



Теория вероятностей и
математическая статистика

Случайные

события.

Вероятность

события.

Тема 3

План лекции

1. Случайные события и их классификация
2. Операции над событиями
3. Классическое и статистическое определение вероятности
4. Геометрическое определение вероятности

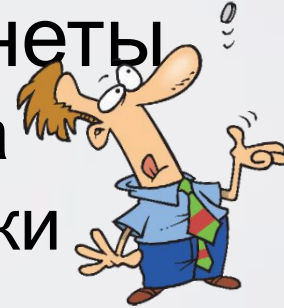
Определение

- **Случайное событие** – это любой факт, который может либо произойти, либо не произойти при выполнении некоторого комплекса условий.
- При этом выполнение некоторого комплекса условий отождествляется с **проведением испытания (опыта)**
- *Событие всегда связано со случайным*

Примеры случайных событий

1. Подбрасывание монеты

- выпадение орла
- выпадение решки



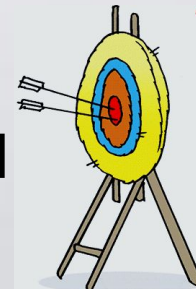
2. Бросание игральной кости



3. Вытаскивание карты из игральной колоды



4. Стрельба по мишен



Классификация событий

1. Достоверные
2. Невозможные
3. Противоположные события
4. Равносильные события
5. Несовместные события
6. Совместные события
7. Равновозможные события

Достоверное событие

Достоверное событие непременно происходит при любой реализации опыта.

Вероятность такого события принимается равной единице.

$$P(\Omega) = 1 ,$$

Вероятности всех других возможных событий (недостоверных) будут меньше единицы.


Невозможное событие

Это событие, при заданном комплексе условий заведомо не может произойти.

Вероятность невозможного события равна нулю:

$$P(\emptyset) = 0$$

Диапазон изменения вероятностей любых событий лежит в диапазоне от 0 до 1.

- 
- Для каждого события A можно рассмотреть **противоположное событие \bar{A}** , заключающееся в том, что событие \bar{A} не произошло
 - **События A и B равносильные**, если они одновременно наступают, либо не наступают при проведении опыта ($A=B$)
 - **События A и B несовместимые**, если наступление одного из них исключает наступление другого.
 - В противном случае – **совместимые**
 - **События A и B равновозможные**, если по условиям испытания нет оснований считать какое-либо из них более вероятным

Операции над событиями

- **Суммой (объединением) событий** A и B называется событие $A+B$, состоящее в наступлении хотя бы одно из событий

$$A \cup B \text{ или } A + B$$

- **Произведением (пересечением) событий** A и B называется событие AB , состоящее в одновременном наступлении событий A и B

$$A \cap B \text{ или } A \cdot B \text{ или просто } AB$$

Вероятность события

Вероятность события – это число, которое позволяет судить о степени возможности его появления.

Чем больше вероятность события, тем более возможно его появление.

Например, интуитивно ясно, что событие А более вероятно, чем событие В. Однако о событиях С и D аналогичных выводов сделать нельзя; для этого необходимо уточнение условий опыта.

Классическое определение вероятности

- Основано на опыте с равновероятными исходами.

Вероятностью события А называется

отношение числа всех исходов, благоприятствующих событию А (т.е. приводящих к наступлению события А) к общему числу всех возможных исходов

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

P - первая буква английского слова "probability" - вероятность.

Свойства вероятности событий

1. Вероятность любого случайного события есть число, заключенное между 0 и 1: **$0 \leq P(A) \leq 1$**
2. Вероятность достоверного события равна 1, так как все исходы являются благоприятными ($m=n$): **$P(\Omega) = 1$**
3. Вероятность невозможного события равна 0, так как нет ни одного благоприятного исхода ($m=0$):
 $P(\emptyset) = 0$

Статистическое определение вероятности

- Основано на опыте наблюдения результатов событий.

По данным наблюдений рассчитывают отношение $\omega_A = \frac{m_A}{n}$, называемое **частностью события А** (m_A - число появления события А – частота события А)

Статистической вероятностью события А

называется частность проявления этого события в n проведенных испытаниях

$$\tilde{P}(A) = \omega_A = \frac{m_A}{n}$$

Геометрическое определение вероятности

- Пусть имеется область G и в ней меньшая область g .



- Событие A – попадание точки в область g .
- **Геометрической вероятностью события A** называется отношение меры области g , благоприятствующей событию A , к мере всей области G .

$$P(A) = \frac{\text{mes}(g)}{\text{mes}(G)}$$

Область, на которую распространяется вероятность, может быть:

1. **Одномерной** (отрезок, плоская кривая)
Мера – длина
2. **Двумерной** (геометрическая фигура на плоскости)
Мера – площадь
3. **Трёхмерной** (тело в трёхмерном пространстве)

Мера – объем
Вероятность попадания точки в область g
размерность меньшей, чем размерность области G , равна 0