Изображение пространственных фигур на плоскости

Геометрия -10

Для изображения пространственных фигур на плоскости пользуются *параллельным проектированием*.

Что это?

Пусть дана фигура F и плоскость α

Проведём прямую h, пересекающую эту плоскость

Возьмём на фигуре F произвольную т. **A**

Через т.A проведём прямую $\alpha \parallel h$

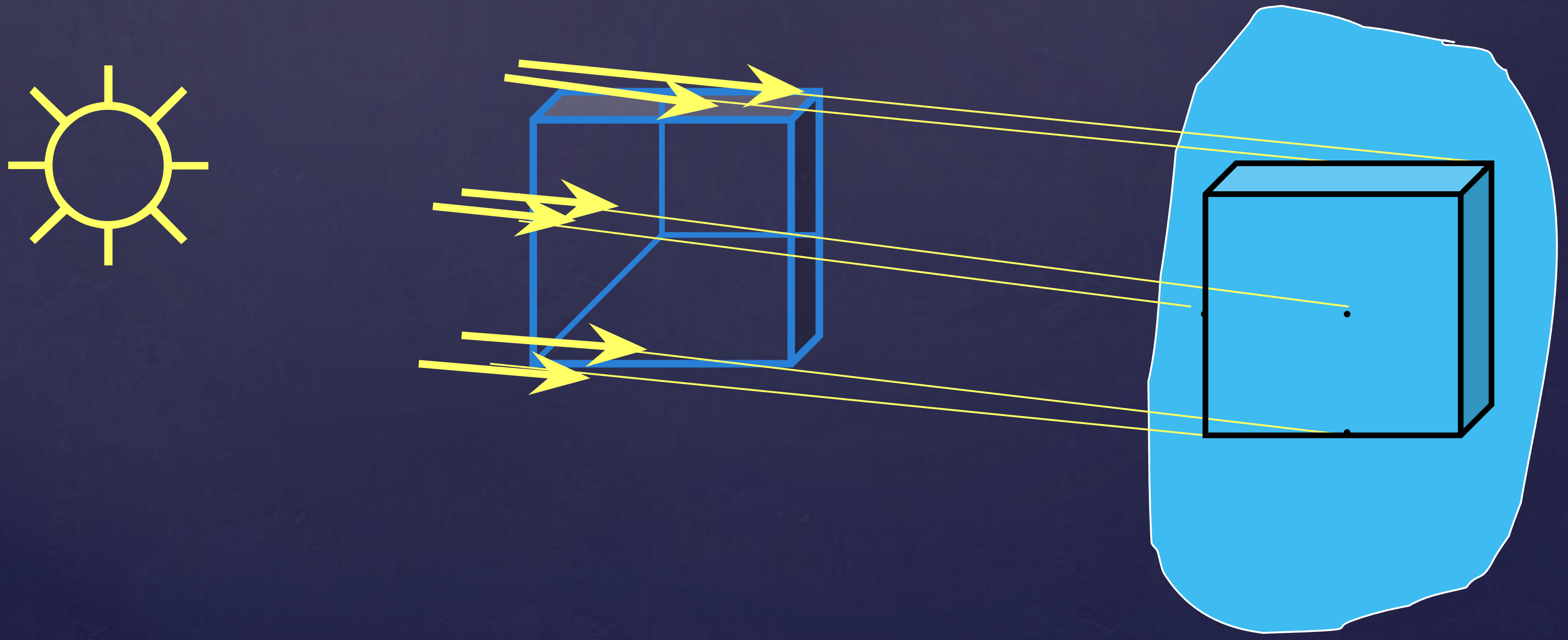
Точка A_1 является изображением т. A

Аналогично построим изображения остальных точек фигуры F

Получили изображение фигуры F на плоскость α

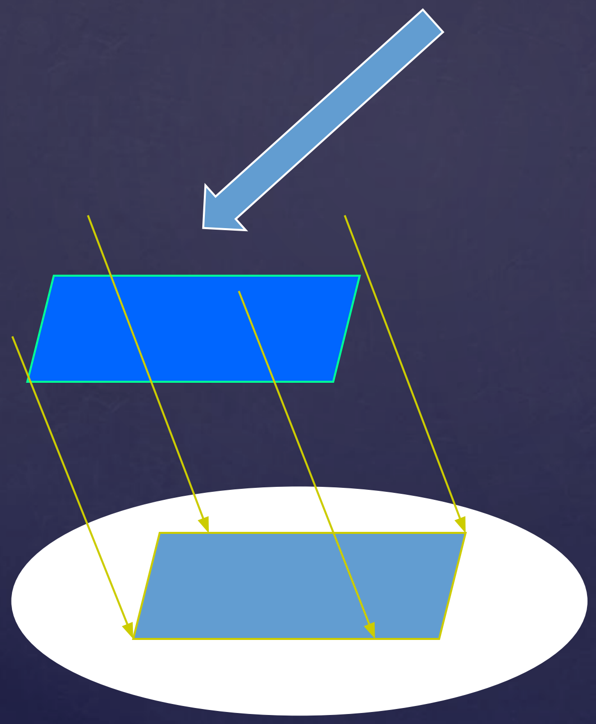
Параллельным проектированием пользуются в черчении (там оно называется параллельным **проецированием,** а изображения называют **проекциями**)

Примером параллельной проекции можно условно считать солнечные тени предметов

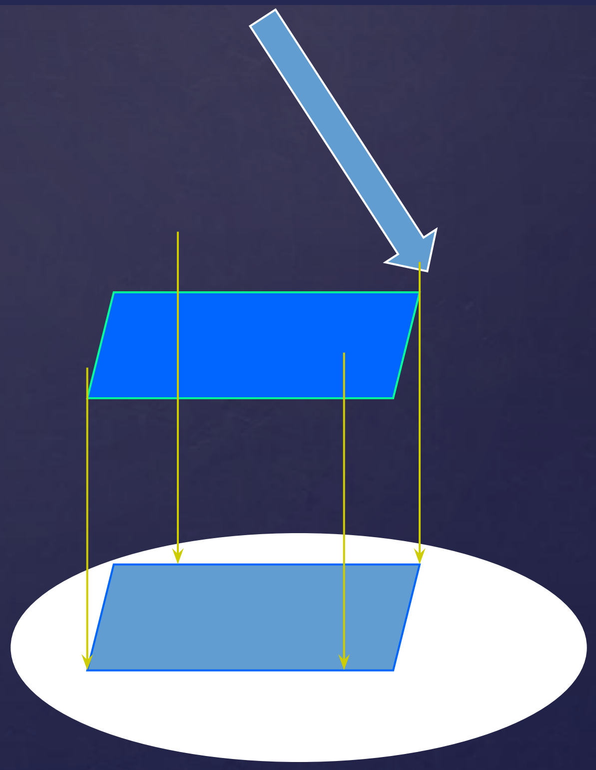


При параллельном проектировании все прямые пересекают плоскость проекций под одинаковым углом

Если этот угол острый, то проектирование называется косоугольным



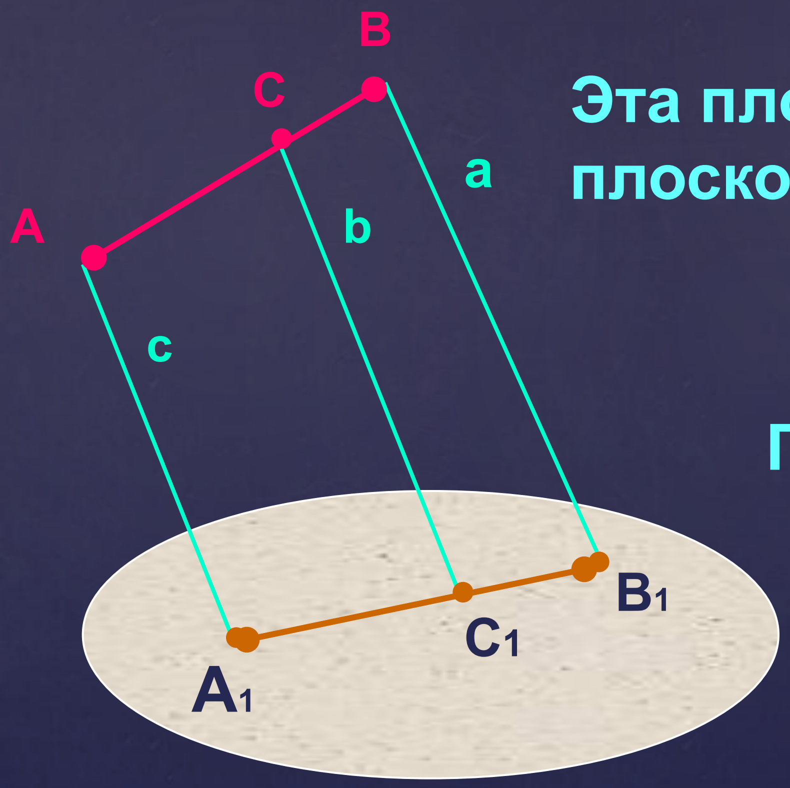
Если угол прямой, то проектирование называют прямоугольным



Рассмотрим некоторые свойства изображения фигур на плоскости при параллельном проектировании

1. Прямолинейные отрезки фигуры изображаются на плоскости чертежа отрезками

Прямые a и c лежат в одной плоскости.



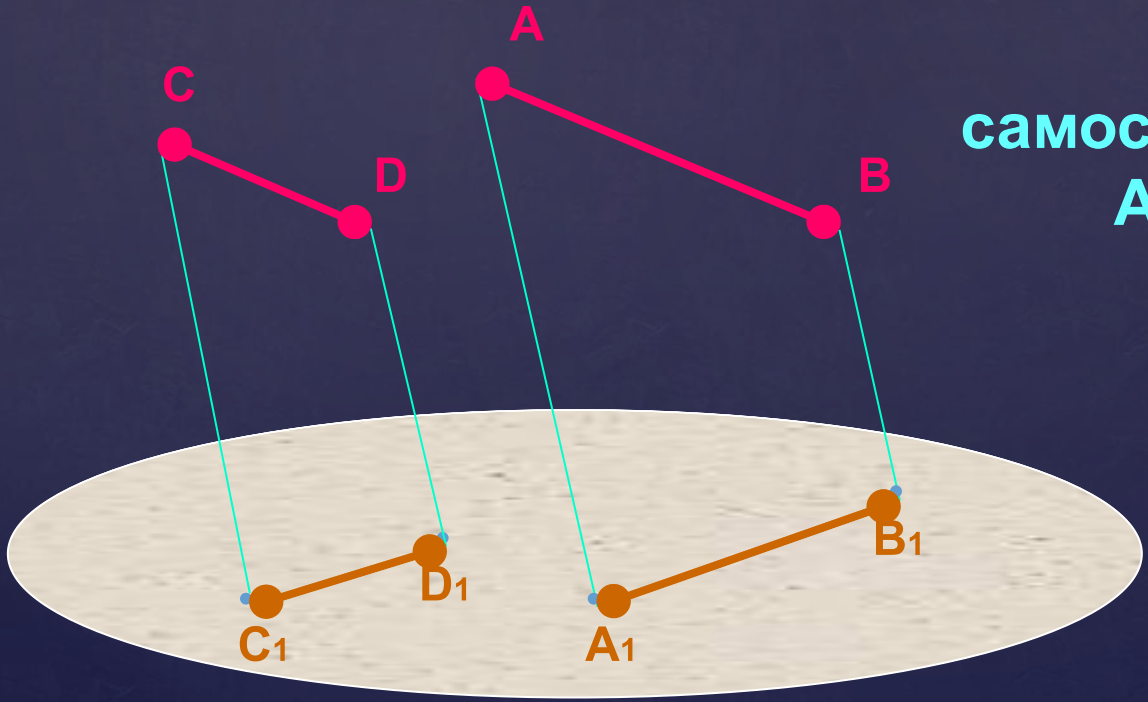
Эта плоскость пересекает плоскость α по прямой $A_1 B_1$

Возьмём на отрезке AB произвольную точку C

Построим её изображение

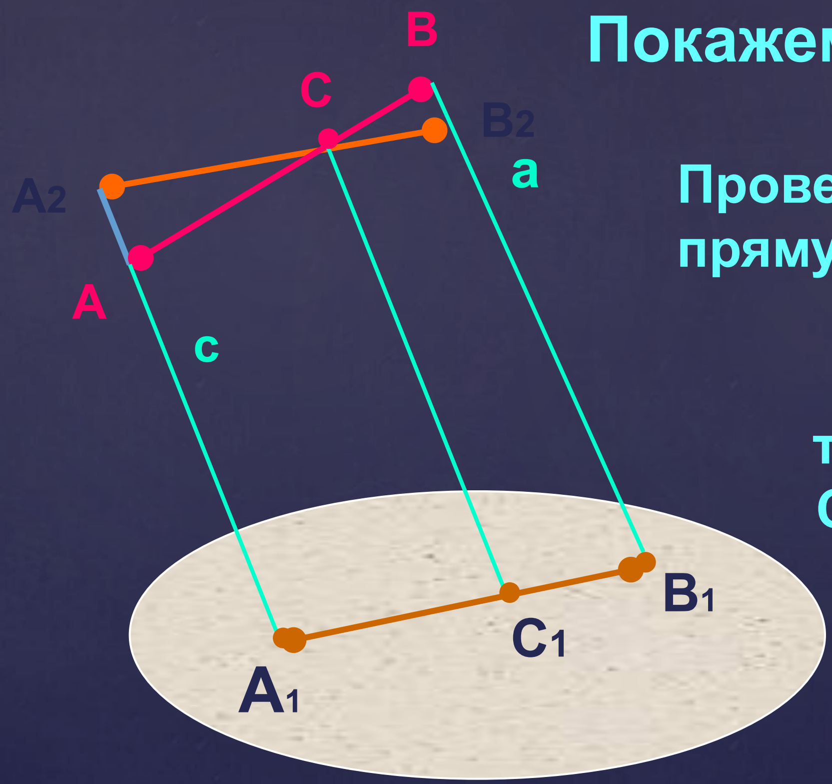
Точка C_1 принадлежит отрезку A_1B_1

2. Параллельные отрезки фигуры изображаются на плоскости чертежа α параллельными отрезками



Докажи самостоятельно, что $A_1B_1 \parallel C_1D_1$

3. Отношение отрезков одной прямой или параллельных прямых при параллельном проектировании сохраняется



Покажем, что: $\frac{AC}{CB} = \frac{A_1C_1}{C_1B_1}$

Проведём через т.С прямую $A_2B_2 \parallel A_1B_1$

Докажи подобие треугольников CAA_2 и CBB_2 самостоятельно

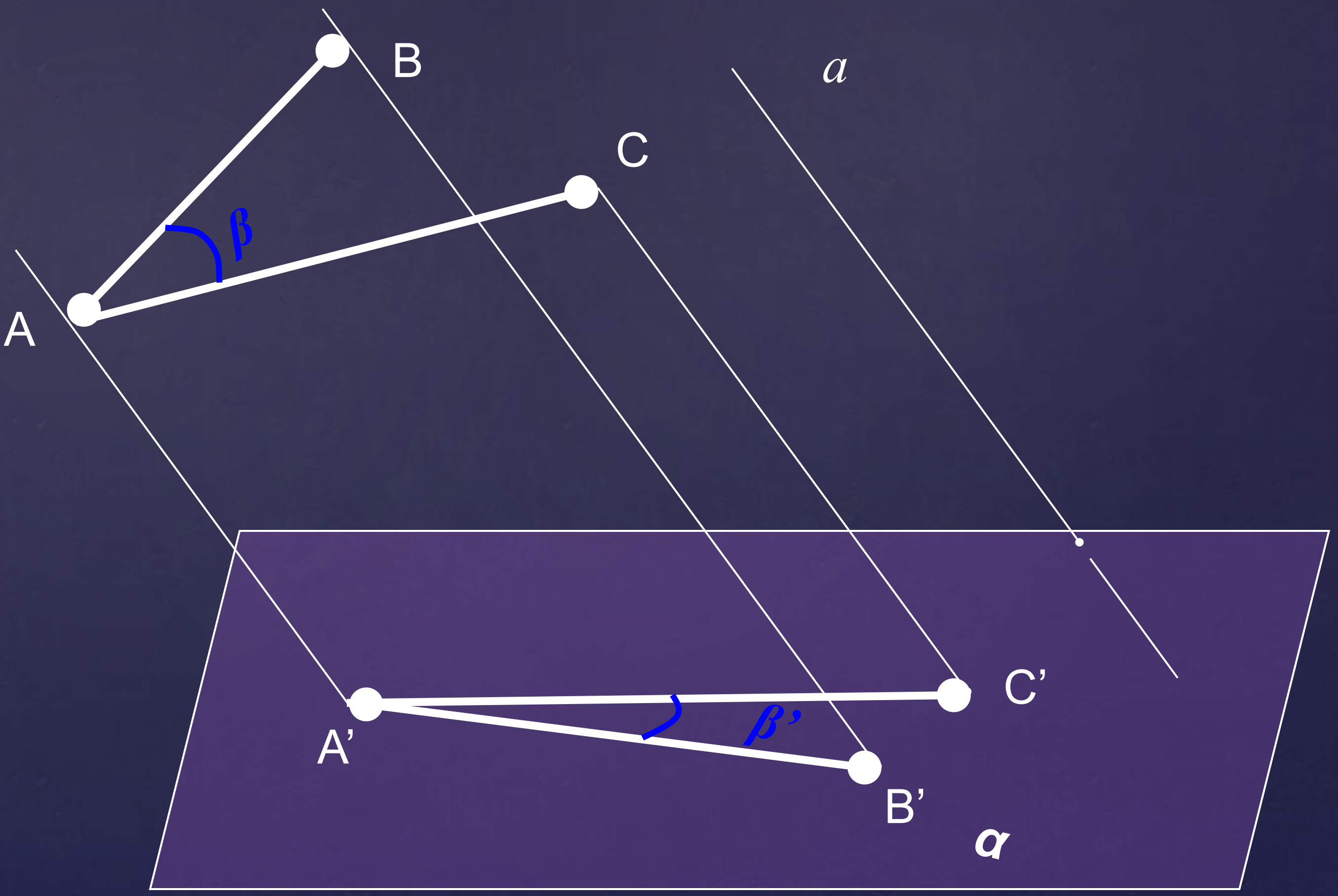
Из подобия треугольников и равенств $A_1C_1=A_2C$, $C_1B_1=CB_2$ следует что:

Параллельное проектирование обладает свойствами:

1) параллельность прямых (отрезков, лучей) **сохраняется**;

2) отношение длин отрезков, лежащих на параллельных или на одной прямой **сохраняется**;

3) Линейные размеры плоских фигур(длины отрезков, величины углов) **не сохраняются** (исключение – см. примечание 4).



Если тебе всё понятно, ответь на следующие вопросы:

1. Может ли при параллельном проектировании параллелограмма получиться трапеция? Объясни ответ

2. Может ли проекция параллелограмма быть квадратом?

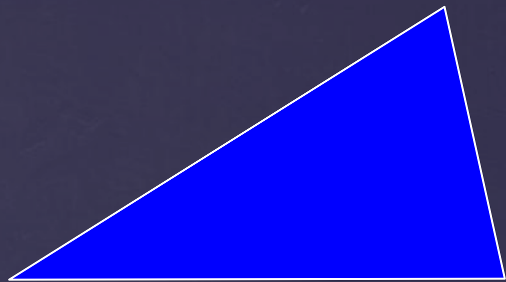
3. Дана параллельная проекция треугольника. Как построить проекции его медиан?

4. Дана параллельная проекция треугольника. Как построить проекцию его средней линии?

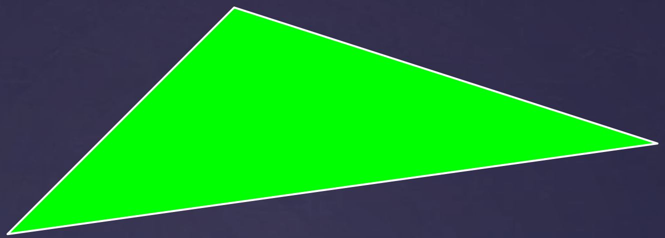
удачи!

Фигура в пространстве

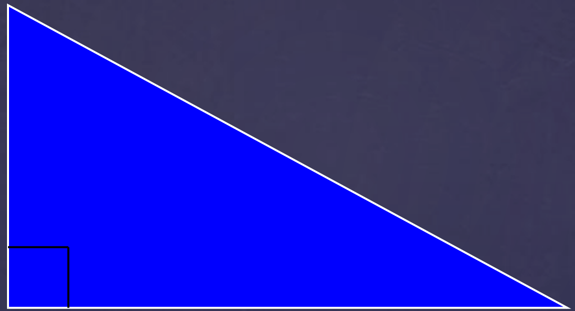
Её изображение на плоскости



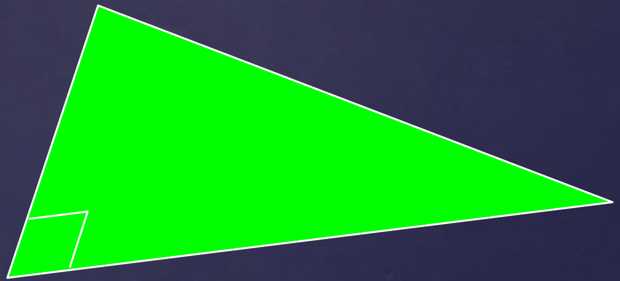
Произвольный треугольник



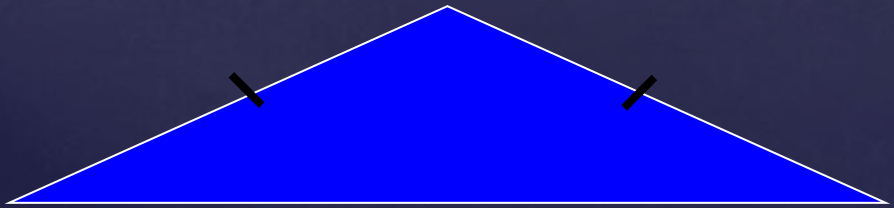
Произвольный треугольник



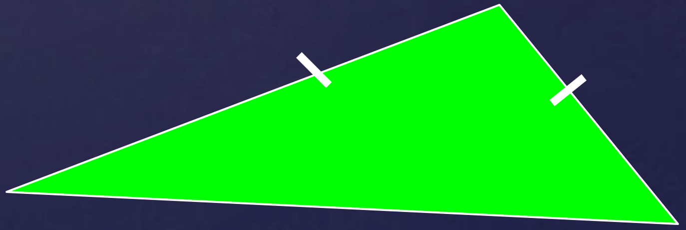
Прямоугольный треугольник



Произвольный треугольник

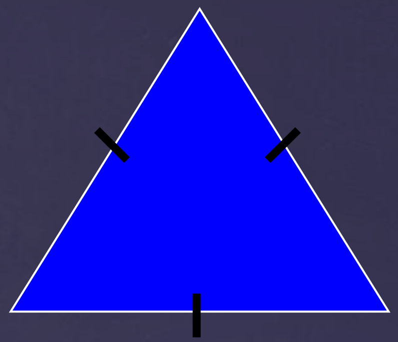


Равнобедренный треугольник

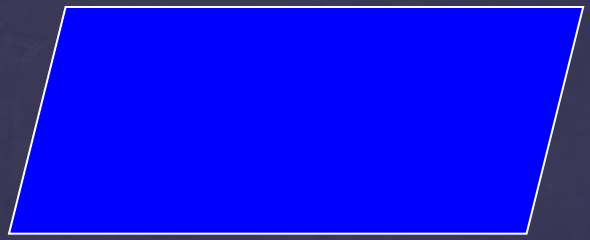


Произвольный треугольник

Фигура в пространстве



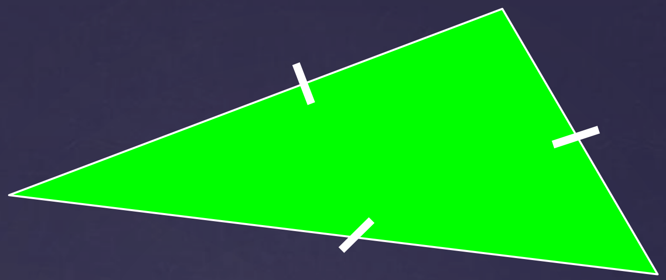
Равносторонний треугольник



Параллелограмм

Прямоугольник

Её изображение на плоскости



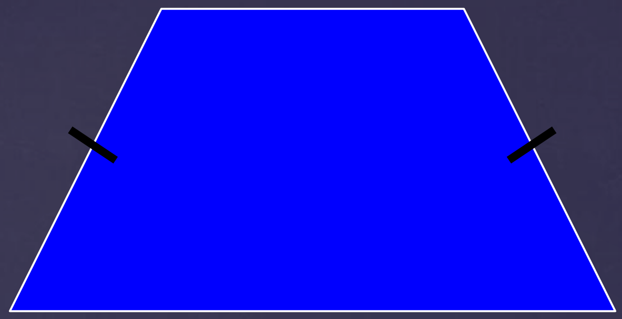
Произвольный треугольник

Произвольный параллелограмм

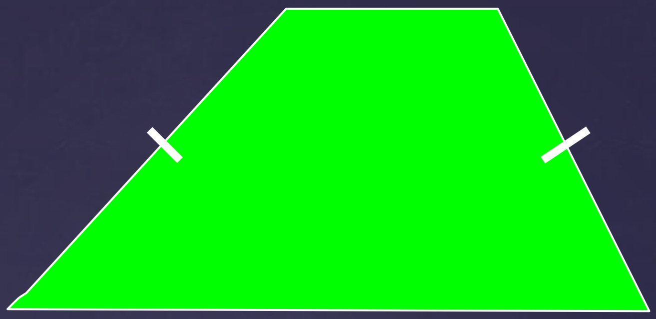
Произвольный параллелограмм

Фигура в пространстве

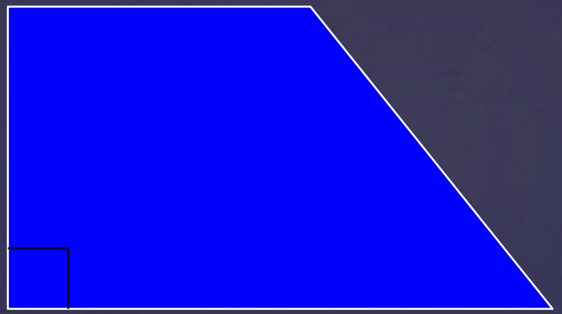
Её изображение на плоскости



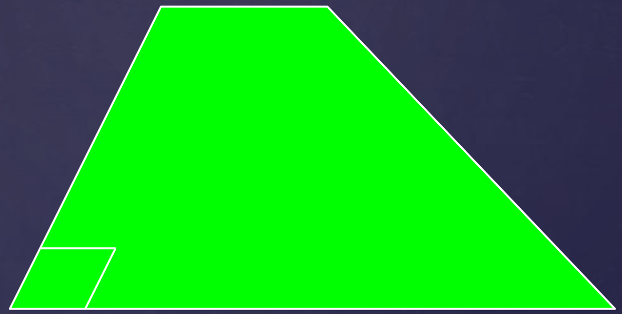
Равнобокая трапеция



Произвольная трапеция

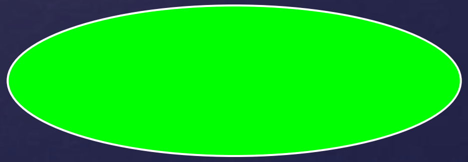


Прямоугольная трапеция



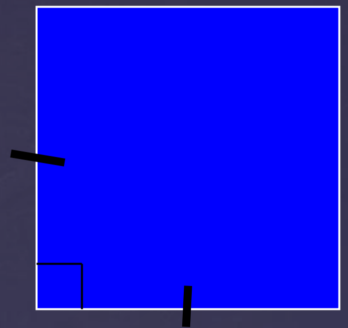
Произвольная трапеция

Круг (окружность)

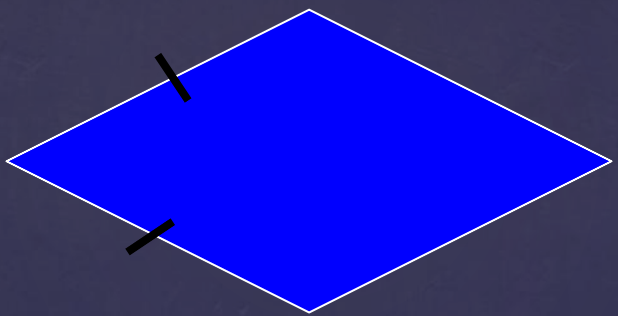


Овал (эллипс)

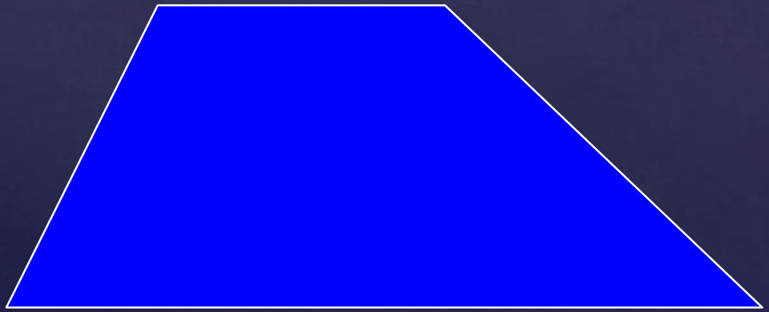
Фигура в пространстве



Квадрат

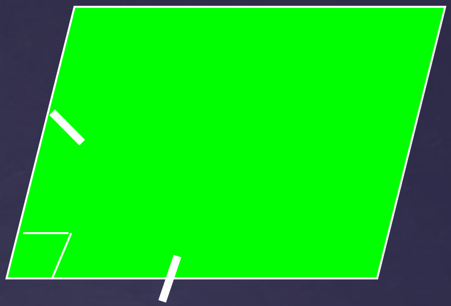


Ромб

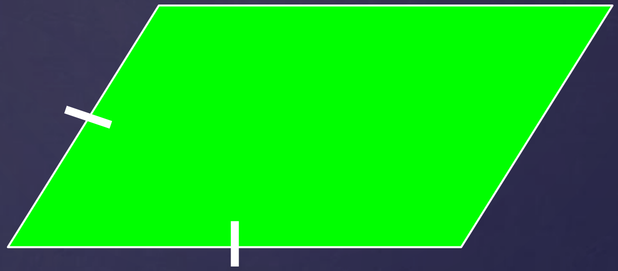


Трапеция

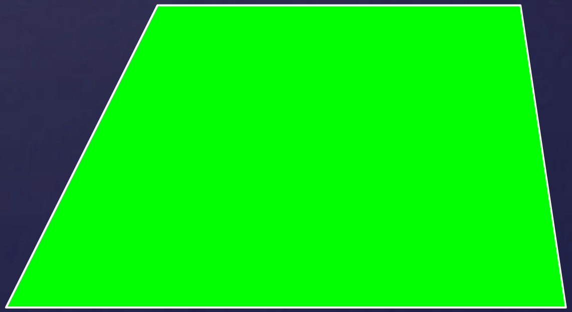
Её изображение на плоскости



Произвольный параллелограмм

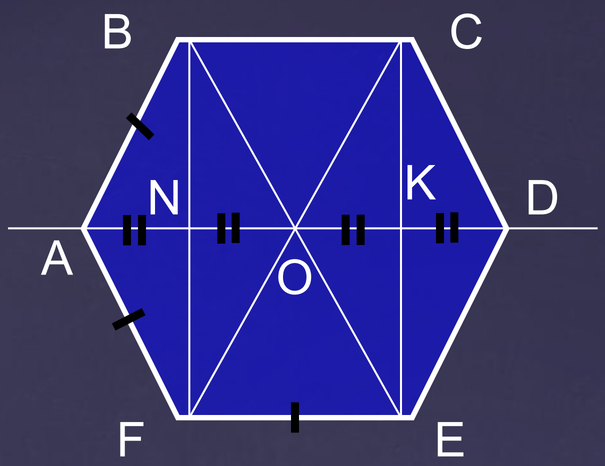


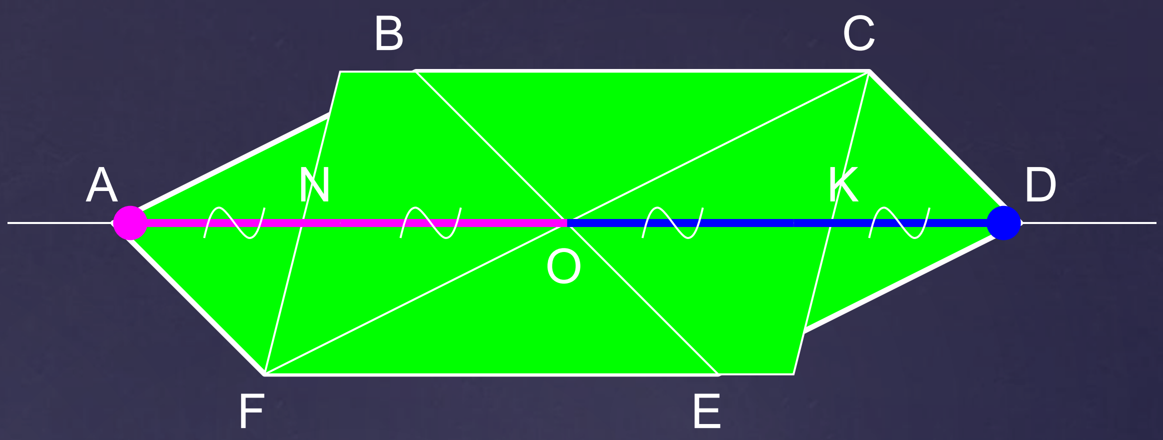
Произвольный параллелограмм



Произвольная трапеция

Разберемся, как построить изображение правильного шестиугольника.



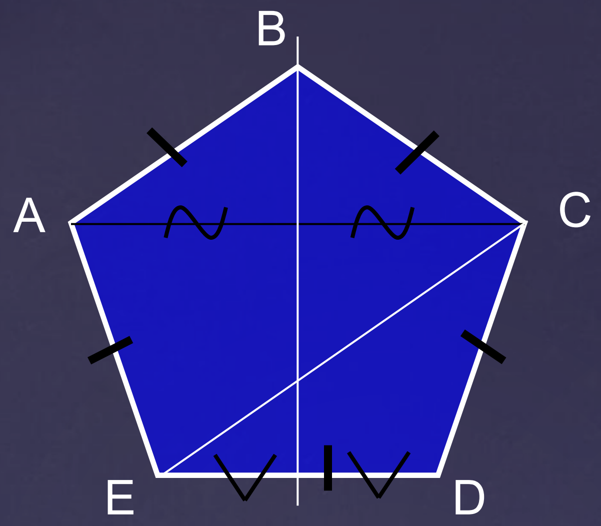


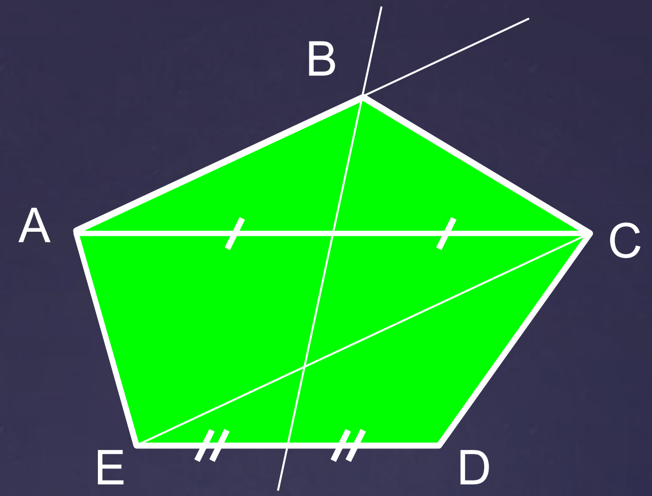
Разобьем правильный шестиугольник на три части: прямоугольник FBCE и два равнобедренных треугольника ΔFAB и ΔCDE. Построим вначале изображение прямоугольника FBCE – произвольный параллелограмм FBCE. Осталось найти местоположение двух оставшихся вершин – точек A и D.

Вспомнив свойства правильного шестиугольника, заметим, что: 1) эти вершины лежат на прямой, проходящей через центр прямоугольника и параллельной сторонам BC и FE; 2) OK=KD и ON=NA.

Значит, 1) находим на изображении точку O и проводим через неё прямую, параллельную BC и FE, получив при этом точки N и K;

2) откладываем от точек N и K от центра O на прямой такие же отрезки – в итоге получаем две оставшиеся вершины правильного шестиугольника A и D.



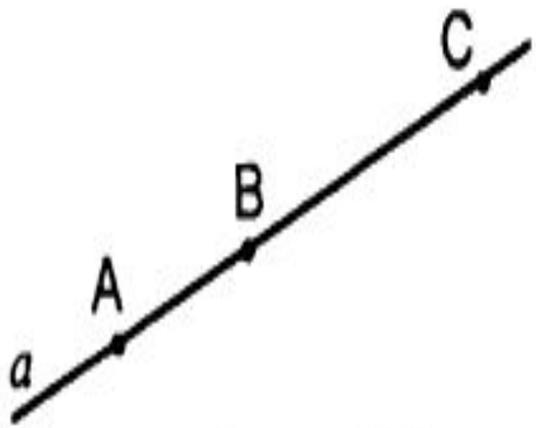
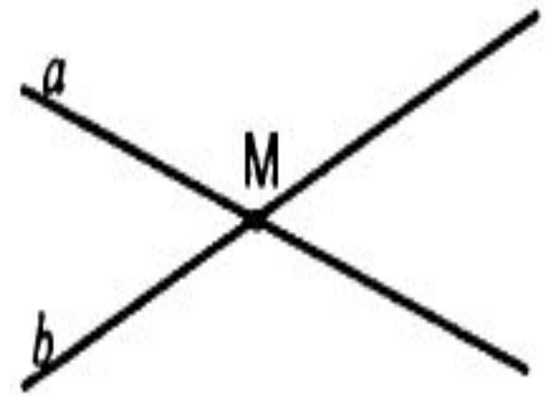


Попробуйте самостоятельно построить изображение *правильного пятиугольника*.

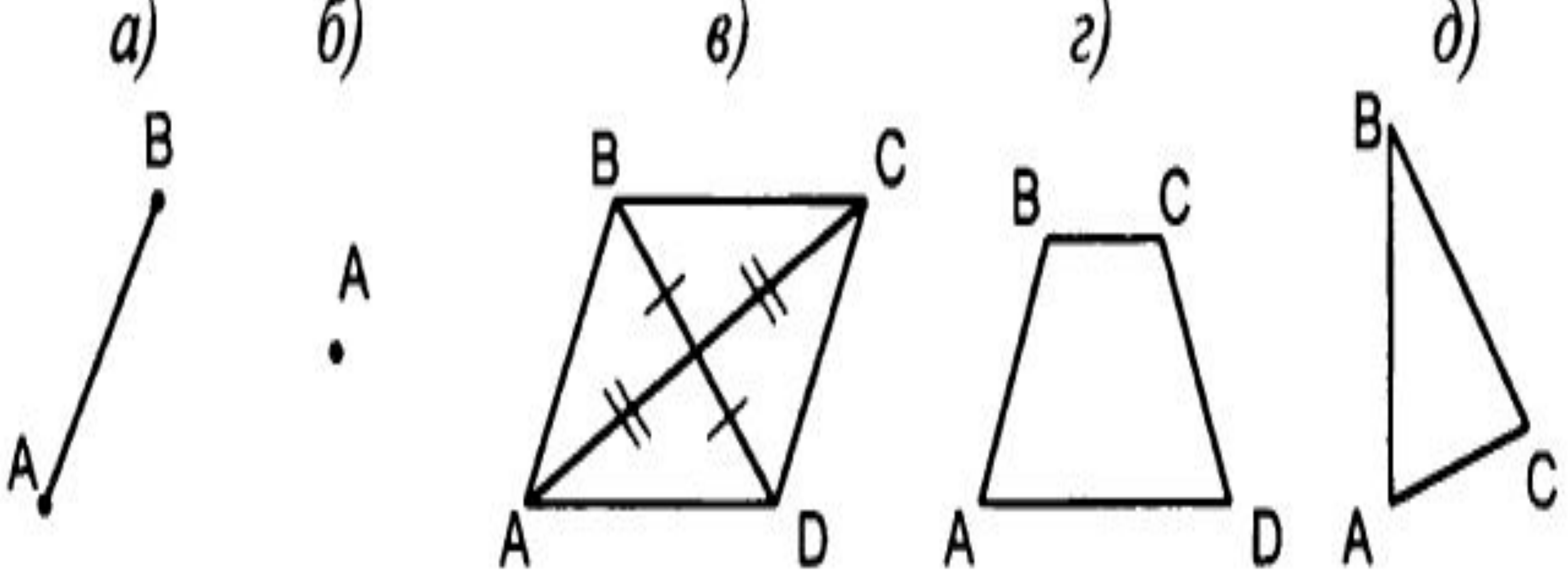
Подсказка: разбейте фигуру на две части – равнобокую трапецию и равнобедренный треугольник, а затем воспользуйтесь некоторыми свойствами этих фигур и ,конечно же, свойствами параллельного проектирования.

Решение. Просмотрите ход построения…

Таблица 10.7. Изображение пространственных фигур на плоскости.

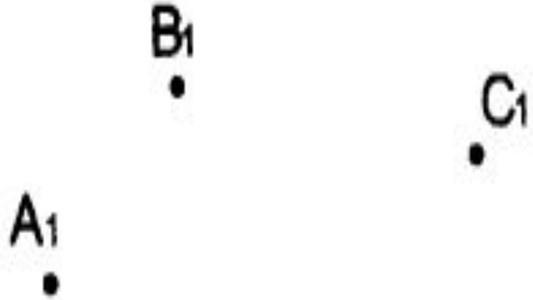
1	2
 Могут ли точки A, B и C быть параллельными проекциями вершин ΔABC ?	 Могут ли прямые a и b быть параллельными проекциями параллельных прямых?

3



Какая из фигур может быть параллельной проекцией квадрата?

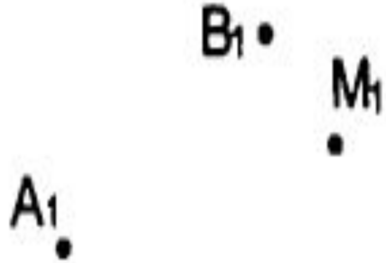
4



Точки A_1, B_1 и C_1 – параллельные проекции вершин параллелограмма $ABCD$.

Построить проекцию вершины D.

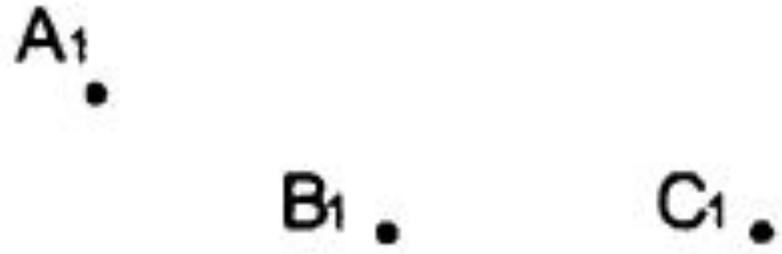
5



Точки A_1, B_1 и M_1 – параллельные проекции вершин A и B и точки пересечения медиан ΔABC соответственно.

Построить проекцию вершины C.

6



Точки A_1, B_1 и C_1 – параллельные проекции вершин правильного шестиугольника $ABCDEF$.

Построить проекцию шестиугольника.

▲ 1. Через точку K, лежащую между параллельными плоскостями α и β, проведены прямые a и b. Первая прямая пересекает плоскости α и β в точках A_1 и B_1 соответственно, вторая — в точках A_2 и B_2. Вычислите длину отрезка KB_2, если $A_1A_2 : B_1B_2 = 3 : 5$, $A_2B_2 = 16$ см.

3. Верно ли утверждение, что прямая, лежащая в одной из параллельных плоскостей, параллельна другой плоскости? (Ответ обоснуйте).

28. Через точки B_1 и B_2 стороны AB равностороннего треугольника ABC проведены плоскости α и β, параллельные прямой BC.

1) На какие фигуры делится этот треугольник плоскостями α и β?

2) Вычислите периметры этих фигур, если
$AC = 8$ см и $AB_1 = B_1B_2 = B_2B$.

29. Плоскость α параллельна плоскости равностороннего треугольника ABC. Через его вершины проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1, C_1. Вычислите периметр и площадь треугольника $A_1B_1C_1$, если $AB = 6$ см.