

Данный урок был проведён в январе 2011 года на семинаре учителей математики Волховского района Ленинградской области.

Получил диплом лауреата конкурса «Фестиваль «Открытый урок» 2011/12 учебный год на сайте «1 сентября» ссылка

<http://festival.1september.ru/articles/615803/>.

Кроме этого данный урок опубликован и на сайте <http://www.myshared.ru/slide/581269/>

## Не понимаю какое отношение к моему уроку имеет учитель

Меметова Айше Сейрановна, опубликовавшая данную презентацию под своим именем на данном сайте

Предмет: Математика

Категория: Презентации

Целевая аудитория: 9 класс

Скачать

"Комбинаторика. Решение комбинаторных задач"

Автор: Меметова Айше Сейрановна

Дата: 14.04.2015

Номер свидетельства: 201434

<https://kopilkaurokov.ru/matematika/presentacii/kombinatorika-rieshieniie-kombinatornykh-zadach>



**Тема урока**

**«Решение  
простейших комбинаторных задач»**

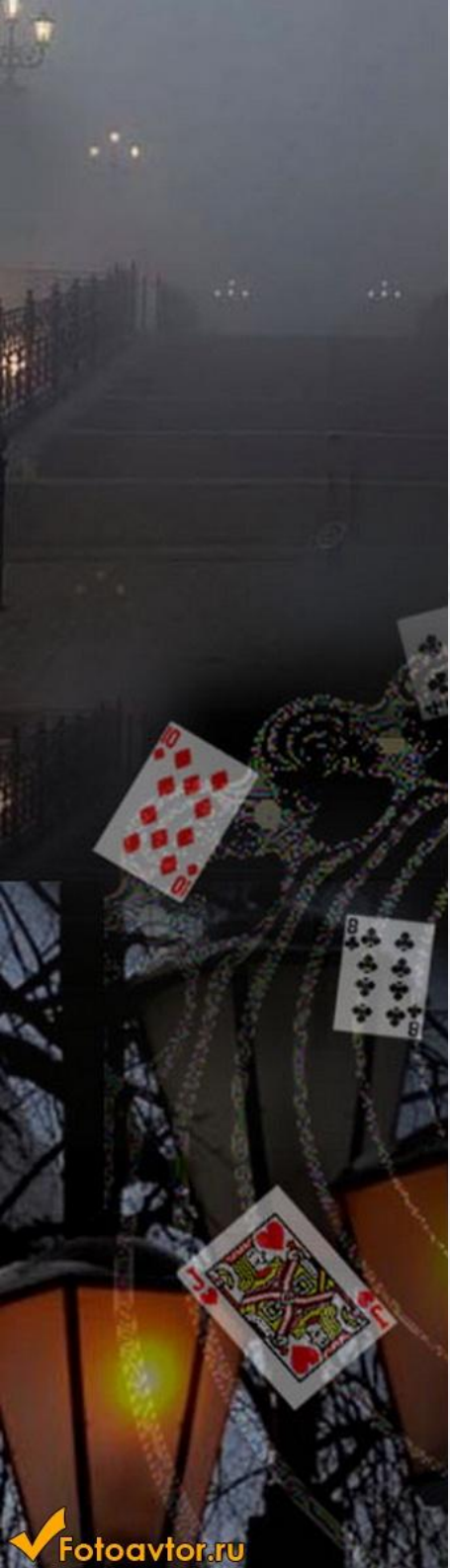
**Учитель математики  
высшей квалификационной категории  
МОУ «Волховская городская гимназия»  
Лупу Татьяна Васильевна**



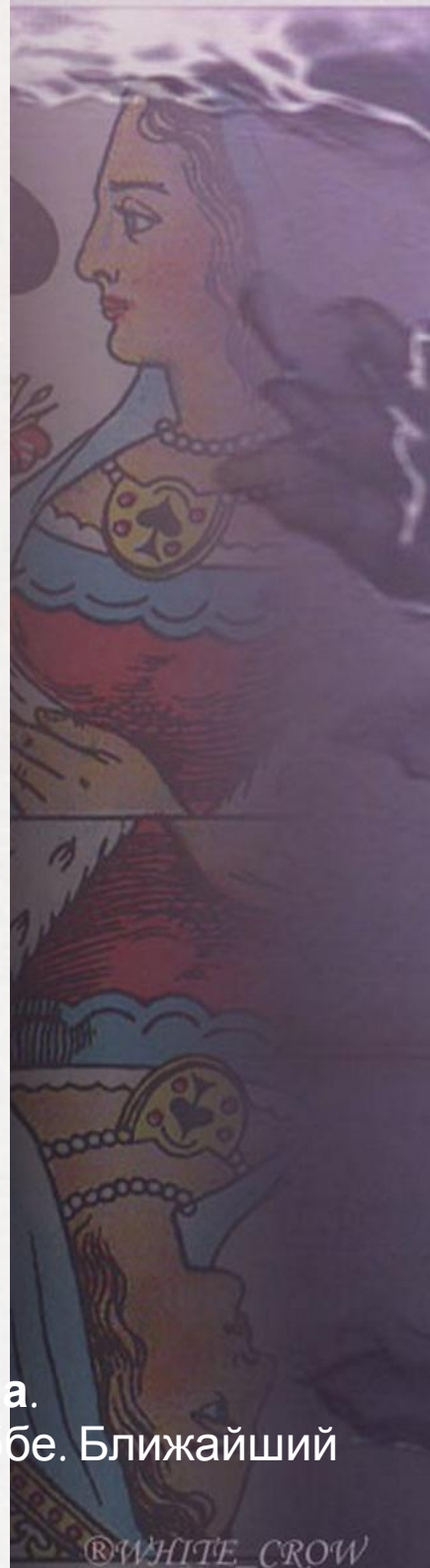
**Вдохновение нужно в  
геометрии,  
как и в поэзии**

**А.С.Пушкин**





Пиковая дама.  
Николай Граббе. Ближайший  
Пиковая дама". А.С.  
Пушкин.  
Праздник



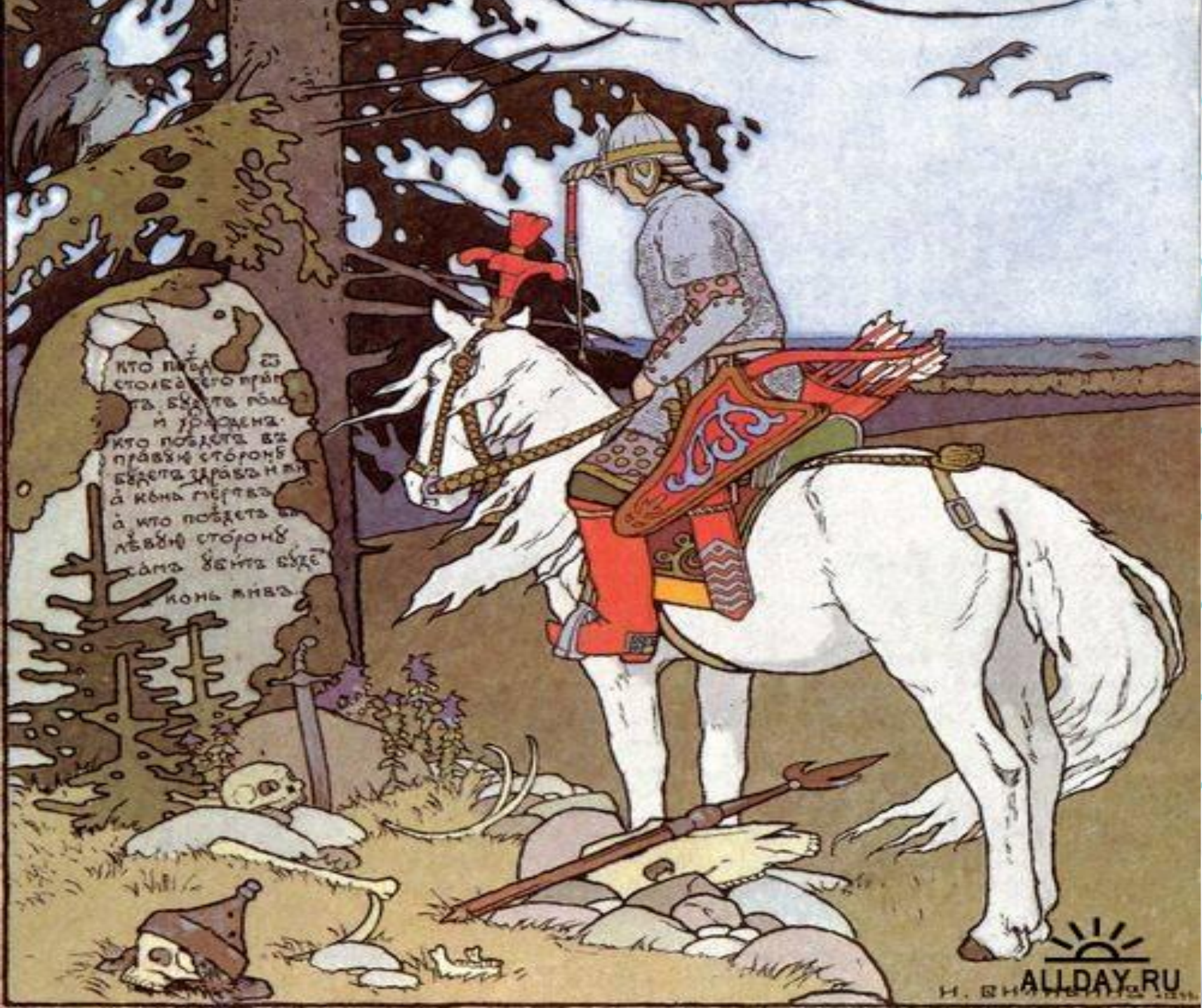


$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где  $m$  – число благоприятных  
исходов,  
 $n$  – общее число исходов



Пиковая дама". А.С.  
Пушкин.



КТО ПИДЕТ СЪ  
СТОЛЕЦЪ СЕГО ПРАВИ  
ТА БУДЕТЪ ПОМ  
И УДОБЕНЪ.  
КТО ПОБДЕТЪ ВЪ  
ПРАВУЮ СТОРОНУ  
БУДЕТЪ ДРАВО И ЖИ  
А КОНЬ ПЕРВЕ  
А КТО ПОБДЕТЪ ВЪ  
ЛѢВУЮ СТОРОНУ  
ТАМО ЖЕИТЪ БУДЕ  
КОНЬ ЖИВО.

Три пути ведут к знанию.  
Путь размышлений – самый  
благородный,  
Путь подражания – самый лёгкий,  
Путь опыта – самый горький.  
Конфуций.

# Решение простейших комбинаторных задач *(без повторений)*

# Задача о бесплатном обеде

*10 молодых людей решили отпраздновать окончание института товарищеским обедом в ресторане.*

*Когда все собрались, и первое блюдо было подано, заспорили о том, как усесться вокруг стола.*

*Одни предлагали разместиться в алфавитном порядке,*

*другие – по возрасту, третьи – по успеваемости, четвёртые – по росту и т.д. спор затягивался, а суп остывал, но за стол никто не садился.*

*Примерил всех официант, обратившись к ним с такой речью:*

*-Друзья мои, оставьте ваши пререкания.*

*Сядьте за стол как придётся и выслушайте меня.*

*Все сели как попало. Официант продолжал:*

*- Пусть один из вас запишет, в каком порядке вы сейчас сидите.*

*- Завтра вы снова явитесь сюда пообедать,*

*- и разместитесь уже в ином порядке.*

*- Послезавтра сядете опять по-новому и т.д.*

*- когда придёт черед садиться*







**3 628 800 дней**  
**почти 10 000 лет**





**ПРАВИЛО  
СУММЫ**



**ПРАВИЛО  
ПРОИЗВЕДЕНИЯ**  
**Комбинаторные  
задачи**



**Без повторений**

**С повторениями**

**Перестан  
овки**

**Перстано  
вки**

**Размещени  
я**

**Размещени  
я**

**Сочетания**

**Сочетания**

# ПРАВИЛО

Если в первой группе -  $m$  элементов с данным свойством,

а во второй -  $n$  элементов с данным свойством, то общее количество объектов с данным свойством

можно составить, если в магазине есть 20 белых и 15 кремовых роз?



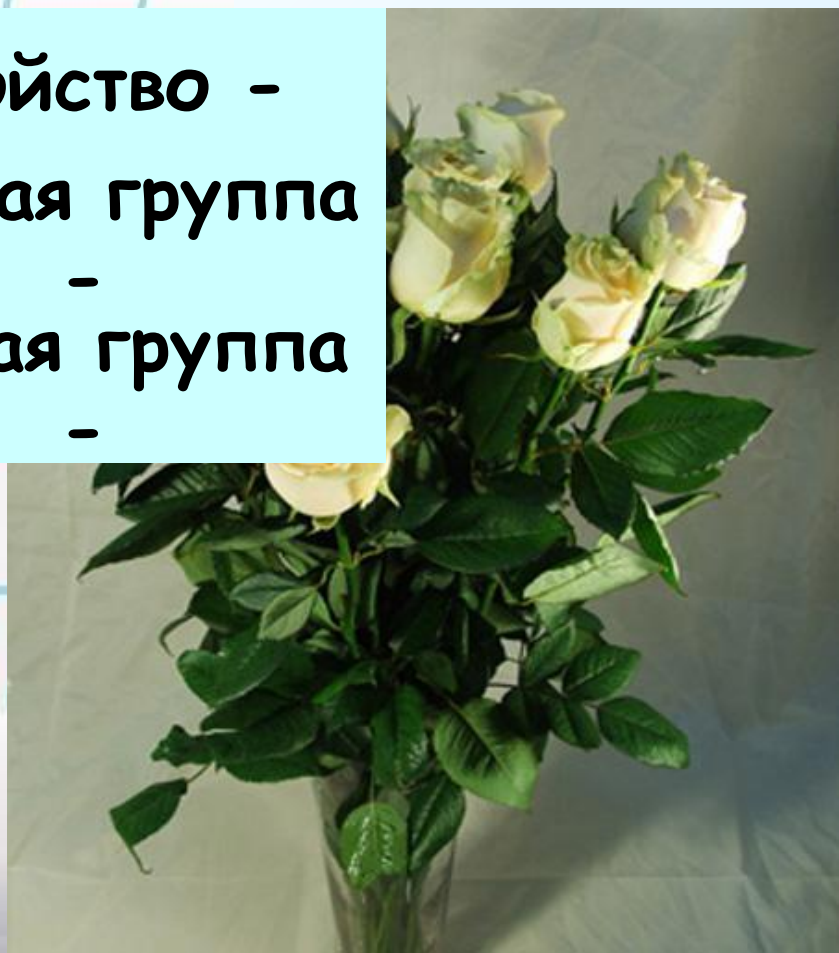
Свойство -

Первая группа

-

Вторая группа

-

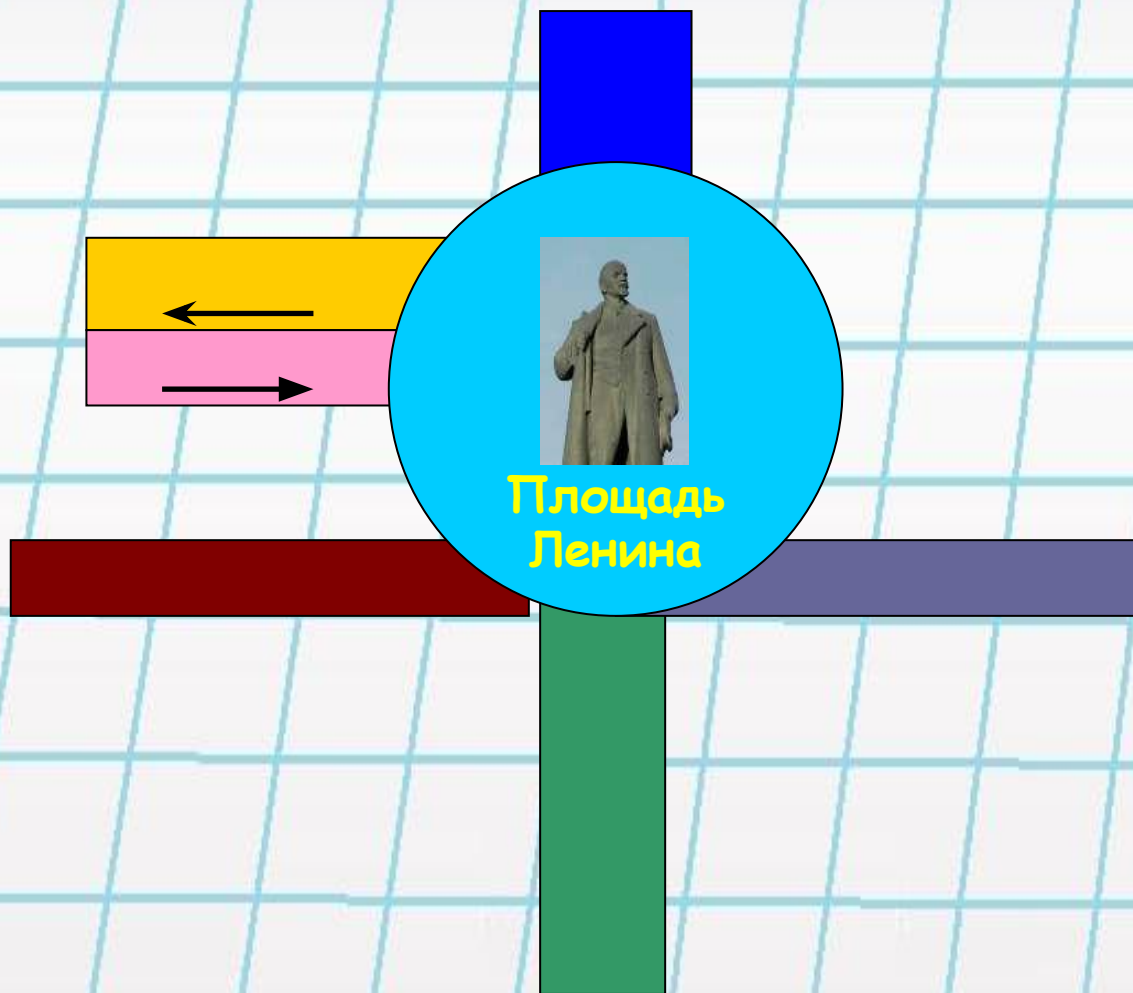


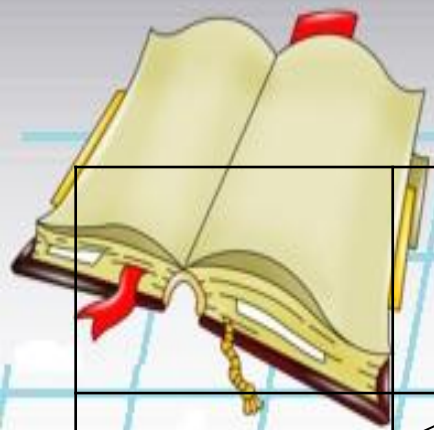


Сколько двузначных чисел  
делится на 2 или на 3?

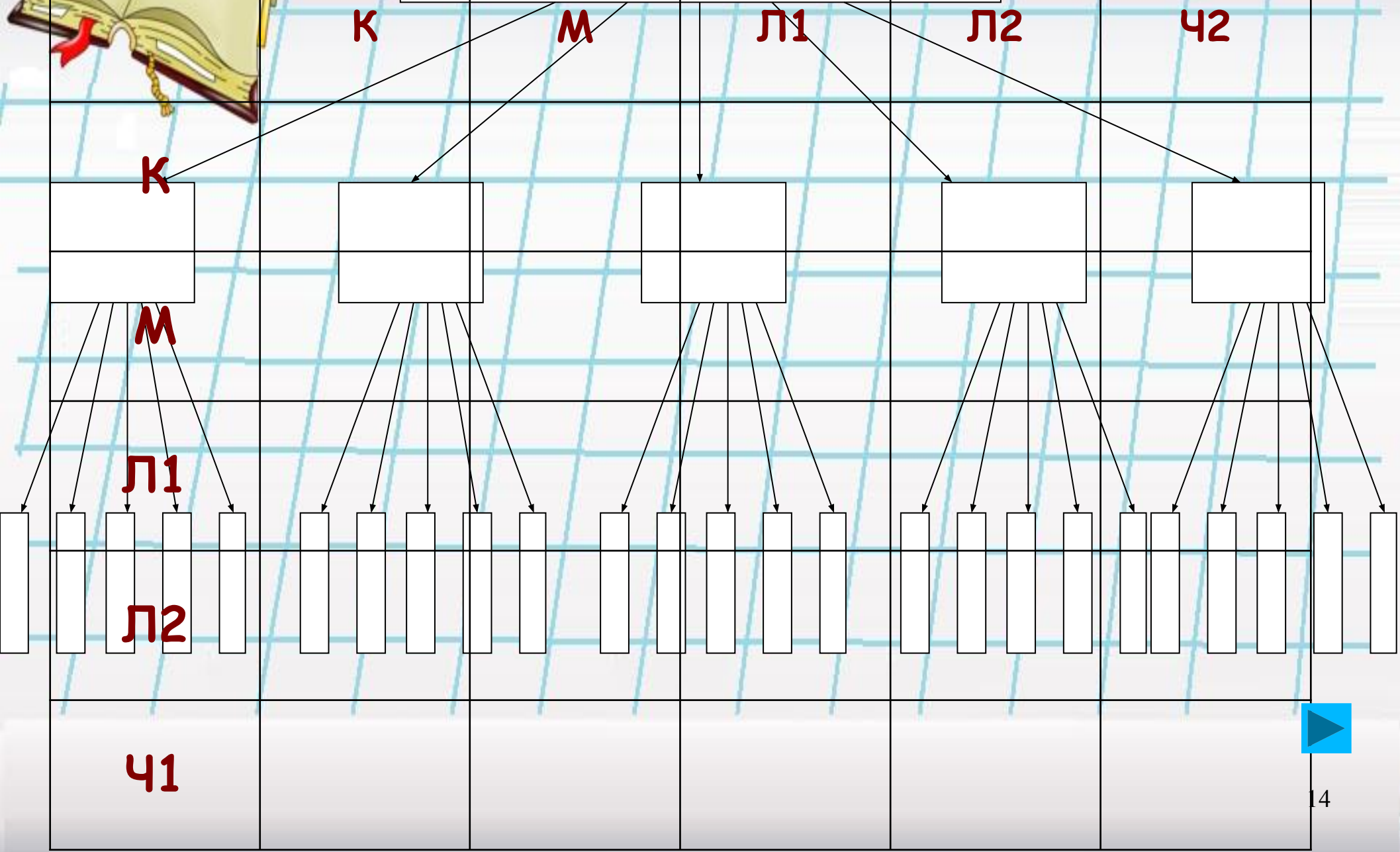
Свойство -  
Первая группа  
-  
Вторая группа  
-

# Задача о наших гостях





# Маршрут



# ПРАВИЛО ПРОИЗВЕДЕНИЯ



Если элемент  $A$  можно выбрать  $t$  способами,  
а после этого элемент  $B$  можно выбрать  $k$  способами,  
тогда упорядоченную пару элементов  $(A; B)$   
можно выбрать  $t \cdot k$  способами.

# Наследование одной пары признаков.



У нас есть 2 организма, женский и мужской

Генотип-  
гетерозиготный

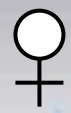


**Гаметы**



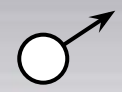

решетка Пинета.





ДИГОМОЗИГОТ

а



дигетерозигота

Введём обозначения:

A-

a-

B-

b-



По условию задачи составим родительскую пару





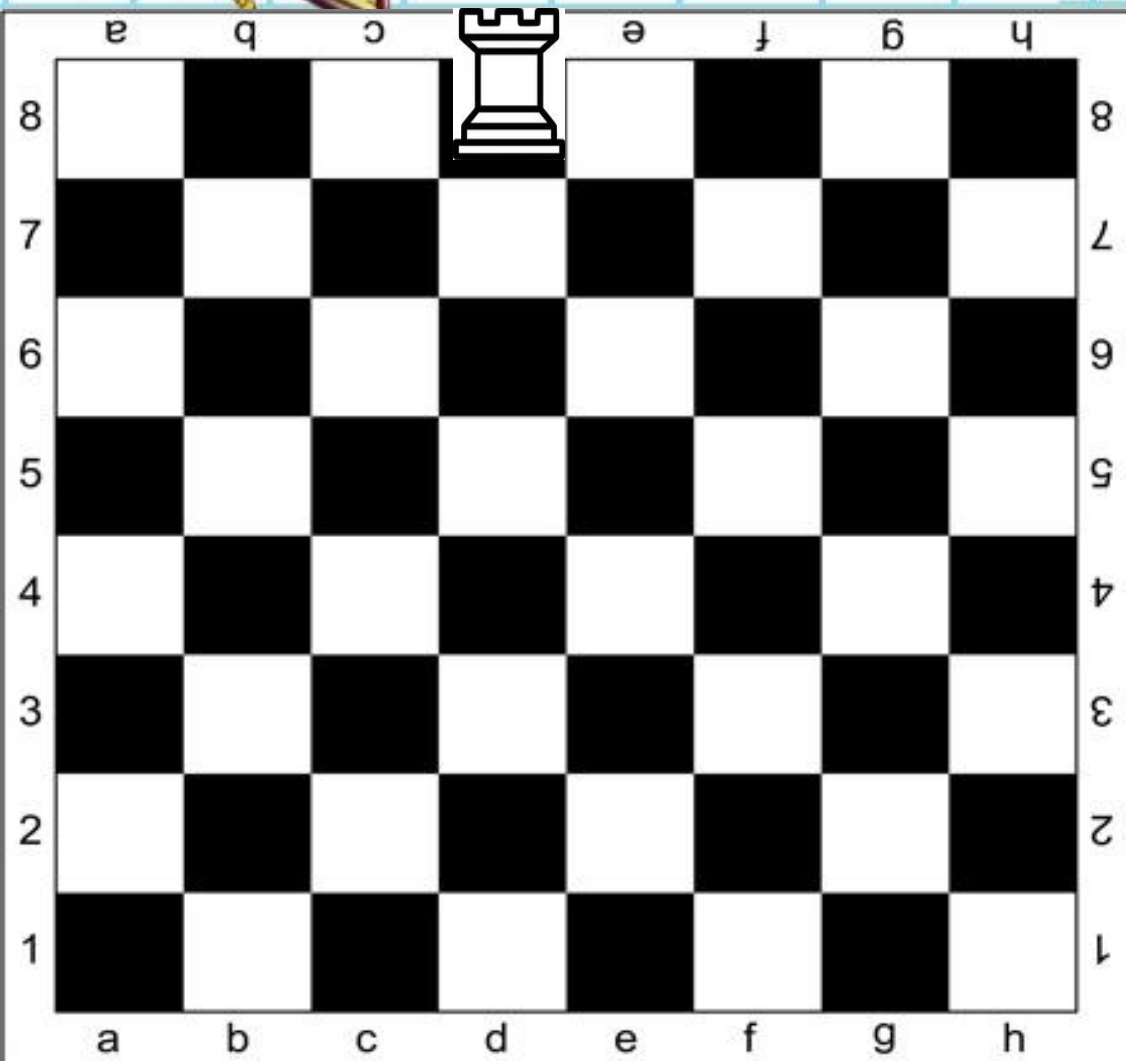
# Родительская пара

♀  $a$   $A$  ♂  $A$   $a$   $a$   
 $v$   $V$   $v$   $V$   $v$

<b>P</b>	$av$	$aAV$	<b>Определяет цвет кожи и цвет глаз по доминантному признаку</b>
<b>Различных генов по цвету кожи</b>	$AV$	$av$	
<b>Различных генов по цвету глаз</b>	$av$		
<b>Типов гамет</b>	$av$		



Сколькими способами можно на шахматной доске расставить белую и чёрную ладьи, так, чтобы они не били друг друга.



Поле:

бьет белая ладья

не бьет белая ладья



# Без повторов

▶ **Перестановки  
и**

▶ **Размещения**

▶ **Сочетания**



# Умозаключения

**Особенности составления  
этих слов:**

- ❖ Все элементы (буквы);
- ❖ Важен порядок.

**13\*12\*11\*10\*9\*8\*7\*6\*5\*4\*3\*2\*1**



# Перестановки.

## Определение.

Перестановкой из  $n$  элементов

У нас есть пятитомник Пушкина.

Сколькими способами вы можете расставить их на полке?

этих элементов в определённом порядке.

Произведение всех натуральных чисел

Обозначаются от 1 до  $n$  - это  $n!$

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$   
 $n$  - факториал

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$



На чемпионате Европы  
по фигурному катанию.

Выступления в каждом виде проходили 2 дня.

После короткой программы в каждом виде  
были определены сильнейшие спортсмены,  
6 из которых должны катать свою  
произвольную программу в последней разминке.

Порядковый номер в разминке  
определяется жеребьёвкой.

Сколько различных вариантов распределения  
порядка выступления  
в последней разминке существует?



Семь мальчиков,  
в число которых входят Олег и Игорь,  
становятся в ряд.  
Найдите число возможных комбинаций,  
если Олег и Игорь должны стоять рядом.

В которых не повторяются цифры  
можно составить из цифр 0, 2, 4, 6?







# Размещения.

## Определение.

Около 2-х недель назад закончился **Размещением из n элементов по m элементов (m < n)** очередной этап кубка мира по биатлону.

В рамках **называется любое множество** эстафета.

В женской эстафете (по словам **эстафет** Д. Губерниева)

взяты в **определённом порядке из данных n элементов** С. Слепцова, А. Богалий-Титовец, Н. Гусева (наша землячка из г. Тихвина), О. Зайцева.

Но в нашей команде есть ещё две хорошие спортсменки:

Екатерина Юрлова и Яна Романова

**Из скольких вариантов придётся выбирать**  $A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-(m-1))$  **эстафетный женский квартет** для участия в чемпионате мира, который пройдёт в нашей стране,

**если для спортсменок важно (какой этап бежать?)**  $A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-(m-1)) = \frac{n!}{(n-m)!}$

**Не все элементы (спортсменки); Важен порядок.**



□ Сколько  
двузначных чисел  
(без повторения)  
можно составить из цифр 1, 2, 3, 4?

□ Сколько таких чисел  
можно составить из всех 10-ти цифр?



Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить 3 команды ( на 1 этапе - 1-я команда, на 2-м- вторая, на третьем - третья),  
которые состоят из 1-го мальчика и 1-ой девочки.  
Сколькими способами это можно сделать?

## Оформление решения

$$A_{10}^3 \text{ выбрали трём мальчикам} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \quad \text{выбрали трём мальчиков} = 10 \cdot (10-1)(10-2) = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

$$A_{10}^3 \text{ выбрали трём девочкам} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \quad \text{выбрали трём девочек} = 10 \cdot (10-1)(10-2) = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

$$A_{10}^3 \cdot A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \cdot 720 = \dots$$

**Ответ:...**



Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить 3 команды ( на 1 этапе - 1-я команда, на 2-м- вторая, на третьем - третья),

которые состоят из 1-го мальчика и 1-ой девочки.  
Сколькими способами это можно сделать?

## По правилу произведения

$$A_{10}^3 \cdot A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \cdot 720 = \dots$$

Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить команду, которая состоит из 3-х мальчиков или 3-х девочек (каждый член команды имеет свой порядковый номер).  
Сколькими способами это можно сделать?

## По правилу СУММЫ

Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить команду, которая состоит из 3-х мальчиков и 3-х девочек  
Сколькими способами это можно сделать?

$$A_{10}^3 + A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 + 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 + 720 =$$





# СОЧЕТАНИЯ.

## Определение.

Сочетанием из  $n$  элементов по  $m$  элементов

называется любое множество, составленное из  $m$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов. Различие - порядок не важен.

Обозначается

Вычисляется  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$



У Виктории Валентиновны на полке  
стоит шесть томов А. С. Пушкина,  
ей надо выбрать три, но она знает,  
что среди них должен быть пятый том,  
по составу комиссий  
роман «Евгений Онегин»?  
составить Вера Николаевна,  
если претендентов 8?

$$C_8^3 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!5!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = 7 \cdot 8 = 56$$



В вашем классе учатся  
14 мальчиков и 11 девочек.  
Для уборки территории  
требуется назначить 4-х мальчиков  
и 3-х девочек.  
Сколькими способами  
Лариса Николаевна может это сделать?



слова Е.  
Долматовского  
музыка В.  
Мурадели



**Жить и верить – это  
замечательно!  
Перед нами небывалые пути.  
Утверждают космонавты и  
мечтатели,  
Что на Марсе будут яблони**





$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где  $m$  – число благоприятных исходов,  
 $n$  – общее число исходов

$$m = C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1$$

$$n = C_{54}^3$$

$$P(A) = \frac{C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1}{C_{54}^3}$$



"Пиковая дама". А.С.Пушкин.  
автор: Роман Писарев.



**Дома доделать задачи+  
расспросить родителей  
о их работе и на основе этого опроса  
составить мини-сочинение  
или просто задачи  
по теме  
«Комбинаторные задачи  
в жизни моих родителей».**



Спасибо за уро

