Нелинейные модели регрессии

Некоторые виды нелинейных зависимостей, поддающиеся линеаризации

<u>Зависимость гиперболического типа</u>

1. $\acute{o}_i = \beta_0 + \beta_1 \dfrac{1}{x_i} + \varepsilon_i \quad (0 < x_i < \infty)$

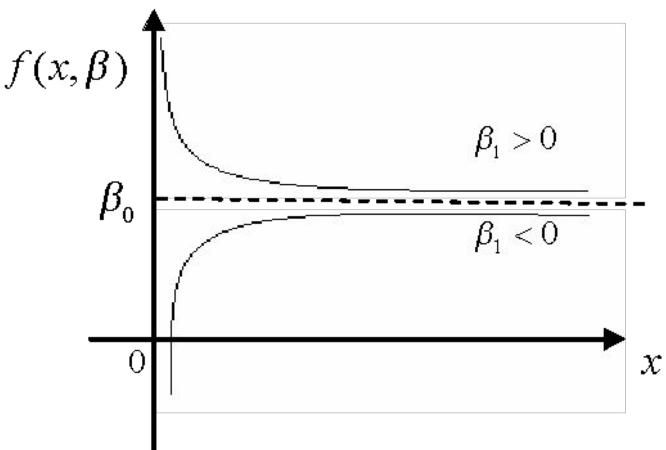


Рис.1

Преобразования объясняющей переменной $x^* = \dfrac{1}{x}, \; X^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dfrac{1}{x_1} & \dfrac{1}{x_2} & \dots & \dfrac{1}{x_n} \end{pmatrix}^T$

$$\acute{o}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^* + \varepsilon_i \, .$$

2. $y_i = \dfrac{1}{\beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i}, \ (-\dfrac{\beta_0}{\beta_1} < x < \infty)$

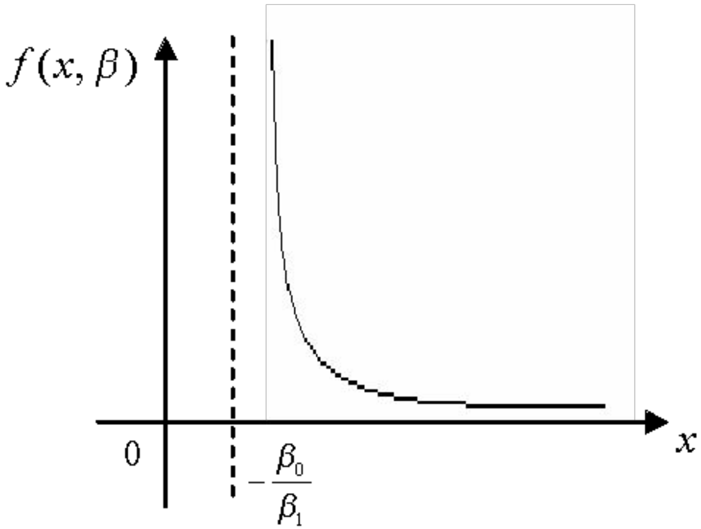


Рис. 2 $а)$ $\beta_0 < 0, \quad \beta_1 > 0$

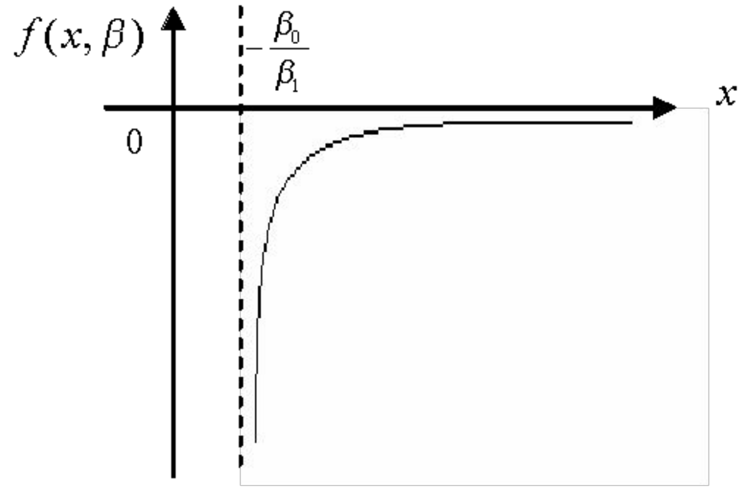


Рис. 2 $б)$ $\beta_0 > 0, \quad \beta_1 < 0$

Преобразования результативного признака $y^* = \dfrac{1}{y}, \quad Y^* = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{y_1} & \dfrac{1}{y_2} & \ldots & \dfrac{1}{y_n} \end{pmatrix}^T$

$$\acute{o}^{*}{}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Показательная (экспоненциальная) зависимость

1 $$y_i = \beta_0 e^{\beta_1 x+\varepsilon}$$

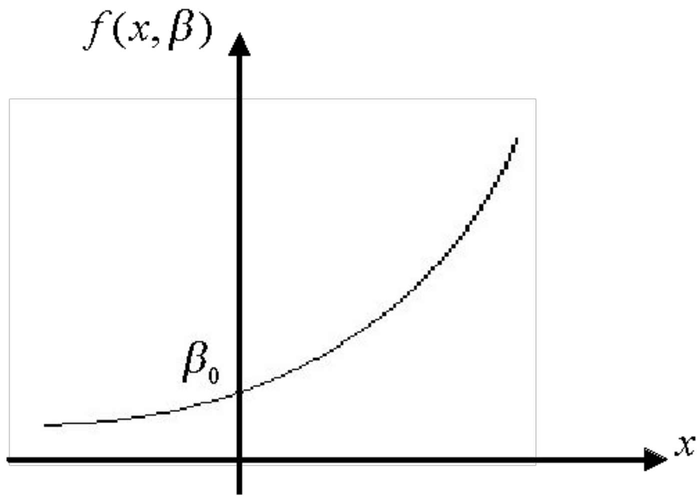


Рис. 1 *а*) $\beta_1 > 0$

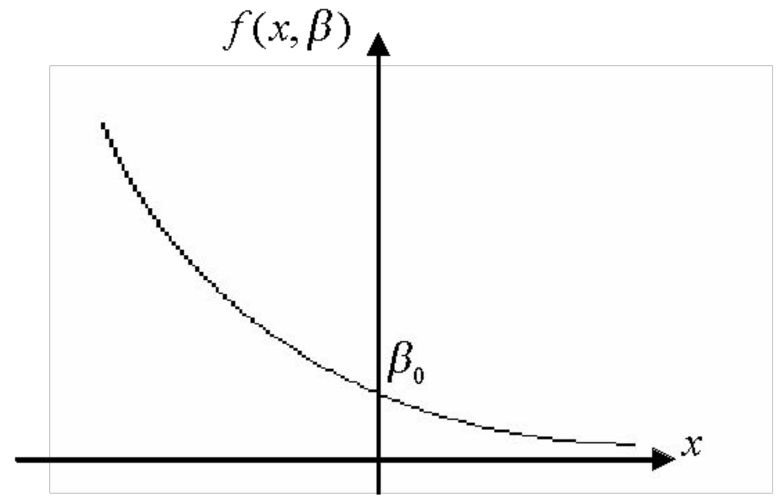


Рис. 1 *б*) $\beta_1 < 0$

Преобразования результативного признака $y^* = \ln y$,

$Y^* = (\ln y_1 \quad \ln y_2 \quad \ldots \quad \ln y_n)^T$

$$y^*_i = \beta_0^* + \beta_1 \tilde{o}_i + \varepsilon_i \text{ , } \beta_0^* = \ln \beta_0$$

$$\mathbf{2}\quad y_i = \beta_0 e^{\frac{\beta_1}{x_i} + \varepsilon_i}$$

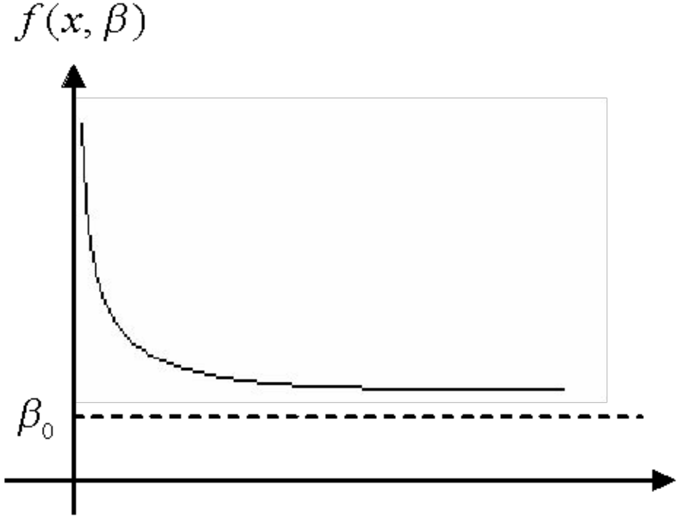


Рис. 2 *а*) $\beta_1 > 0$

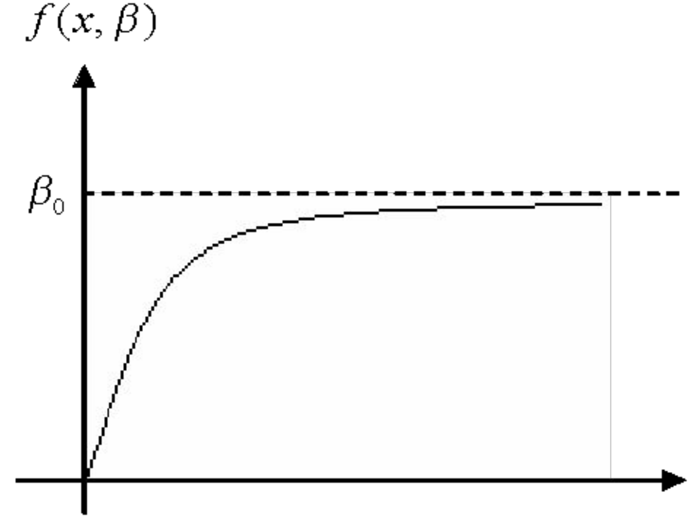
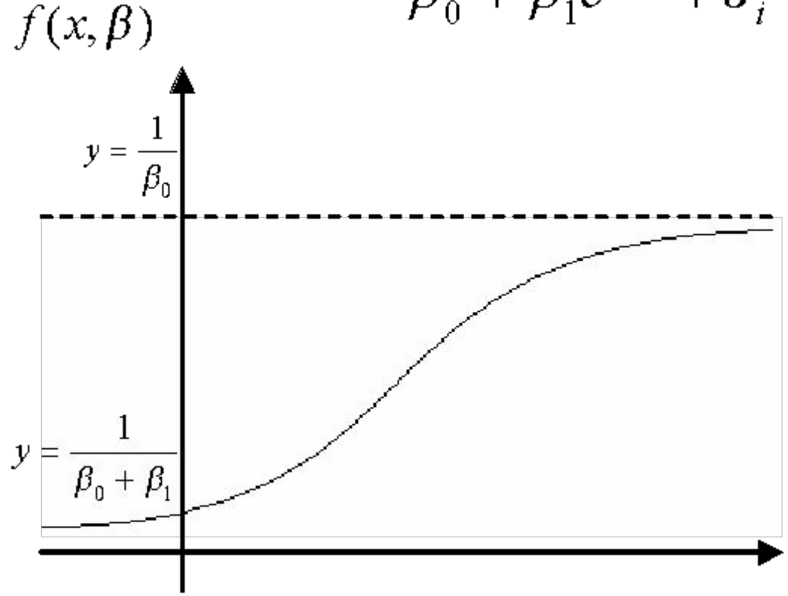


Рис. 2 *б*) $\beta_1 < 0$

Преобразования переменных $y^* = \ln y$, $x^* = \dfrac{1}{x}$. Где $\beta_0^* = \ln \beta_0$

$Y^* = \begin{pmatrix} \ln y_1 & \ln y_2 & \dots & \ln y_n \end{pmatrix}^T$ и матрица $X^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \dfrac{1}{x_1} & \dfrac{1}{x_2} & \dots. & \dfrac{1}{x_n} \end{pmatrix}^T$

3 Логистическая кривая $y_i = \dfrac{1}{\beta_0 + \beta_1 e^{-x_i} + \varepsilon_i}, \quad 0 \le x < \infty$



$\beta_1 > 0$

Преобразования переменных $y^* = \dfrac{1}{y}, \quad x^* = e^{-x}, \quad Y^* = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{y_1} & \dfrac{1}{y_2} & \dots & \dfrac{1}{y_n} \end{pmatrix}^T$

$$X^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-x_1} & e^{-x_2} & \dots. & e^{-x_n} \end{pmatrix}^T$$

Зависимость степенного типа

$$y_i = \beta_0 x_i^{\beta_1}$$

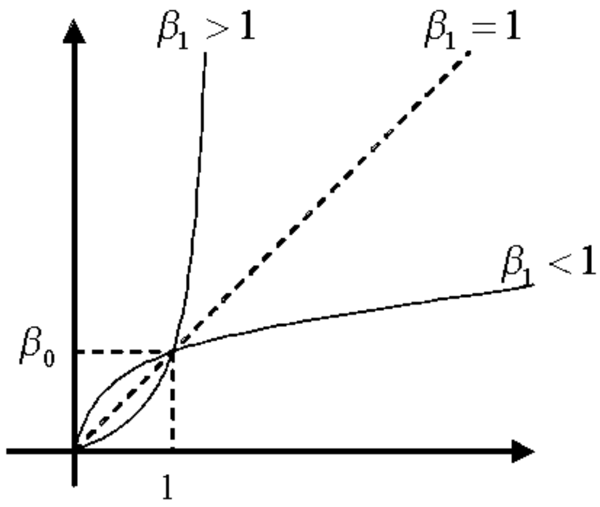


Рис. 1 *а*) $\beta_1 > 0$

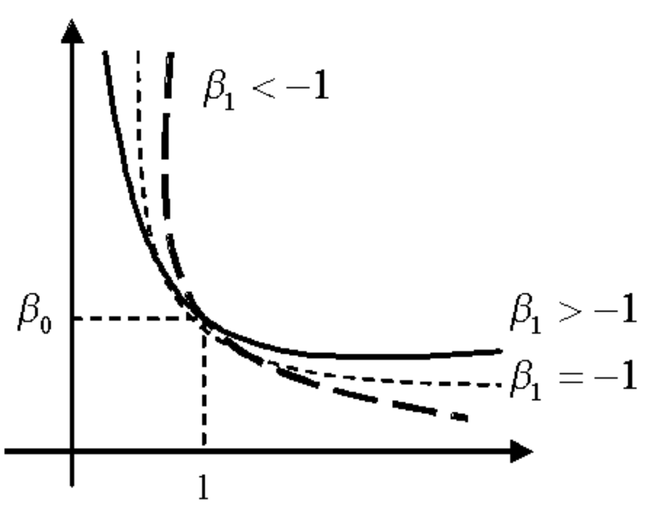


Рис. 1 *б*) $\beta_1 < 0$

Преобразования переменных $y^* = \ln y$, $x^* = \ln x$, где $\beta_0^* = \ln \beta_0$

Важную роль зависимости степенного типа играют в задачах построения и анализа производственных функций, функций спроса. При анализе степенных регрессионных зависимостей содержательную интерпретацию получает коэффициент β_1 как коэффициент эластичности.