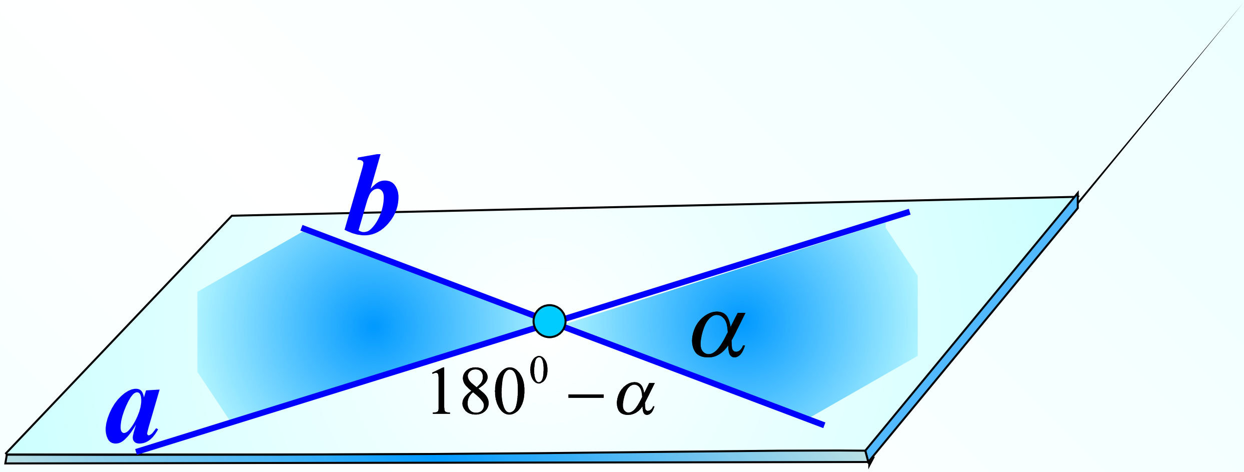
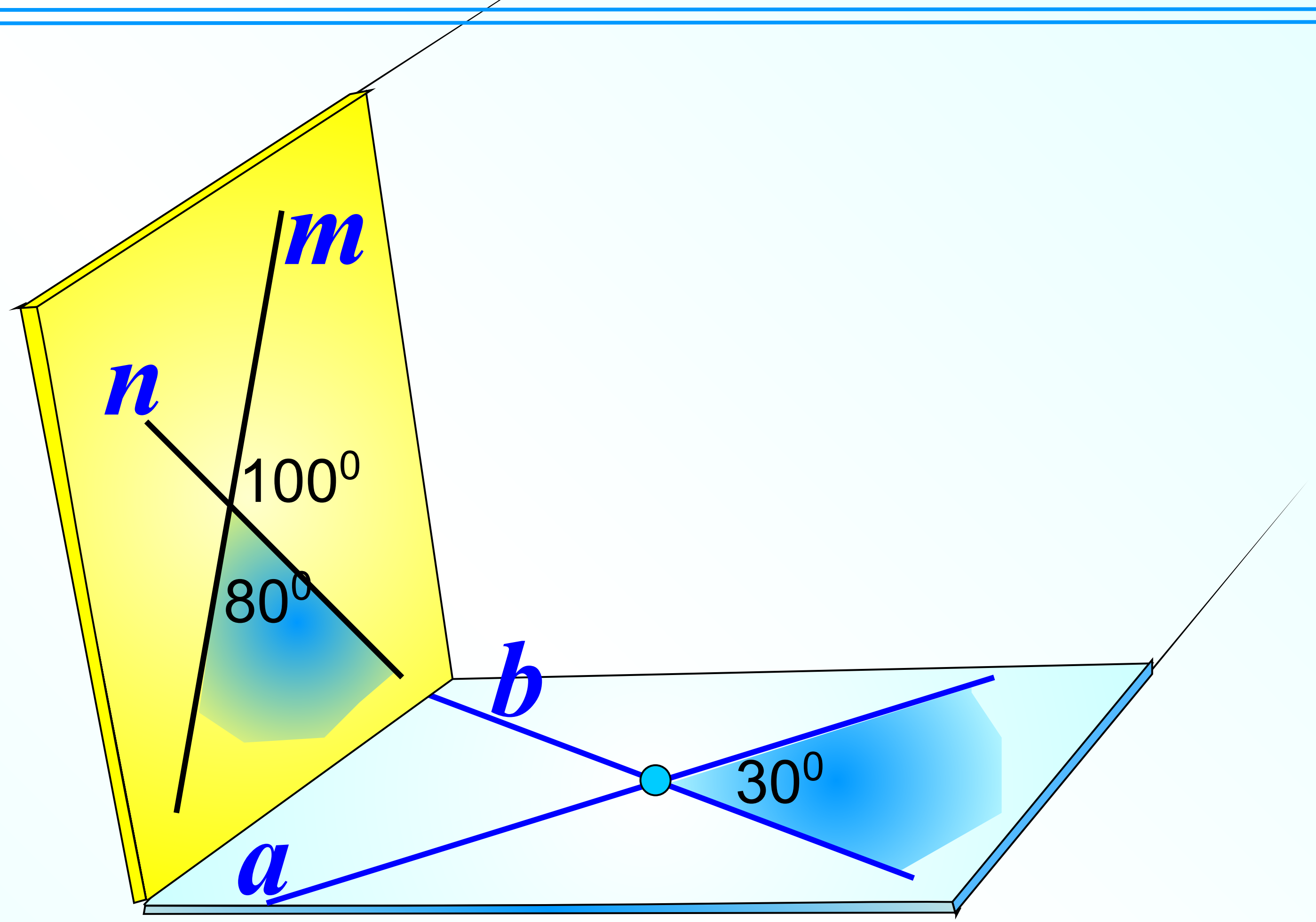
Угол между прямыми



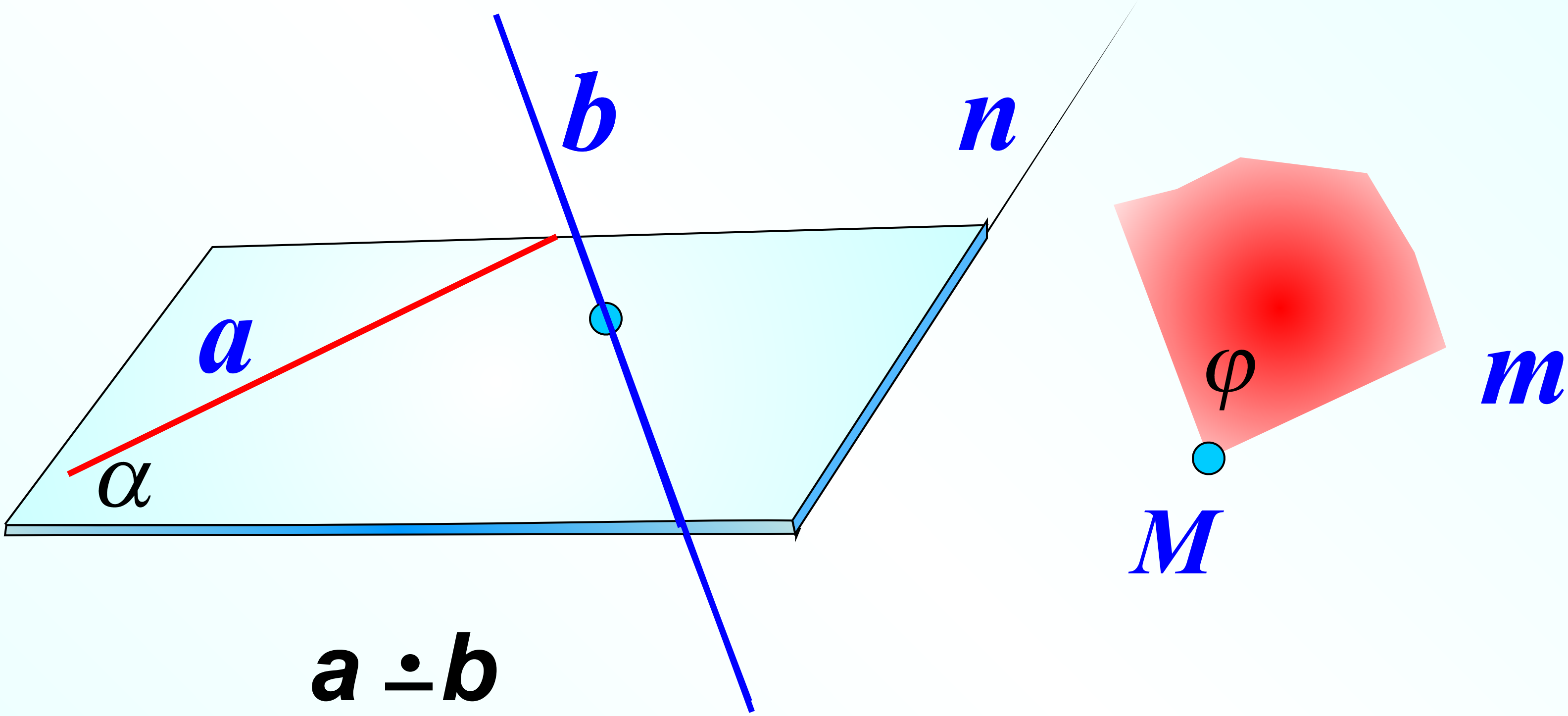
Пусть α - тот из углов, который не превосходит любой из трех остальных углов. Тогда говорят, что угол между пересекающимися прямыми равен α.



Угол между прямыми a и b 30^0.

Угол между прямыми m и n 80^0.

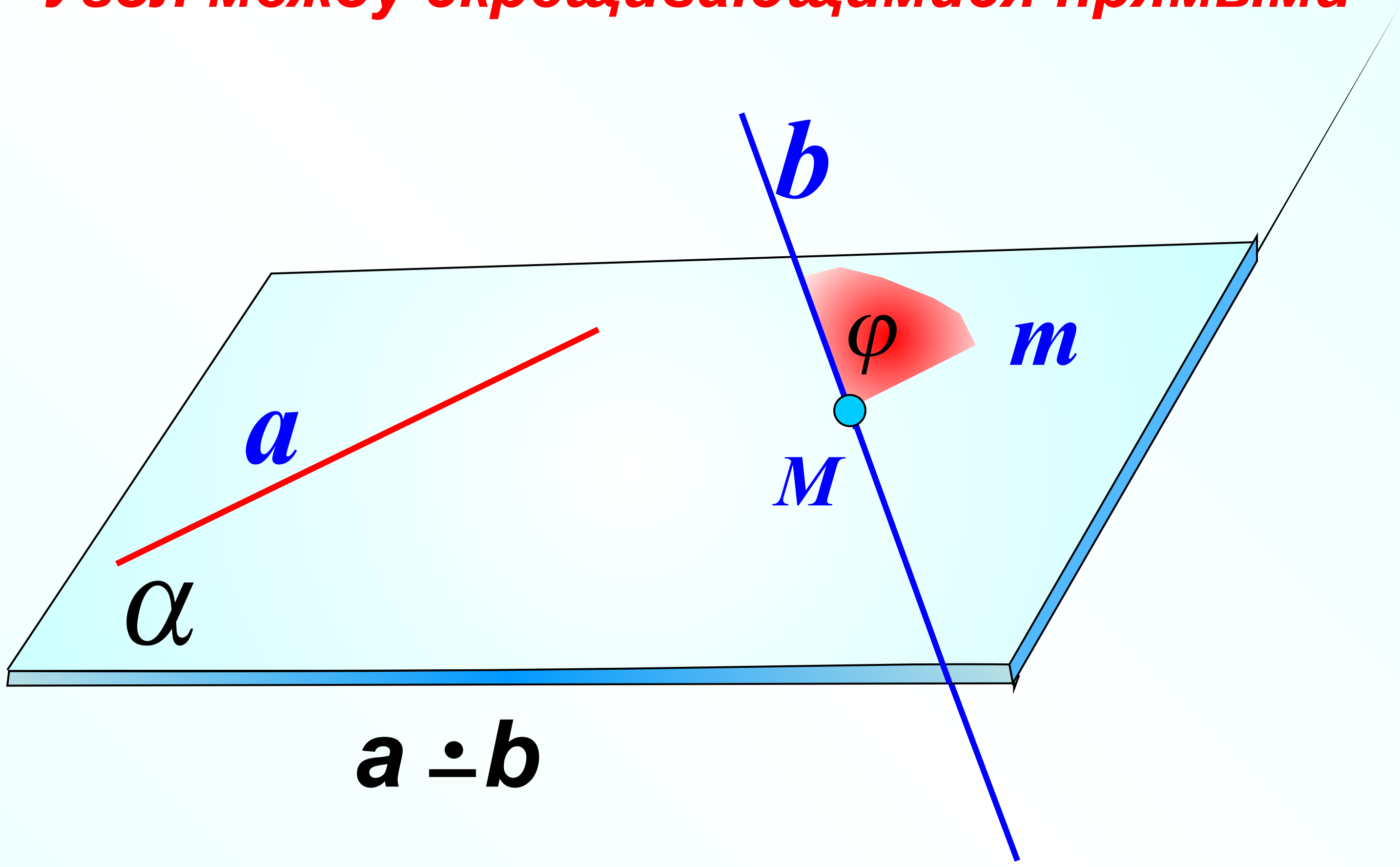
Угол между скрещивающимися прямыми



Через произвольную точку M_1 проведем прямые m и n, соответственно параллельные прямым a и b.

Угол между скрещивающимися прямыми a и b равен φ

Угол между скрещивающимися прямыми



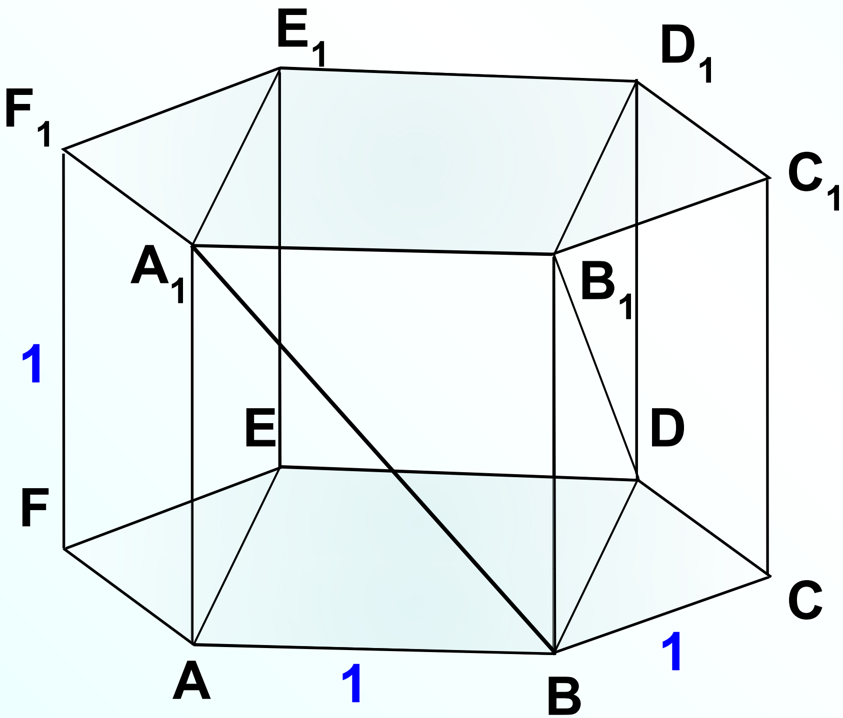
$a \dot{-} b$

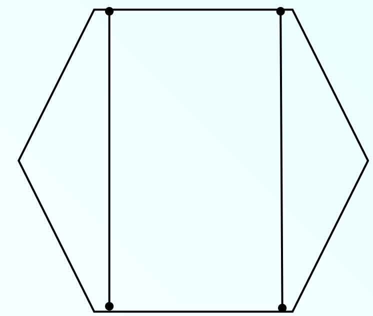
Точку М можно выбрать произвольным образом.

В качестве точки М удобно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

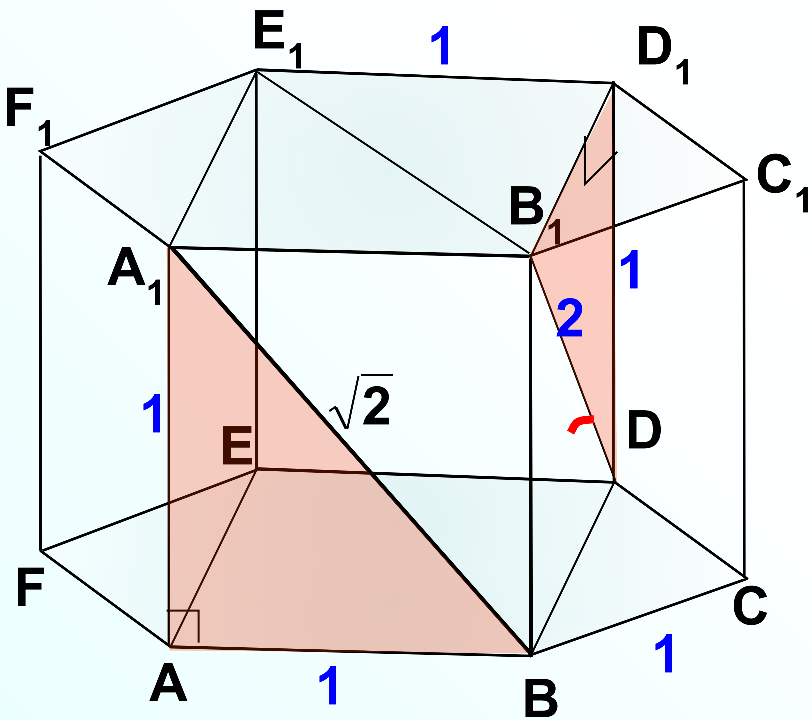
В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найти косинус угла между прямыми BA_1 и DB_1.

1 способ





В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найти косинус угла между прямыми BA_1 и DB_1.



Угол между прямыми BA_1 и DB_1 равен углу между DB_1 и прямой DE_1, которая параллельна BA_1.

Из ΔAA_1B:

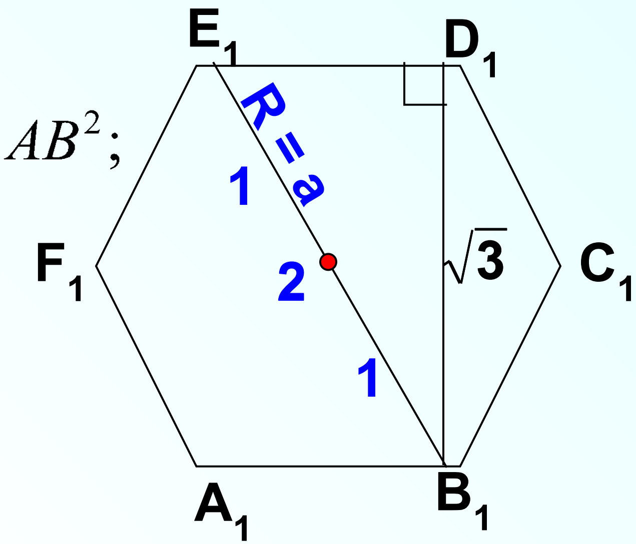
$$A_1B^2 = AA_1^{\;2} + AB^2;$$

$$A_1B^2 = 1^2 + 1^2;$$

$$A_1B^2 = 2;$$

$$A_1B = \pm\sqrt{2};$$

$$A_1B = \sqrt{2}.$$



Из $\Delta E_1D_1B_1$:

$$E_1B_1^{\;2} = E_1D_1^{\;2} + D_1B_1^{\;2};$$

$$2^2 = 1^2 + D_1B_1^{\;2};$$

$$D_1B_1^{\;2} = 3;$$

$$D_1B_1 = \pm\sqrt{3};$$

$$D_1B_1 = \sqrt{3}.$$

Из ΔDD_1B_1:

$$DB_1^{\;2} = D_1D^{\;2} + D_1B_1^{\;2};$$

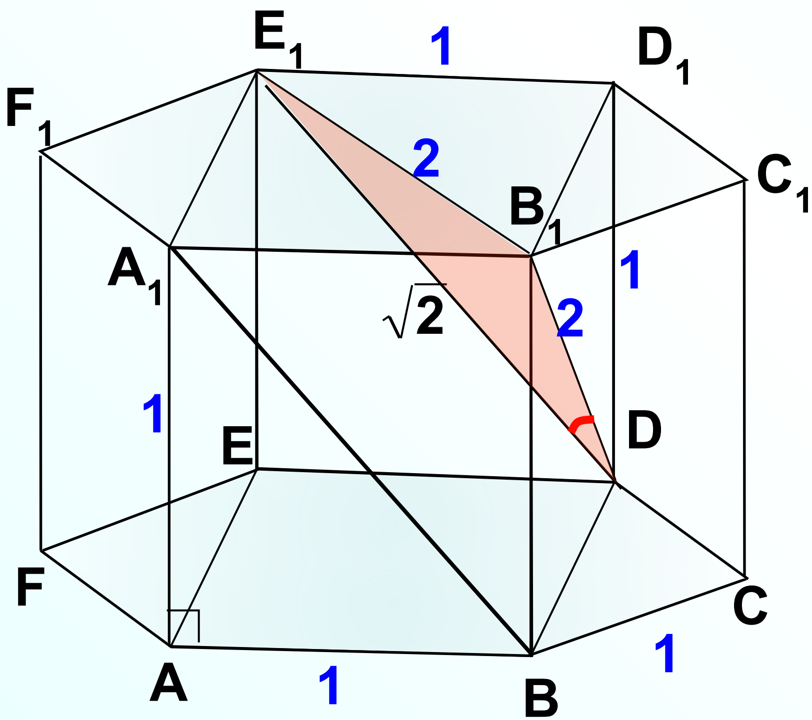
$$DB_1^{\;2} = 1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2;$$

$$DB_1^{\;2} = 4;$$

$$DB_1 = \pm 2;$$

$$DB_1 = 2.$$

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найти косинус угла между прямыми BA_1 и DB_1.



Угол между прямыми BA_1 и DB_1 равен углу между DB_1 и прямой DE_1, которая параллельна BA_1.

Применим теорему косинусов

$$B_1E_1^2 = DE_1^2 + DB_1^2 - 2\cdot DE_1\cdot DB_1\cdot\cos\alpha;$$

$$2^2 = \left(\sqrt{2}\right)^2 + 2^2 - 2\cdot\sqrt{2}\cdot 2\cdot\cos\alpha;$$

$$4 = 2 + 4 - 4\sqrt{2}\cos\alpha;$$

$$4 = 6 - 4\sqrt{2}\cos\alpha;$$

$$4\sqrt{2}\cos\alpha = 6 - 4;$$

$$4\sqrt{2}\cos\alpha = 2;$$

$$\cos\alpha = \frac{2}{4\sqrt{2}};$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}};$$

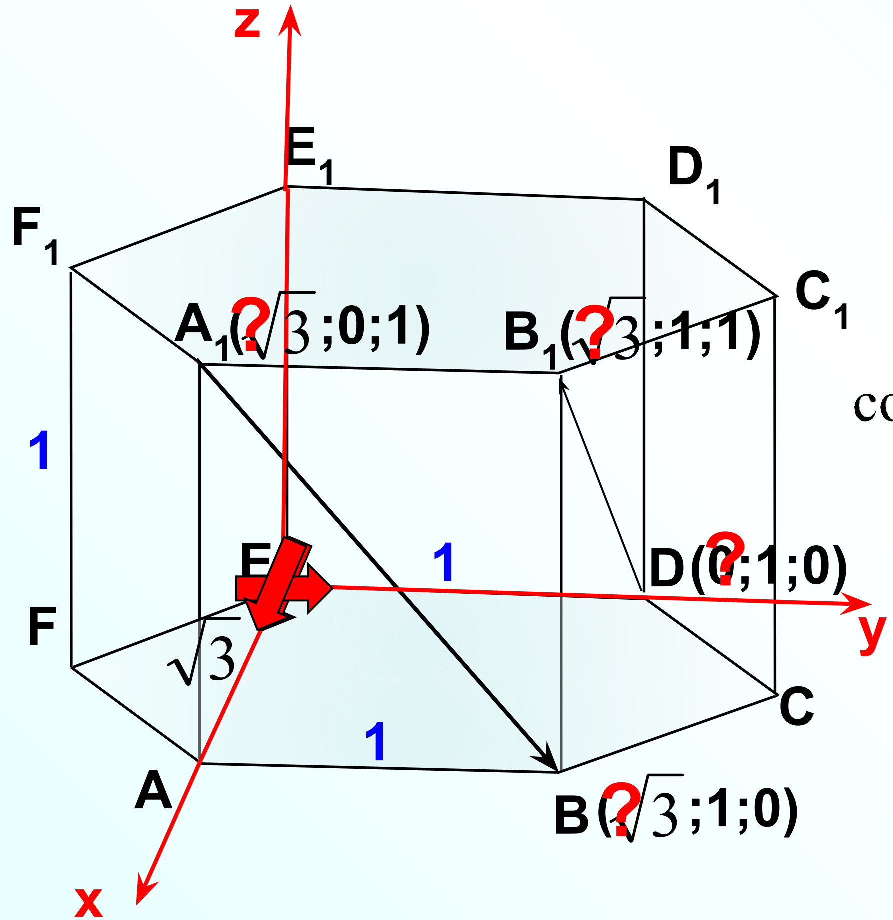
$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4};$$

!

Если вы получите отрицательное значение косинуса, - это говорит о том, что угол тупой. Вспомним, что в стереометрии углом между прямыми называют острый. Перейти к острому углу просто. $\cos\alpha = |m|$

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найти косинус угла между прямыми BA_1 и DB_1.

2 способ Применим метод координат. $\overrightarrow{A_1B}\{0;1;-1\}$; $\overrightarrow{DB_1}\{\sqrt{3};0;1\}$



$$\cos\varphi = \frac{|x_1\cdot x_2 + y_1\cdot y_2 + z_1\cdot z_2|}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\cos\varphi = \frac{\left|0\cdot\sqrt{3}+1\cdot 0+(-1)\cdot 1\right|}{\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+0^2+1^2}}$$

$$= \frac{|0+0-1|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{4}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$$