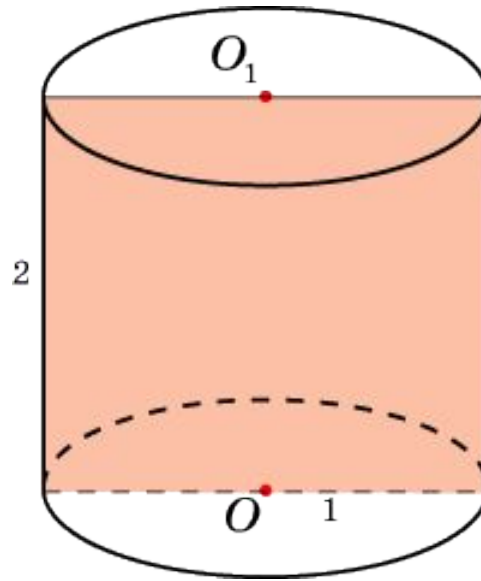
Высота цилиндра равна 2. Каким должен быть радиус основания цилиндра, чтобы в него можно было вписать сферу?



Ответ: 1.

## Упражнение 5

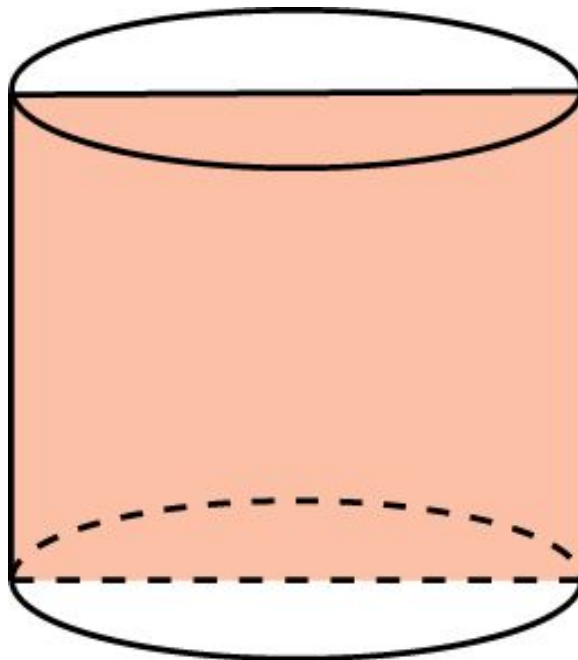
Осевым сечением цилиндра является прямоугольник со сторонами 1 и 2. Можно ли в этот цилиндр вписать сферу?



Ответ: Нет.

## Упражнение 6

Осевым сечением цилиндра является квадрат. Можно ли в этот цилиндр вписать сферу?

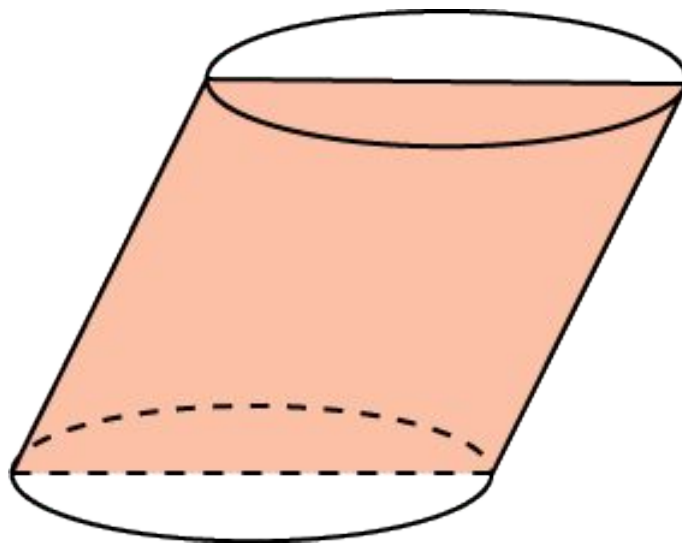


Ответ: Да.



## Упражнение 7

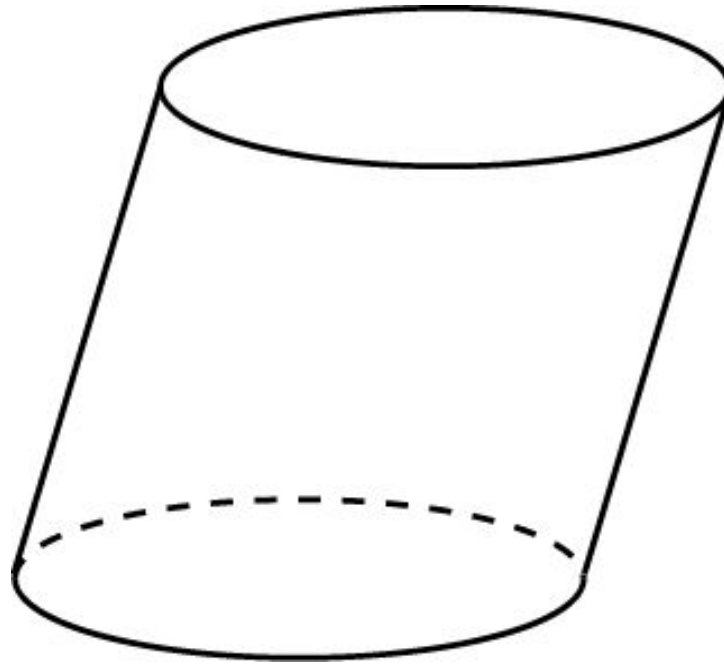
Можно ли вписать сферу в цилиндр, осевым сечением которого является ромб?



Ответ: Нет.

## Упражнение 8

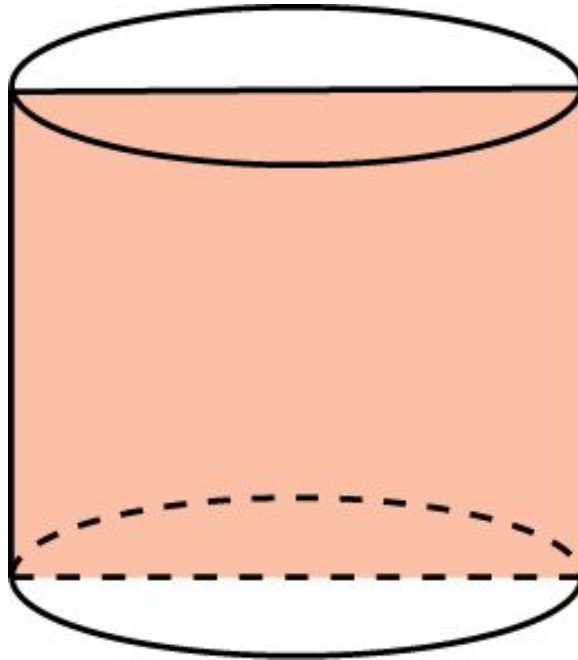
Можно ли вписать сферу в наклонный цилиндр?



Ответ: Нет.

## Упражнение 9

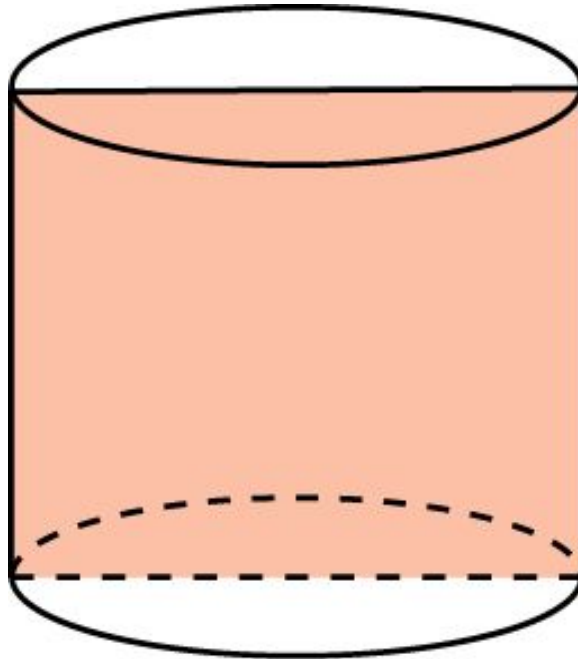
Площадь осевого сечения цилиндра, в который вписана сфера, равна  $4 \text{ см}^2$ . Найдите диаметр сферы.



Ответ: 2 см.

## Упражнение 10

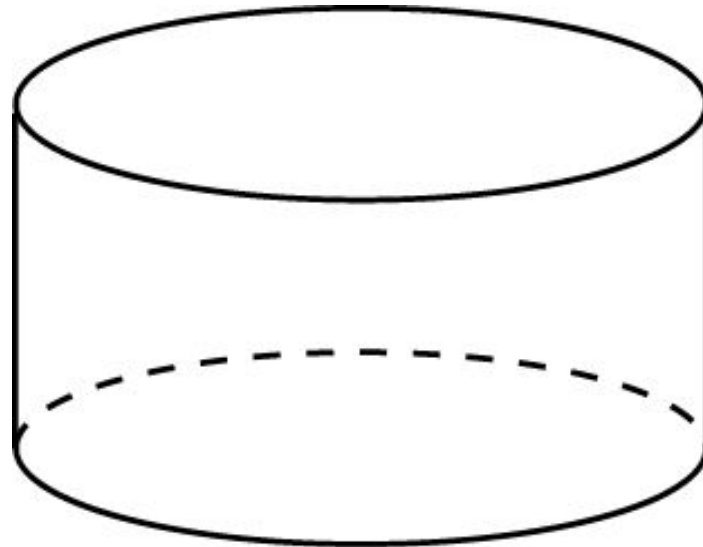
Периметр осевого сечения цилиндра, в который вписана сфера, равен 8 см. Найдите радиус сферы.



Ответ: 1 см.

## Упражнение 11

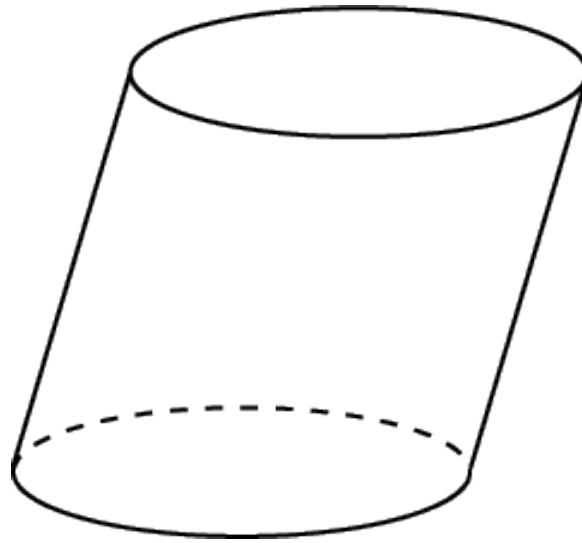
Какой наибольший радиус может быть у сферы, помещающейся в цилиндр, радиус основания которого равен 2, и высота 1.



Ответ: 0,5 см.

## Упражнение 12

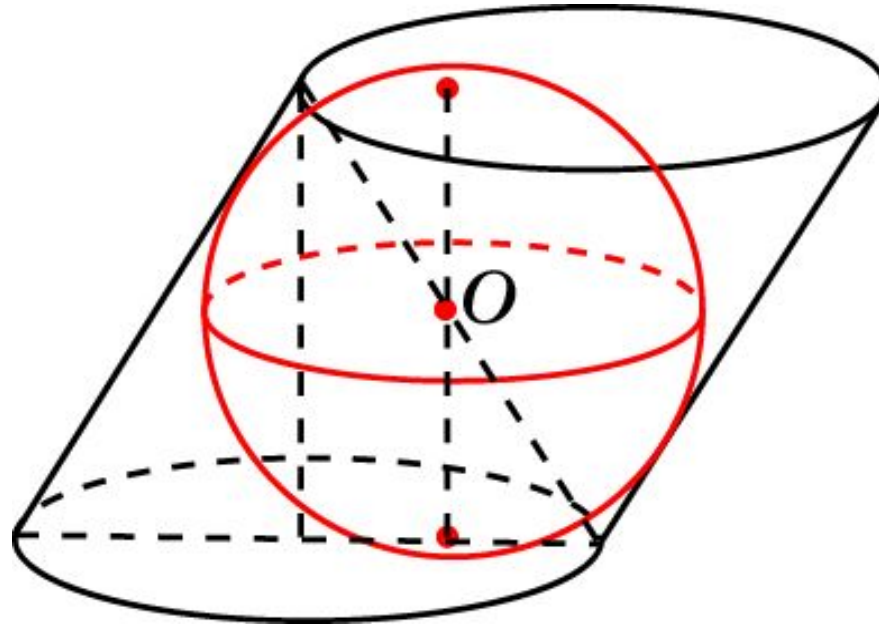
Можно ли сферу радиуса 1 поместить в наклонный цилиндр, радиус основания которого равен 1, а боковое ребро равно 2 и наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .



Ответ: Нет.

## Упражнение 13

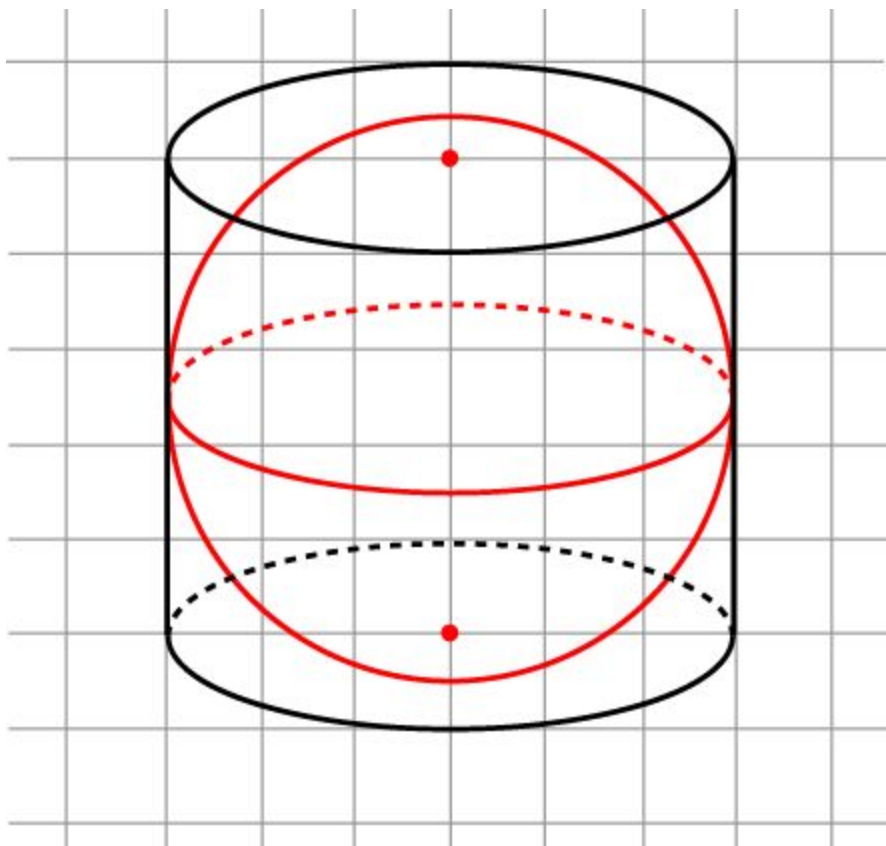
Какой наибольший радиус может быть у сферы, помещающейся в наклонный цилиндр, радиус основания которого равен 1, а боковое ребро равно 2 и наклонено к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Упражнение 14

На рисунке изображена ортогональная проекция сферы. Нарисуйте цилиндр описанный около этой сферы.

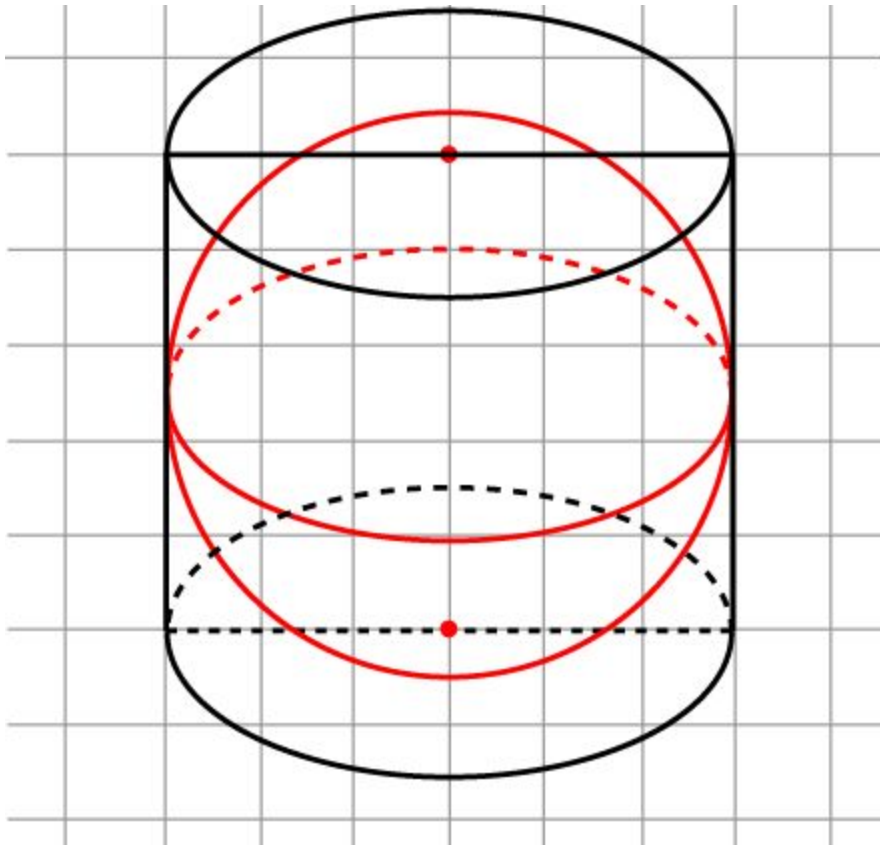


Ответ:



## Упражнение 15

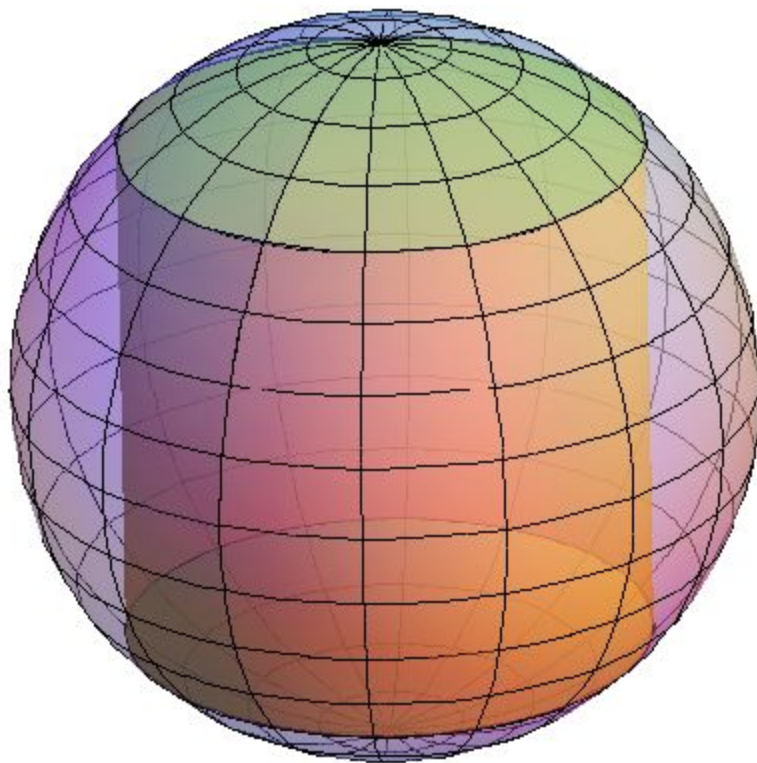
На рисунке изображена ортогональная проекция диагонального сечения цилиндра, в который вписана сфера. Дорисуйте цилиндр с вписанной в него сферой.



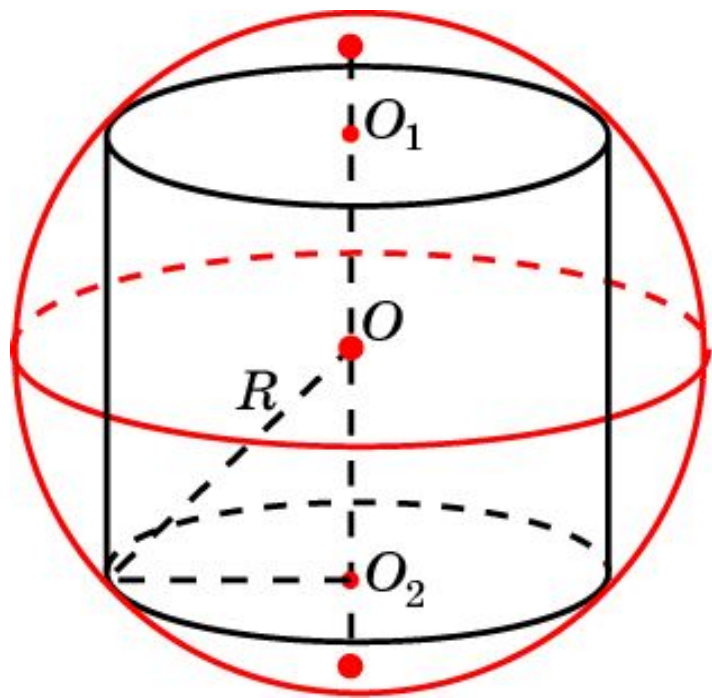
**Решение:** Сначала рисуем окружность и отмечаем полюса искомой сферы. Затем рисуем эллипс, изображающий экватор, половина малой оси которого равна 1,5 клетки. Поднимаем и опускаем этот эллипс так, чтобы его центр совместился с полюсами. Рисуем две образующие цилиндра.

# Сфера, описанная около цилиндра

Цилиндр называется вписанным в сферу, если окружности оснований цилиндра лежат на сфере. При этом сфера называется описанной около цилиндра.



# Сфера, описанная около цилиндра



Около любого цилиндра можно описать сферу. Ее центром будет точка  $O$ , являющаяся серединой отрезка, соединяющего центры оснований  $O_1$  и  $O_2$  цилиндра.

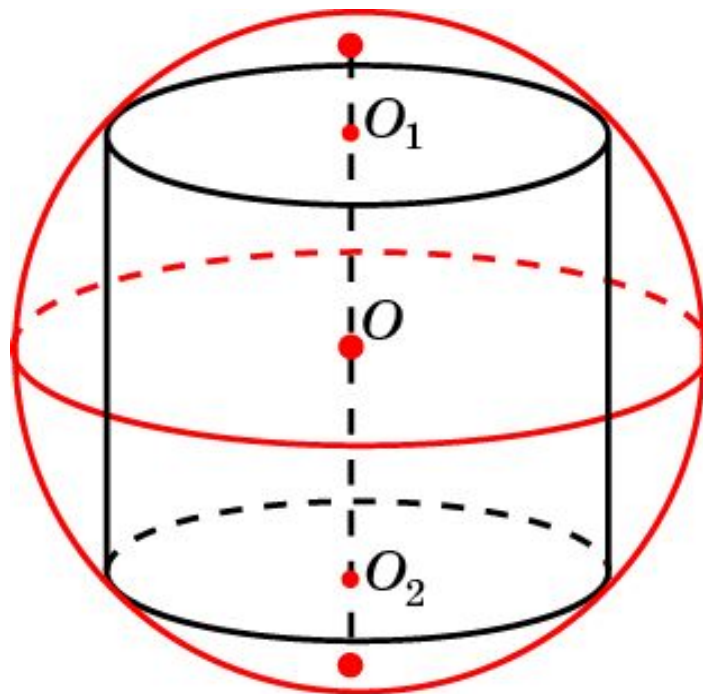
Радиус сферы  $R$  вычисляется по формуле

$$R = \frac{\sqrt{h^2 + 4r^2}}{2},$$

где  $h$  – высота цилиндра,  $r$  – радиус окружности основания.

# Упражнение 1

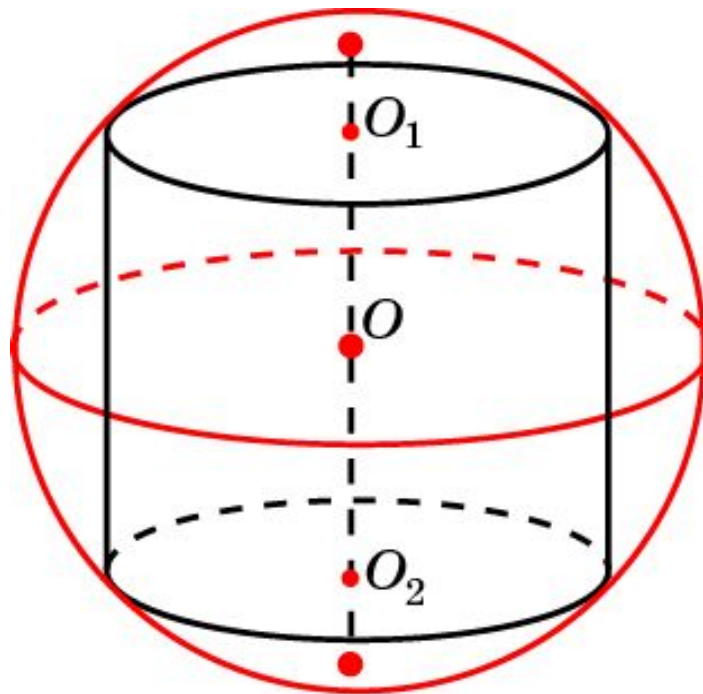
Диagonalь осевого сечения цилиндра равна 2. Найдите радиус сферы, описанной около этого цилиндра.



Ответ: 1.

## Упражнение 2

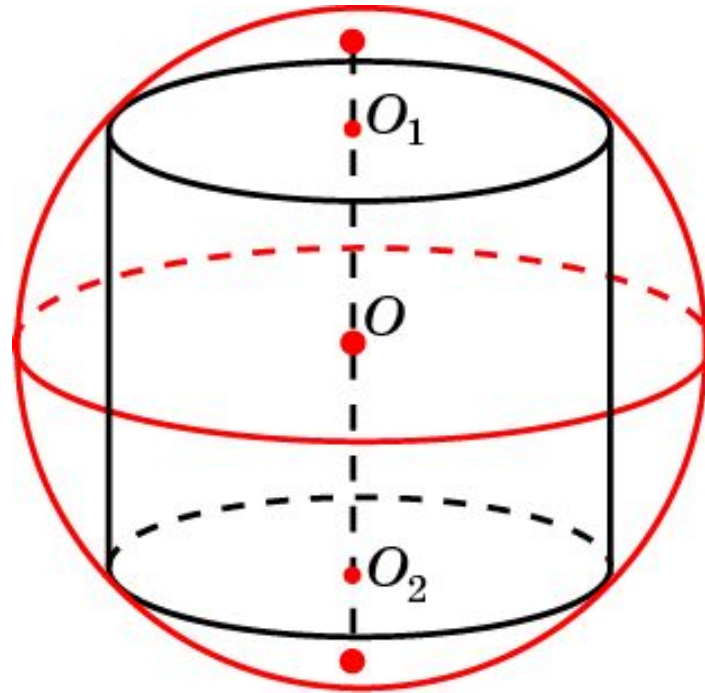
Около цилиндра высоты 2 и радиуса основания 1 описана сфера. Найдите ее радиус.



Ответ:  $\sqrt{2}$ .

## Упражнение 3

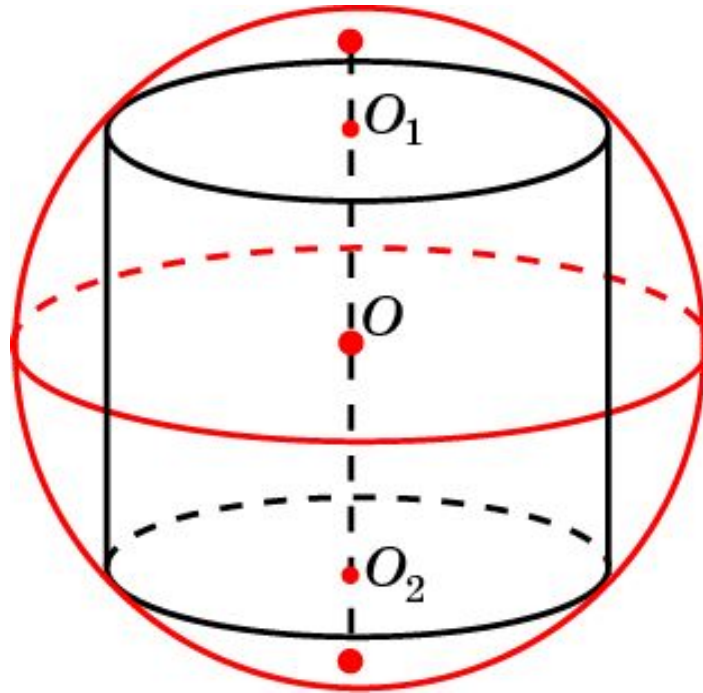
Около цилиндра, радиус основания которого равен 1, описана сфера радиуса 2. Найдите высоту цилиндра.



Ответ:  $2\sqrt{3}$ .

## Упражнение 4

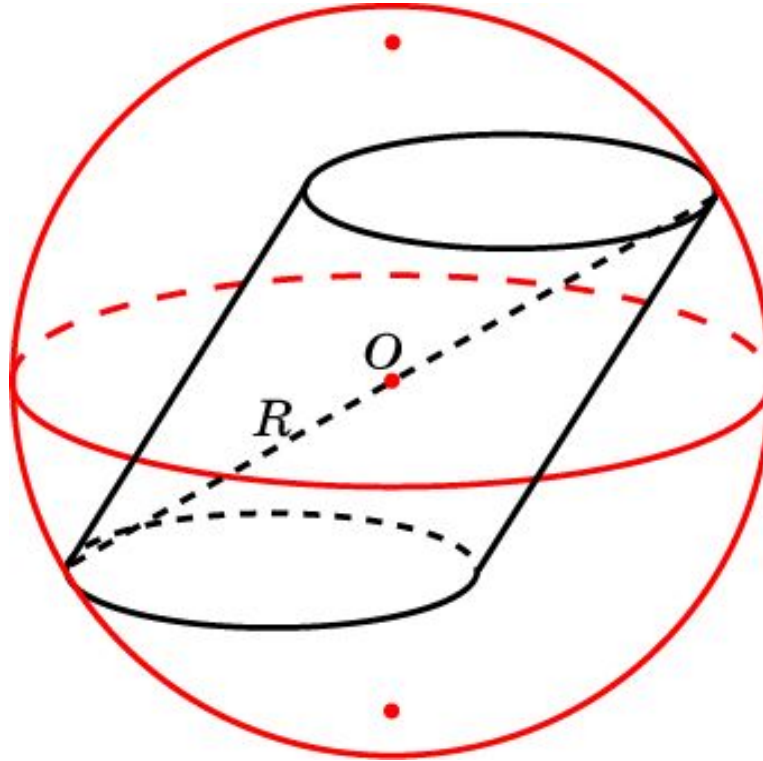
Около цилиндра, высота которого равна 1, описана сфера радиуса 1. Найдите радиус основания цилиндра.



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Упражнение 5

Найдите наименьший радиус сферы, в которую помещается наклонный цилиндр, радиус основания которого равен 1, образующая равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ .

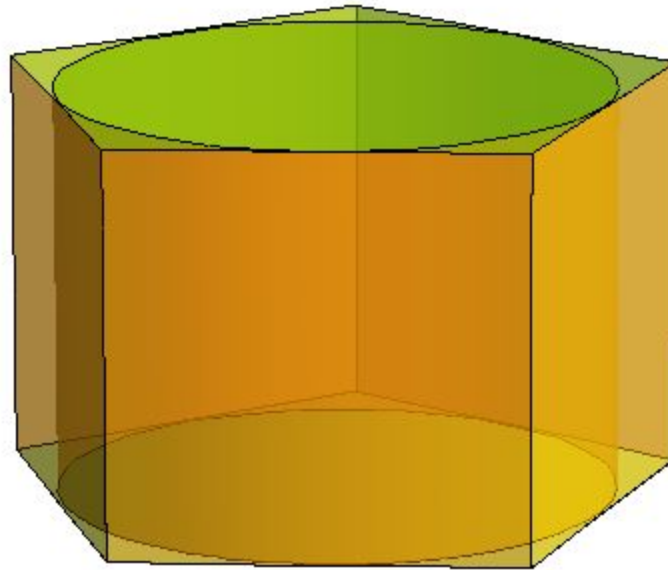


Ответ:  $2\sqrt{3}$ .

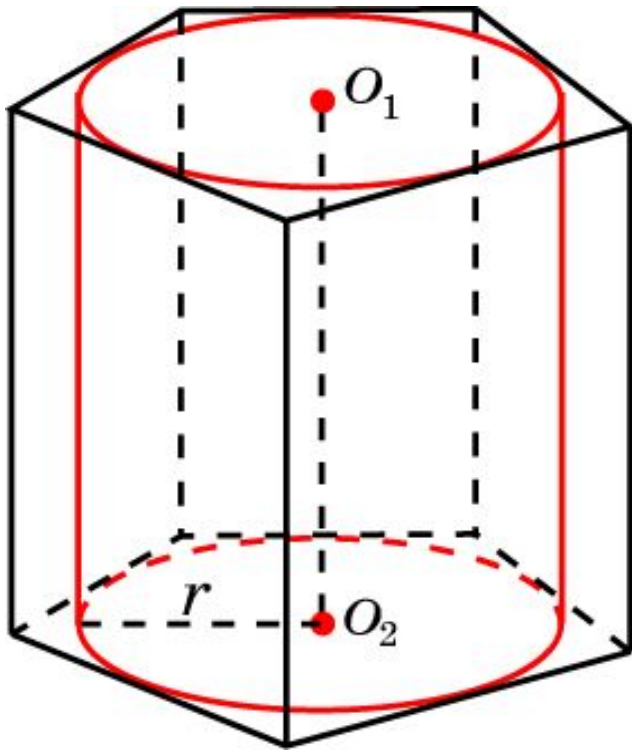


# Цилиндр, вписанный в призму

Цилиндр называется вписанным в призму, если его основания вписаны в основания призмы. При этом, призма называется описанной около цилиндра



# Цилиндр, вписанный в призму



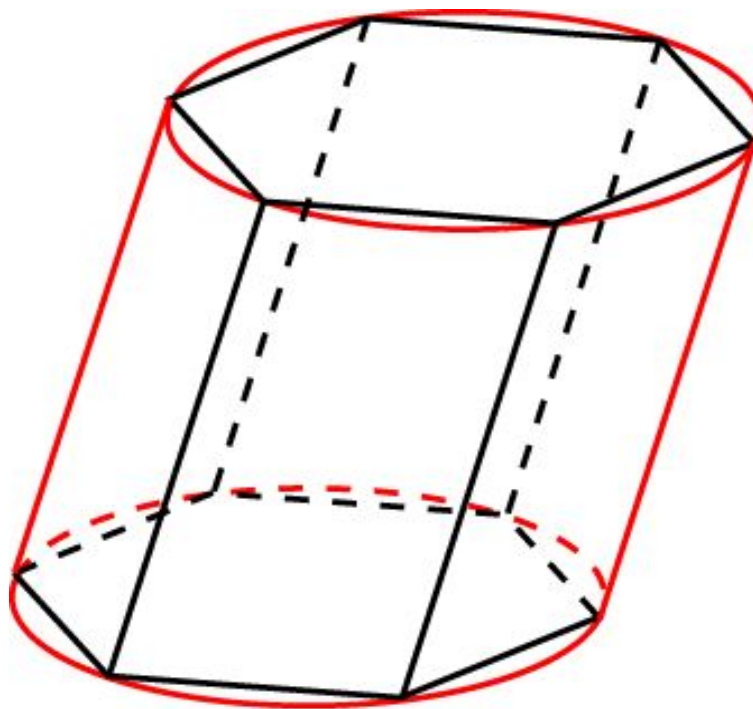
В призму можно вписать цилиндр тогда и только тогда, когда в ее основание можно вписать окружность.

Радиус основания цилиндра равен радиусу окружности, вписанной в основание призмы.

Высота цилиндра равна высоте призмы.

# Упражнение 1

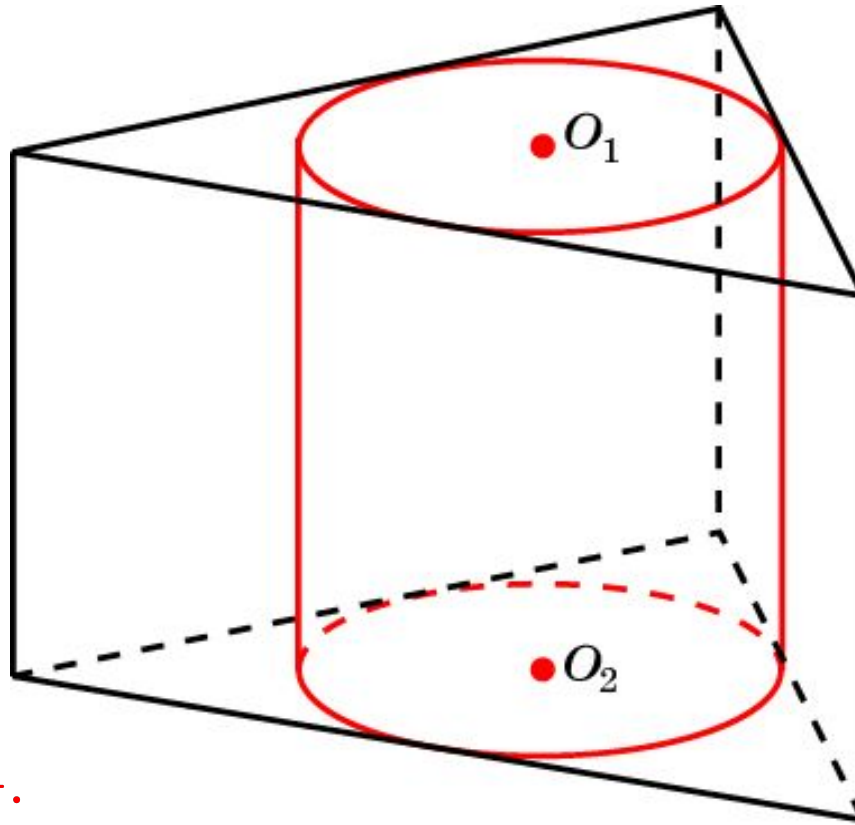
Можно ли вписать цилиндр в наклонную призму?



**Ответ:** Да, наклонный цилиндр.

## Упражнение 2

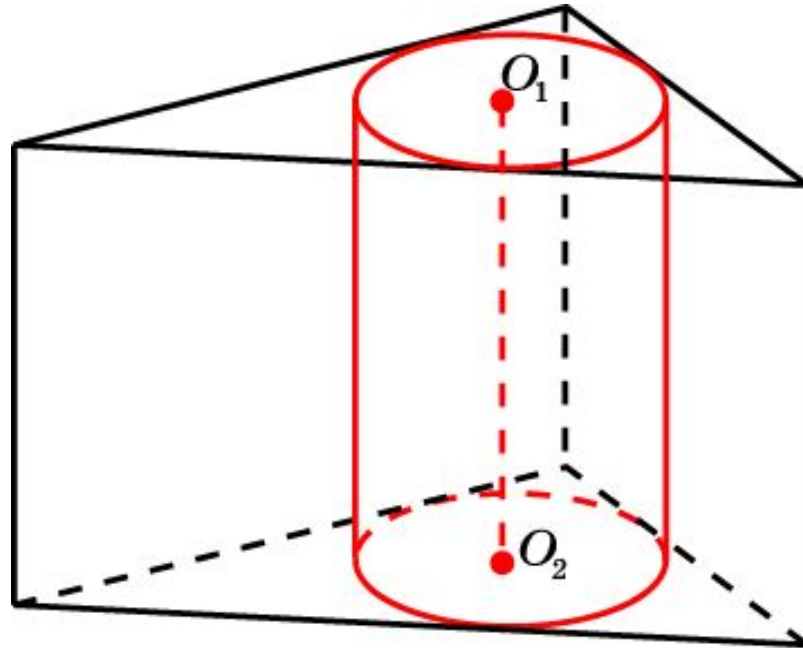
В основании прямой призмы правильный треугольник со стороной 1. Найдите радиус окружности основания цилиндра, вписанного в эту призму.



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .

## Упражнение 3

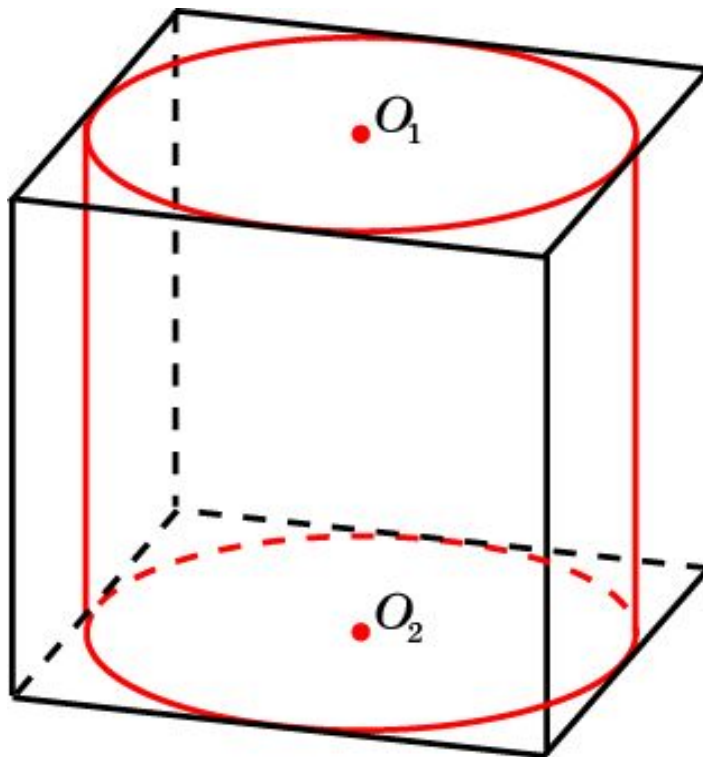
В основании прямой призмы прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Найдите радиус окружности основания цилиндра, вписанного в эту призму.



Ответ: 2.

## Упражнение 4

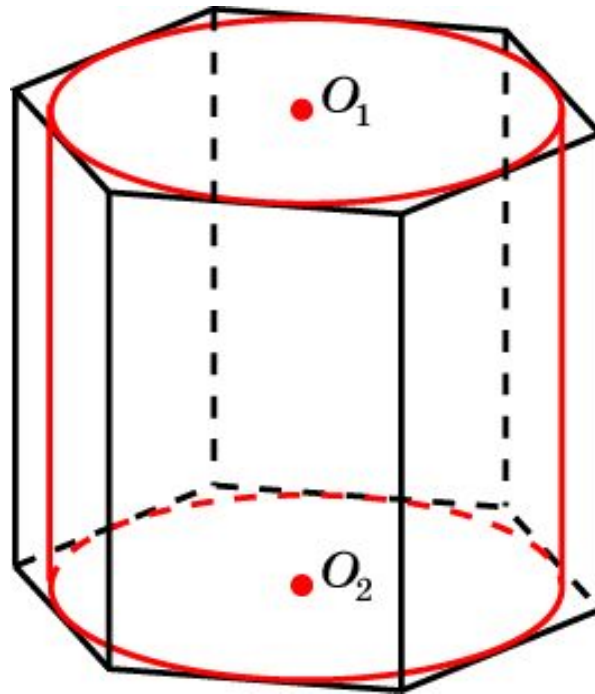
Найдите радиус окружности основания цилиндра, вписанного в единичный куб.



Ответ:  $\frac{1}{2}$ .

## Упражнение 5

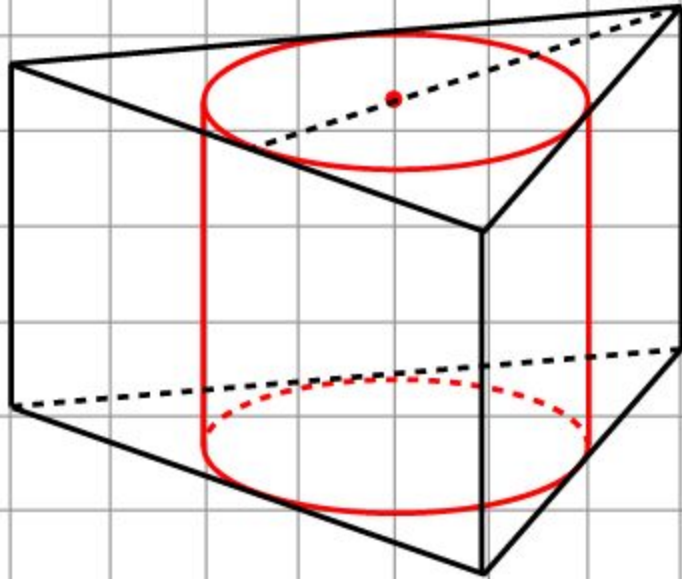
В правильную шестиугольную призму, со стороной основания 1, вписан цилиндр. Найдите радиус окружности основания этого цилиндра.



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## Упражнение 6

На рисунке изображена ортогональная проекция цилиндра. Нарисуйте правильную треугольную призму, описанную около этого цилиндра.

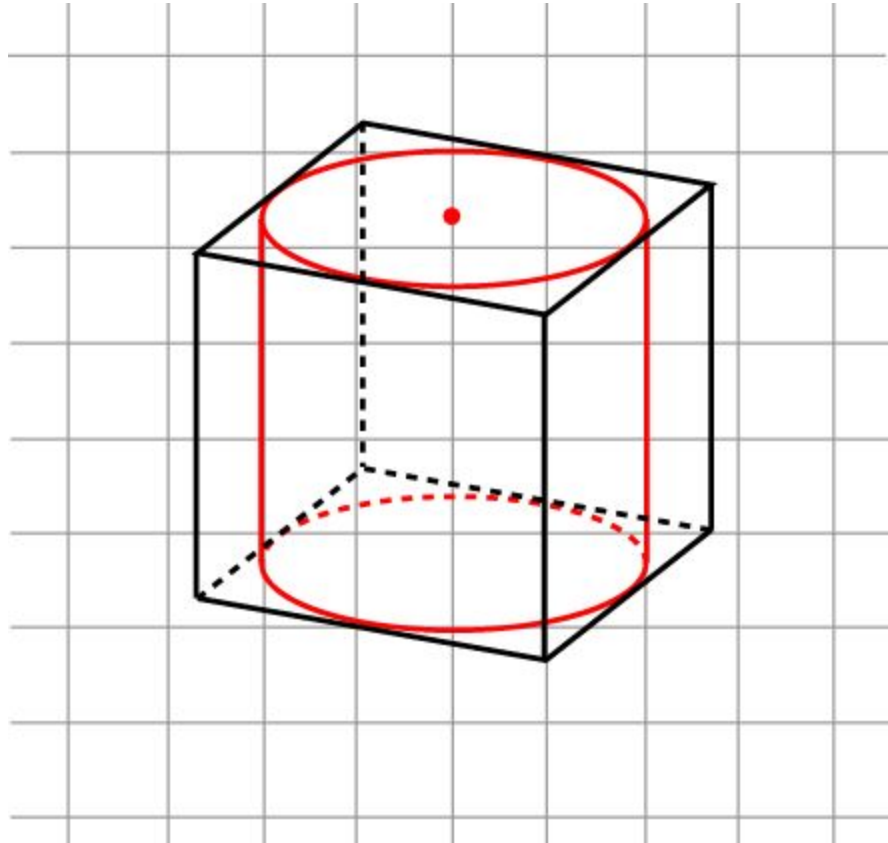


**Решение.** Сначала проводим какую-нибудь прямую, касающуюся окружности основания цилиндра. Затем точку касания и центр основания соединяем отрезком и продолжаем его в отношении 2:1. Через полученный конец отрезка проводим касательные к основанию цилиндра. Опускаем треугольник к другому основанию цилиндра. Рисуем боковые ребра призмы.



## Упражнение 7

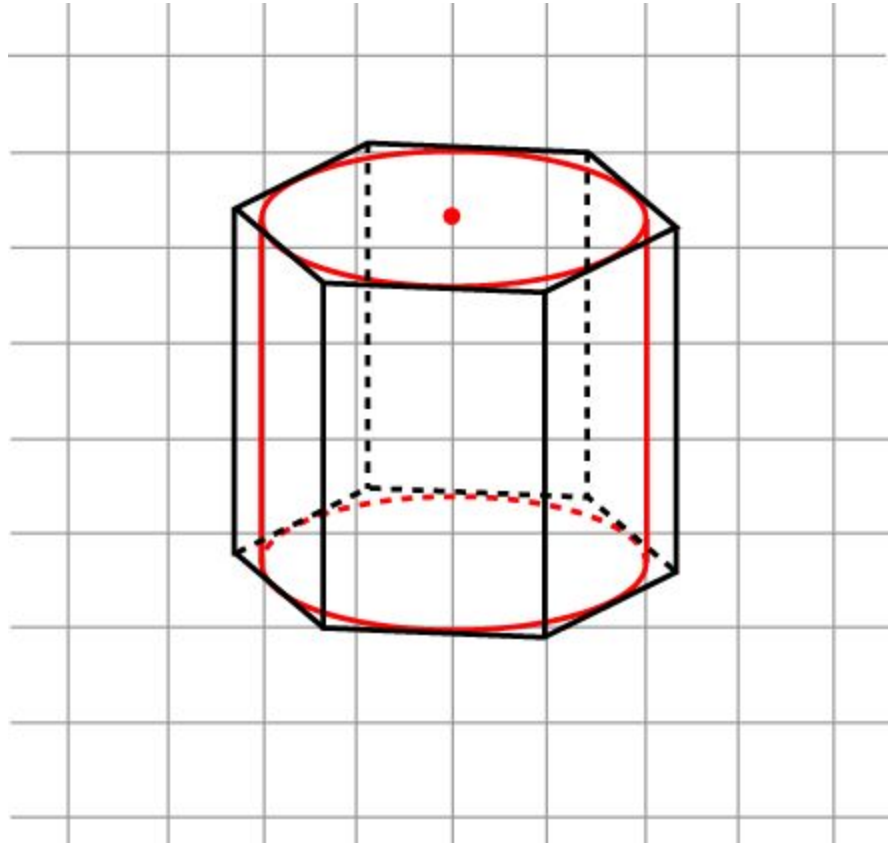
На рисунке изображена ортогональная проекция цилиндра. Нарисуйте правильную четырехугольную призму, описанную около этого цилиндра.



Ответ:

## Упражнение 8

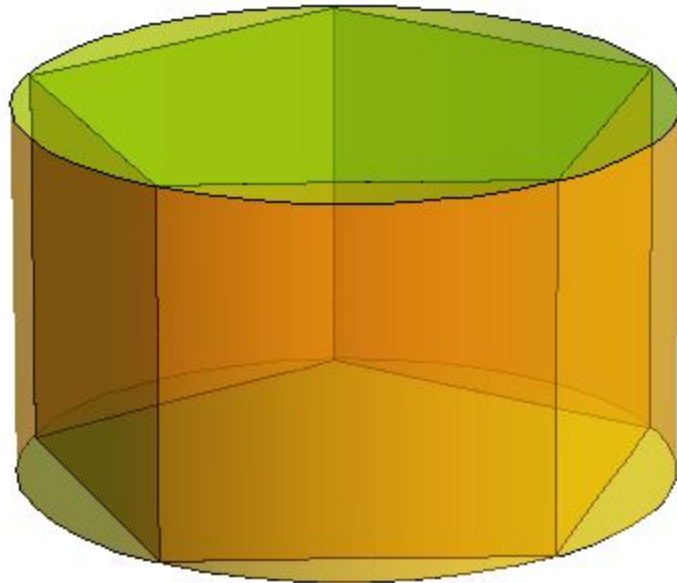
На рисунке изображена ортогональная проекция цилиндра. Нарисуйте правильную шестиугольную призму, описанную около этого цилиндра.



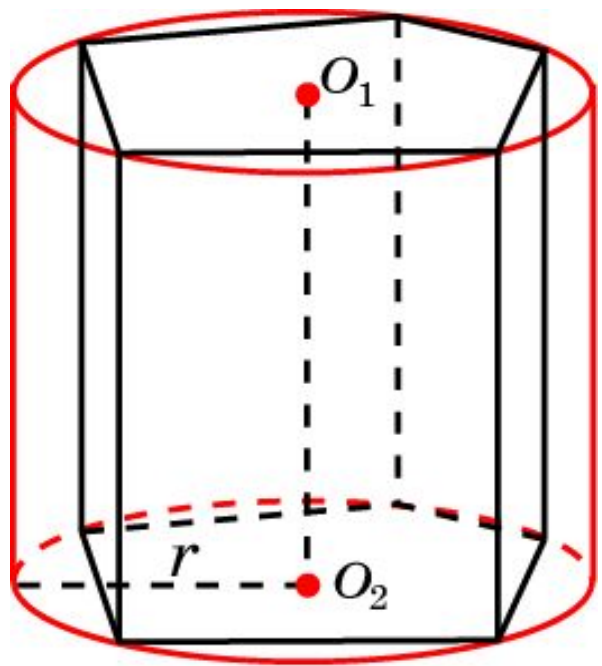
Ответ:

# Цилиндр, описанный около призмы

Цилиндр называется описанным около призмы, если его основания описаны около оснований призмы. При этом, призма называется вписанной в цилиндр



# Цилиндр, описанный около призмы



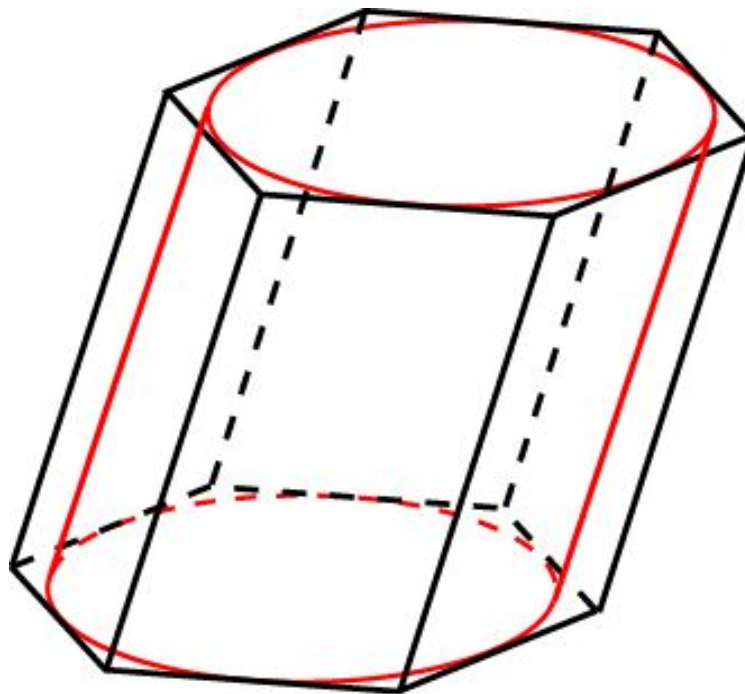
Около призмы можно описать цилиндр, если около ее оснований можно описать окружности.

Радиус основания цилиндра равен радиусу окружности, описанной около основания призмы.

Высота цилиндра равна высоте призмы.

# Упражнение 1

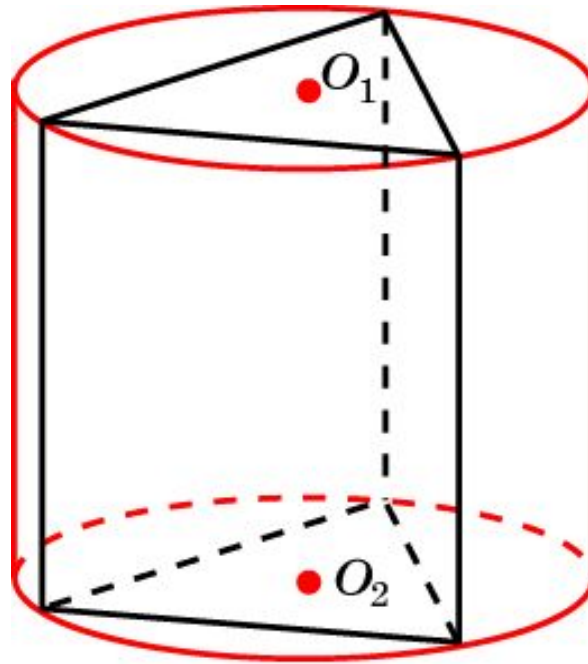
Можно ли описать цилиндр около наклонной призмы?



**Ответ:** Да, наклонный цилиндр.

## Упражнение 2

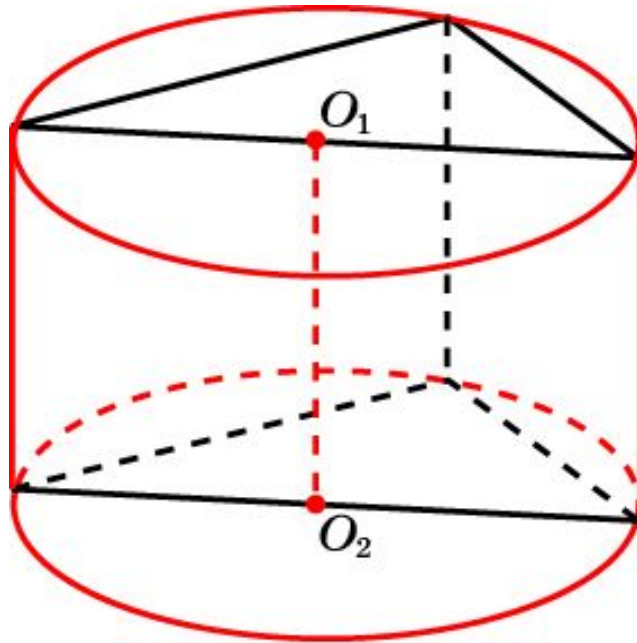
В основании прямой призмы правильный треугольник со стороной 1. Найдите радиус окружности основания цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ:  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

## Упражнение 3

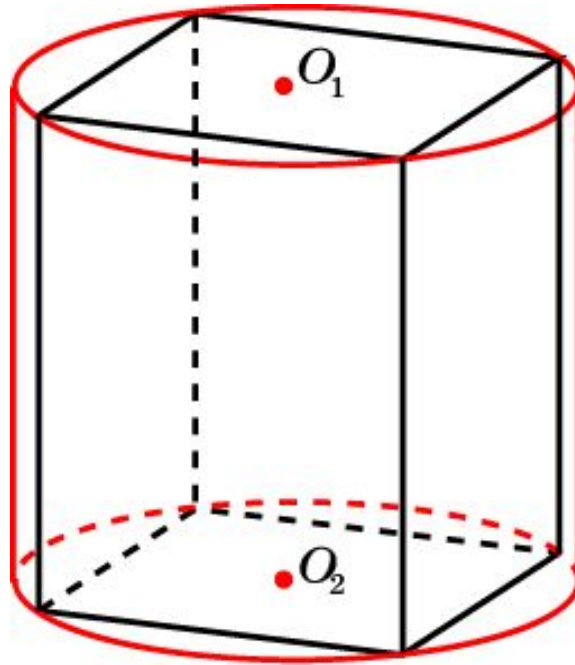
В основании прямой призмы прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Найдите радиус окружности основания цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: 5.

## Упражнение 4

В основании прямой призмы квадрат со стороной 1. Найдите радиус окружности основания цилиндра, описанного около этой призмы.

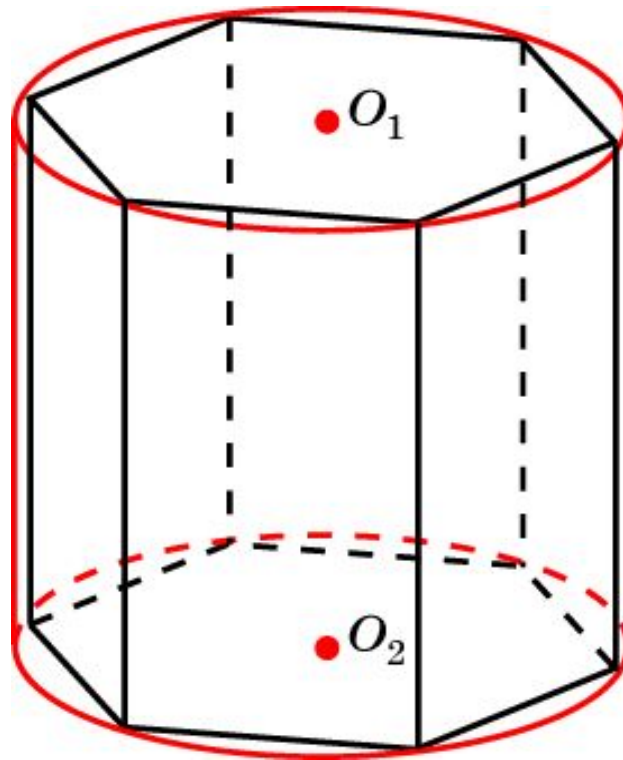


Ответ:  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



## Упражнение 5

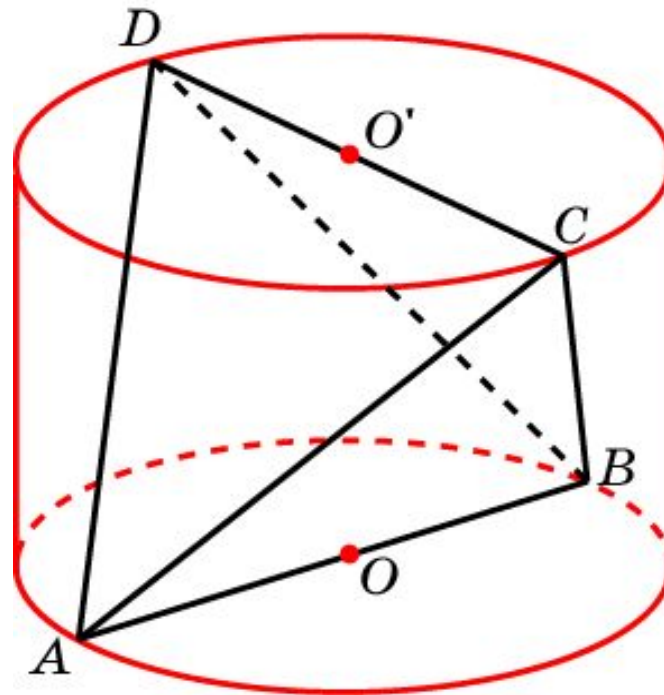
Около правильной шестиугольной призмы, со стороной основания 1, описан цилиндр. Найдите радиус окружности основания этого цилиндра.



Ответ: 1.

## Упражнение 6

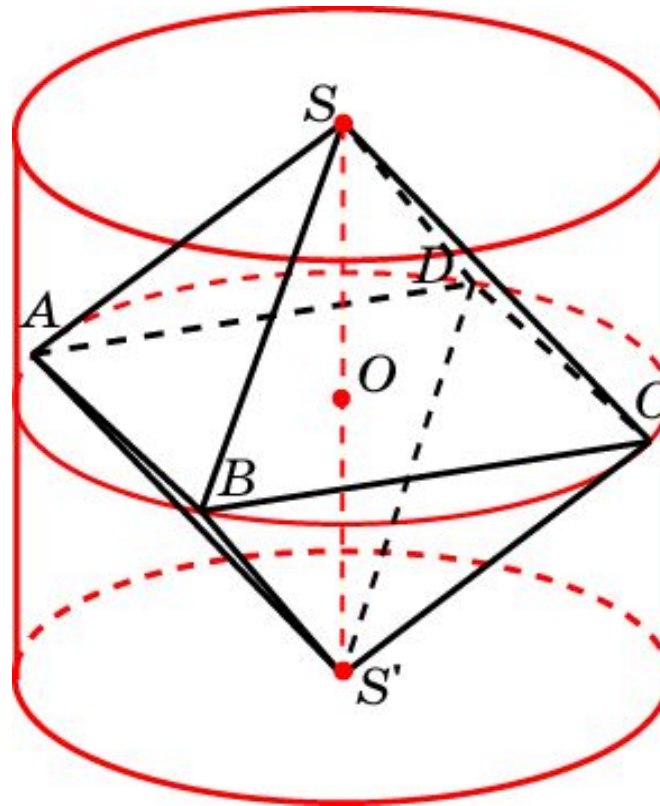
Около единичного тетраэдра описан цилиндр так, что вершины тетраэдра принадлежат окружностям оснований цилиндра. Найдите радиус основания и высоту цилиндра.



Ответ:  $R = \frac{1}{2}, h = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

## Упражнение 7

Около единичного октаэдра описан цилиндр так, что две противоположные вершины октаэдра находятся в центрах оснований цилиндра, а остальные вершины принадлежат боковой поверхности цилиндра. Найдите радиус основания и высоту цилиндра.



Ответ:  $R = \frac{\sqrt{2}}{2}, h = \sqrt{2}.$