Тема: Различные способы решения иррациональных уравнений

8 класс

Работа устно

1. Дать определение квадратного корня из неотрицательного числа?
2. Какие уравнения называются иррациональными?
3. Как называют корень не удовлетворяющий условию данного уравнения?

4. Какие способы решения иррационального уравнения вам известно?

Какие из следующих уравнений являются иррациональными?

$$1)\, x + \sqrt{x} = 2$$

$$2)\, x\sqrt{2} = x + 1$$

$$3)\, x^2 + 2x\sqrt{3} = 1$$

$$4)\, \sqrt[3]{x+2} = -1$$

«Три пути ведут к знанию:

путь размышления -это путь самый благородный,

путь подражания- это путь самый легкий,

и путь опыта- это путь самый горький»

Конфуций

«Найдите ошибки и заполните лист самоконтроля»

$$1)\sqrt{x} = 81$$

$$x = 6561$$

$$2)x^3 = 27$$

$$x = \pm 3$$

$$3)x^4 = -16$$

$$x = -2$$

$$4)\sqrt[3]{x} = 5$$

$$x = \pm 25$$

ответ

1) 6561
2) 3
3) Корней нет
4) 125

Является число x_0 корнем уравнения?

$$1)\ \sqrt{5-x}=\sqrt{x-5}$$

$$x_0=7$$

$$2)\ \sqrt[3]{5-x}=2$$

$$x_0=-3$$

Основные способы решения иррационального уравнения

1. Использование свойства $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$

Пример: $\sqrt{x+5} = 2$

1 этап. (технический)Возведем обе части данного уравнения в квадрат:

x+5=4

X=-1

2 этап. Проверка:

$$\sqrt{-1+5} = 2$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$2 = 2$$

3 этап. Ответ:-1. *верно*

Основные способы решения иррационального уравнения

2 способ: нахождение ОДЗ

Пример: $\sqrt{x+5}=2$

1 этап. Нахождение ОДЗ: $x+5\geq 0$

$x\geq -5$

2 этап. Технический(возведение обеих частей уравнения в квадрат, проверка с учетом условия $x\geq -5$ и запись ответа)

Уравнение вида $\sqrt{22-2x} = x+1$

$$\sqrt{f(x)} = g(x)$$

$$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$$

Основные способы решения иррационального уравнения

3 способ. Переход к равносильной системе.

$$\sqrt{22-2x}=x+1$$

1 этап. На основании определения арифметического корня данное уравнение равносильно следующей системе:

$$\begin{cases} x+1\geq 0 \\ 22-2x=(x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ 22-2x=x^2+2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ x^2+4x-21=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-7 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow$$

X=3

Ответ: 3

Уравнение вида

$$\sqrt{x-3}=\sqrt{2x-7}\Leftrightarrow ?$$

$$\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}$$

$$\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}\Leftrightarrow\begin{cases} f(x)\geq 0 \\ g(x)\geq 0 \\ f(x)=g(x)\end{cases}$$

Пример

$$\sqrt{x-3}=\sqrt{2x-7}\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x-3\geq 0 \\ 2x-7\geq 0 \\ x-3=2x-7 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ x\geq 3{,}5 \\ x=4 \end{cases}\Leftrightarrow x=4$$

Метод введения новой переменной

Пример: $x - 6\sqrt{x} + 8 = 0$

Пусть $\sqrt{x} = t, t \geq 0$, тогда получим равносильное уравнение:

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

По теореме Виета найдем корни квадратного уравнения:

$$\left[\begin{array}{l} t_1 + t_2 = 6 \\ t_1 \cdot t_2 = 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = 4 \\ t_2 = 2 \end{array}\right.$$

Вернемся к замене переменной с учетом $t \geq 0$

тогда :

$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = 4 \\ \sqrt{x} = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 16 \\ x_2 = 4 \end{array}\right.$$

Проверочная работа

Решить уравнение

$$1)\sqrt{x-2}=\sqrt{8-x}$$

$$2)x-7\sqrt{x}+12=0$$

Решить уравнение

$$1)\sqrt{2x-1}=\sqrt{8-x}$$

$$2)x-3\sqrt{x}-18=0$$

Спасибо за урок