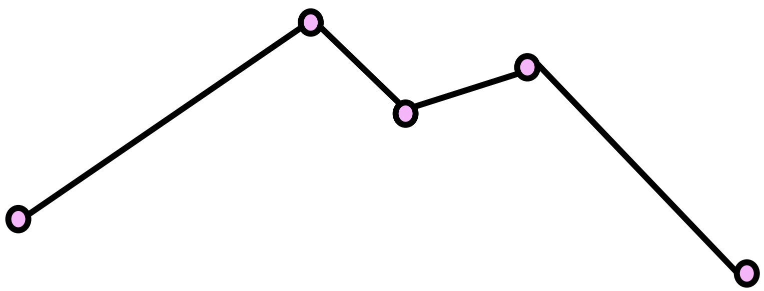
Непрерывные случайные величины



Дискретная СВ:

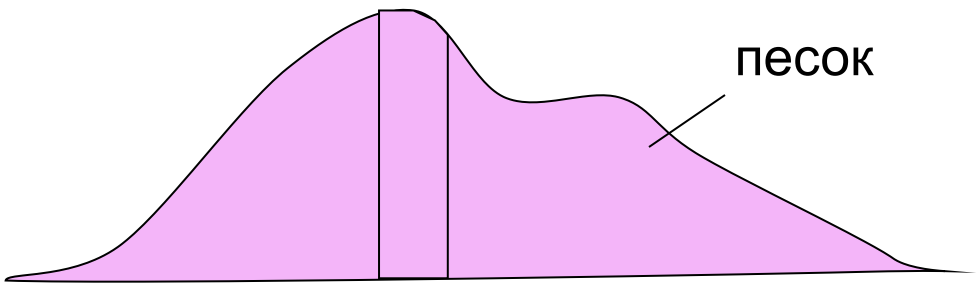
1) множество значений конечно или счетно;

2) $P(X=x_k)=p_k$

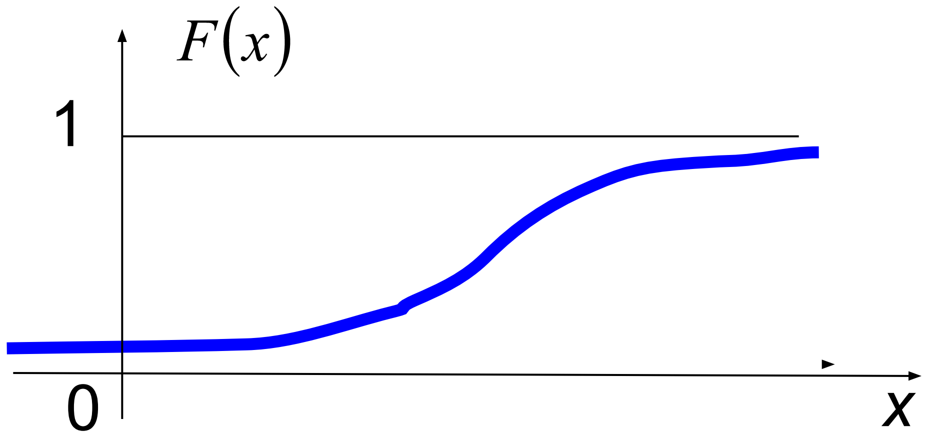
Непрерывная СВ:

1) множество значений несчетно;

2) $P(X=x)=0$



Функция распределения НСВ



$$\boxed{F(x) = P(X < x)}$$

Свойства функции распределения

1. $0 \le F(x) \le 1 \quad \forall x \in (-\infty; +\infty)$

2. $(x_1 < x_2) \Rightarrow (F(x_1) \le F(x_2))$

3. $F(x) \xrightarrow[x \to x_0]{} F(x_0)$

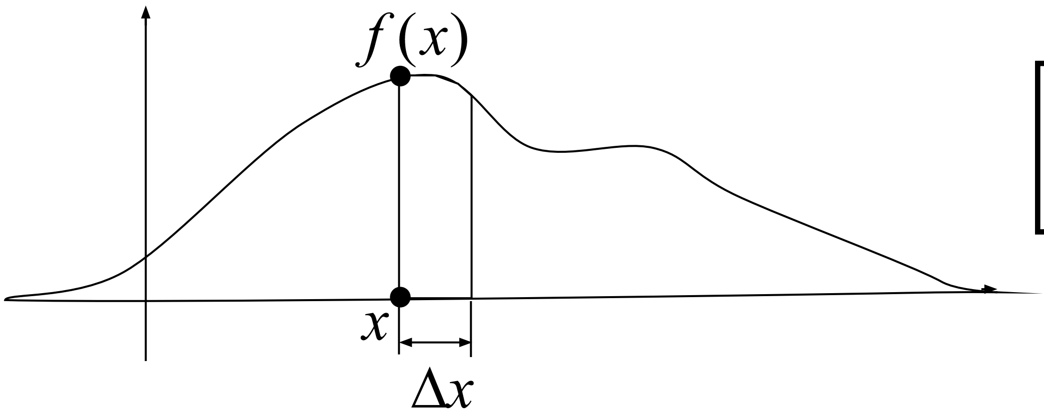
4. $F(-\infty) = 0,$

   $F(+\infty) = 1$

5. $Ð(c \le X \le d) =$

   $= F(d) - F(c)$

Плотность распределения НСВ



$$\boxed{f(x) = F'(x)}$$

$$P(x \le X < x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x)$$

$$f(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x}$$

$$\boxed{P(x \le X < x + \Delta x) = f(x)\Delta x + o(\Delta x)}$$

Плотность распределения НСВ

$$\boxed{P(x \le X < x + \Delta x) = f(x)\Delta x + o(\Delta x)}$$

Свойства плотности распределения

1. $f(x) \ge 0$

2. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

3. $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(t)dt$

4. $f(x) = F'(x)$

5. $P(c \le X \le d) = \int\limits_{c}^{d} f(x)dx$

Преобразование случайной величины

Теорема 1. Пусть $f_X(x)$ - плотность распределения с.в. X, а с.в. $Y=a+bX$. Тогда

$$f_Y(x)=\frac{1}{|b|}f_X\left(\frac{y-a}{b}\right)$$

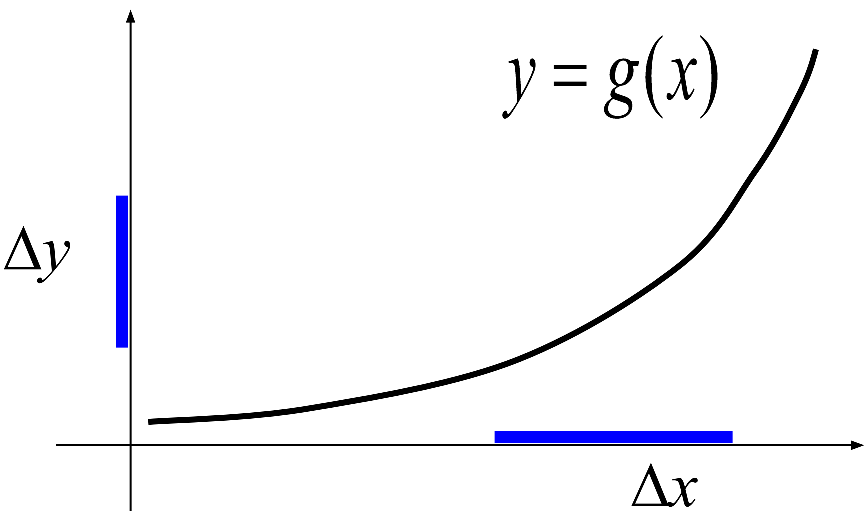
$$F_Y(y)=\begin{cases} F_X\left(\frac{y-a}{b}\right), \text{ если } b>0 \\ 1-F_X\left(\frac{y-a}{b}\right), \text{ если } b<0 \end{cases}$$

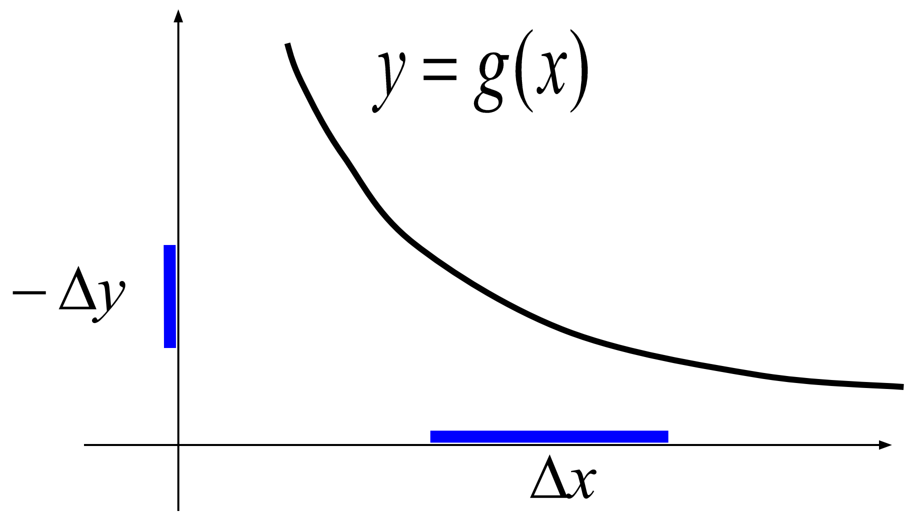
Преобразование случайной величины

Теорема 2. Пусть X – РСВ, принимающая значения из *(a; b)*, с плотностью распределения $f_X(x)$, а $y=g(x)$ – дифференцируема на *(a; b)* и кусочно-монотонна.

Тогда

$$\boxed{f_Y(y) = f_X\left(g^{-1}(y)\right)\cdot\left|\frac{d}{dy}g^{-1}(y)\right|}$$



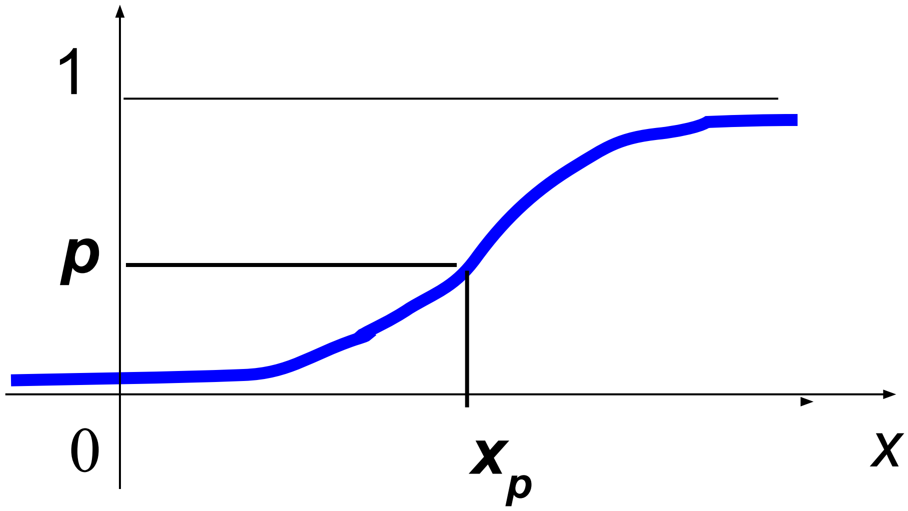


Числовые характеристики

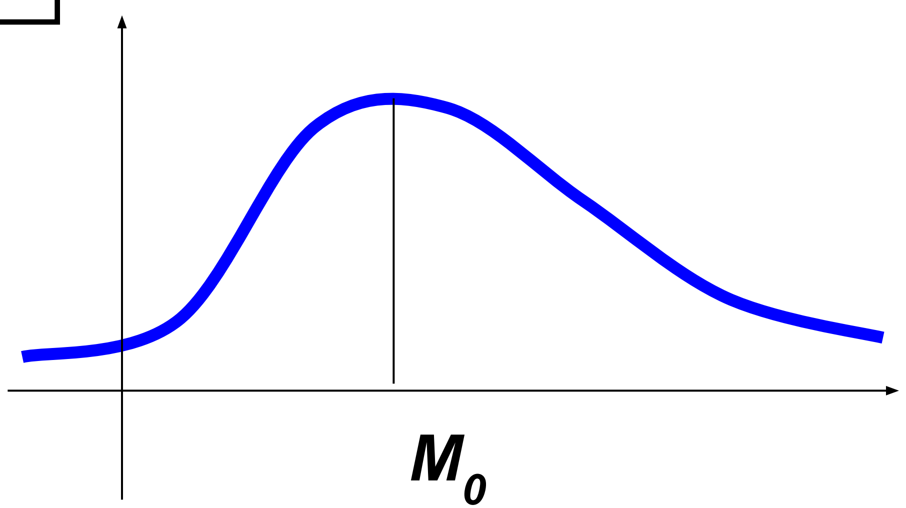
Название	Определение	ДСВ	НСВ
Математическое ожидание	$m_X = M(X)$	$\sum_i x_i p_i$	$\int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx$
Начальный момент	$m_r = M(X^r)$	$\sum_i x_i^r p_i$	$\int_{-\infty}^{+\infty} x^r f(x)dx$
Центральный момент	$\mu_s = M(\overset{\circ}{X}{}^s)$	$\sum_i (x_i - m)^s p_i$	$\int_{-\infty}^{+\infty} (x-m)^s f(x)dx$
Дисперсия	$D = M(\overset{\circ}{X}{}^2)$	$\sum_i (x_i - m)^2 p_i$	$\int_{-\infty}^{+\infty} (x-m)^2 f(x)dx$
При условии		Ряды абсолютно сходятся	Интегралы абсолютно сходятся

Квантиль и мода распределения

$$x_p : \ F(x_p) = p$$

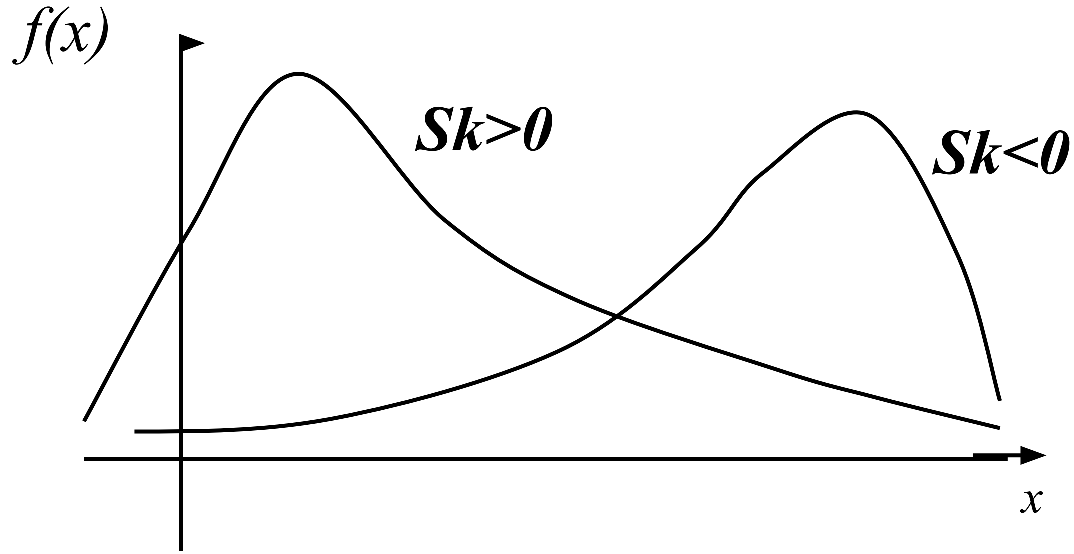


$$M_0 = \arg\max f(x)$$



Коэффициенты асимметрии и кривизны

$$Sk = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$



$$Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$$