

*Тема презентации

Пределы

Выполнил
студент 1-го
курса группы
МА-174
Федоткин В.Е.

* Итак, что же такое предел?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$$

* Так выглядит предел

* Любой предел состоит из трех частей:

* 1) Всем известного значка предела .

2) Записи под значком предела, в данном случае . Запись читается «икс стремится к единице». Чаще всего - именно , хотя вместо «икса» на практике встречаются и другие переменные. В практических заданиях на месте единицы может находиться совершенно любое число, а также бесконечность (∞).

**3) Функции под знаком
предела.**

* Сама запись читается так: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$,
«предел функции при x стремящемся к единице».

* Разберем следующий важный вопрос - а что значит выражение « x стремится к единице»? И что вообще такое «стремится»?
Понятие предела - это понятие, если так можно сказать, **динамическое**. Построим последовательность: сначала , затем , , ..., ,
То есть выражение « x стремится к единице» следует понимать так - « x » последовательно принимает значения, **которые бесконечно близко приближаются к единице и практически с ней совпадают**.

* Как решить вышерассмотренный пример?
Исходя из вышесказанного, нужно просто подставить единицу в функцию, стоящую под знаком предела:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1} = \frac{2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 5}{1 + 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

* Итак, : Когда дан любой предел, сначала просто пытаемся подставить число в функцию.



* Пример с бесконечностью: $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - x)$

* Разбираемся, что такое ? Это тот случай, когда неограниченно возрастает, то есть: сначала , потом , потом , затем и так далее до бесконечности.

* А что в это время происходит с функцией ?

, , , ...

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - x) = -\infty$$

* Итак: если , то функция стремится к минус бесконечности:

* Грубо говоря, согласно нашему первому правилу, мы вместо «икса» подставляем в функцию бесконечность и получаем ответ.



* *Примечание: строго говоря, такой подход с построением последовательностей из нескольких чисел некорректен, но для понимания простейших примеров вполне подойдет.*

* Пределы с неопределенностью вида $\frac{\infty}{\infty}$ и метод их решения

* Сейчас мы рассмотрим группу пределов, когда $x \rightarrow \infty$, а функция представляет собой дробь, в числителе и знаменателе которой находятся многочлены

* Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$

* Согласно нашему правилу попытаемся подставить бесконечность в функцию. Что у нас получается сверху? Бесконечность. А что получается внизу? Тоже бесконечность. Таким образом, у нас есть так называемая неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$. Можно было бы подумать, что $\frac{\infty}{\infty} = 1$, и ответ готов, но в общем случае это вовсе не так, и нужно применить некоторый прием решения, который мы сейчас и рассмотрим.

* Как решать пределы данного типа?

* Сначала мы смотрим на числитель и находим в старшей степени x $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} :$

* Старшая степень в числителе равна двум.

* Теперь смотрим на знаменатель и тоже находим в старшей степени:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

* Старшая степень знаменателя равна двум.

* Затем мы выбираем самую старшую степень числителя и знаменателя: в данном примере они совпадают и равны двойке.

* Итак, метод решения следующий: для того чтобы раскрыть неопределенность необходимо разделить знаменатель на x^2 в старшей степени.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2} = \frac{\infty}{\infty} = (*)$$

$$(*) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2}}{\frac{1 + x + 3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{3x}{x^2} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{3x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3} = \frac{2}{3}$$

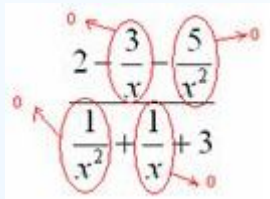


* Что принципиально важно в оформлении решения?

* Во-первых, указываем неопределенность, если она есть.

* Во-вторых, желательно прервать решение для промежуточных объяснений, он не несет никакого математического смысла, а обозначает, что решение прервано для промежуточного объяснения.

* В-третьих, в пределе желательно пометать, что и куда стремится. Когда работа



The image shows a handwritten mathematical expression: $2 - \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2}$ over $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 3$. Red circles are drawn around the terms $\frac{3}{x}$, $\frac{5}{x^2}$, $\frac{1}{x^2}$, and $\frac{1}{x}$. Red arrows point from the top of each circle to a small '0' above it, and from the bottom of each circle to a small '0' below it, indicating limits or asymptotes.

ется от руки, удобнее это сделать так:

* Для пометок лучше использовать простой карандаш.



