Формулы Крамера для решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с невырожденной квадратной матрицей.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ .... \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$A\cdot X=B; \quad |A|\neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1} \Rightarrow X=A^{-1}B.$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} b_1 A_{11} + b_2 A_{21} + \ldots + b_n A_{n1} \\ b_1 A_{12} + b_2 A_{22} + \ldots + b_n A_{n2} \\ \dots \\ b_1 A_{1n} + b_2 A_{2n} + \ldots + b_n A_{nn} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \dots \\ \Delta_n \end{pmatrix}.$$

A_{ij} - алгебраическое дополнение элемента a_{ij}

в матрице A; $\Delta = \det A$,

$$\Delta_k = D\left(A_1; A_2; ...; A_{k-1}; B; A_{k+1}; ..; A_n\right)$$

- определитель, который получится, если в матрице *A* заменить *к*-ый столбец столбцом правых частей *B*.

$$\boxed{x_k = \frac{\Delta_k}{\Delta}, \quad k = 1,2,...n.}$$

формулы Крамера

Теорема. **СЛАУ с *невырожденной квадратной* матрицей *имеет и притом единственное решение*, определяемое по формулам Крамера.**

Итак, если $\Delta \neq 0$, то СЛАУ с квадратной матрицей *имеет единственное решение*.

Если $\Delta = 0$ и *хотя бы один* $\Delta_k \neq 0$, то СЛАУ с квадратной матрицей *не имеет ни одного решения*- *несовместна*.

Если $\Delta = 0$ и *все* $\Delta_k = 0$, то СЛАУ с квадратной матрицей имеет *бесконечно много решений*.