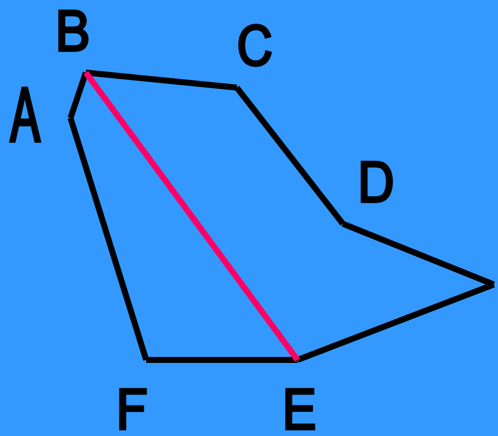
Геометрия
8 класс.

Содержание



Фигура, составленная из отрезков AB, BC, CD, ..., EF, FA так, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек, называется многоугольником.

Точки A B C D E F - вершины многоугольника

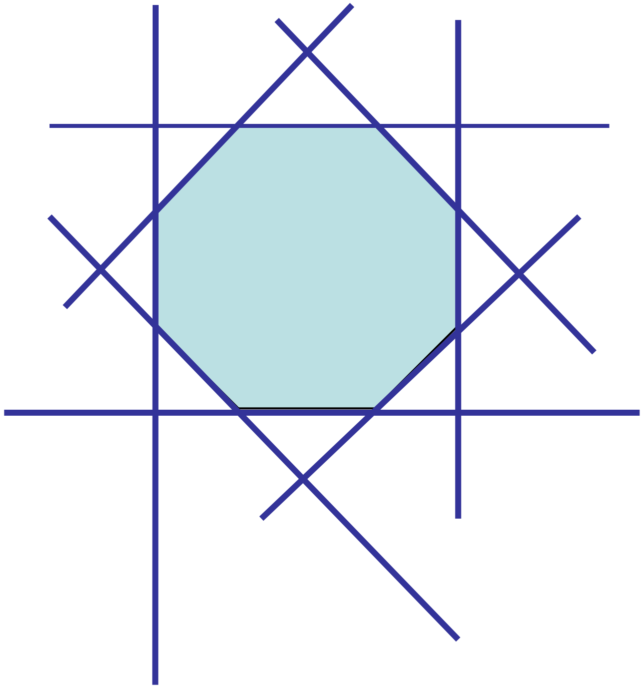
Отрезки AB, BC, CD,...EF - стороны многоугольника

Сумма длин всех сторон называется периметром многоугольника AB+BC+CD+...+EF+AF=P (периметр многоугольника)

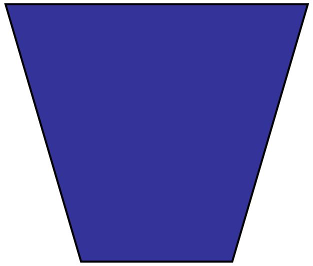
Две вершины многоугольника, принадлежащие одной стороне, называются соседними.

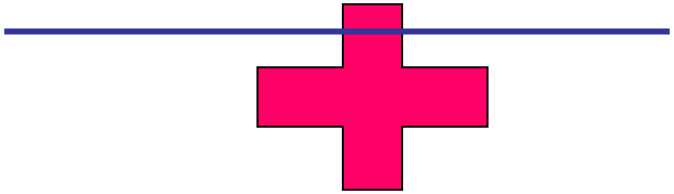
Отрезок, соединяющий любые две несоседние вершины. называется диагналю многоугольника.

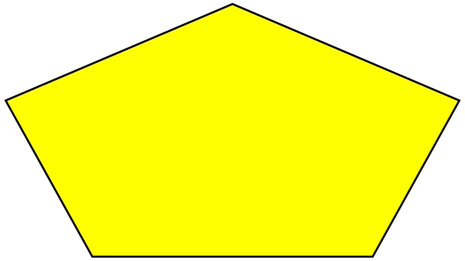
Внешняя область многоугольника



Многоугольник называется выпуклым, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две соседние вершины





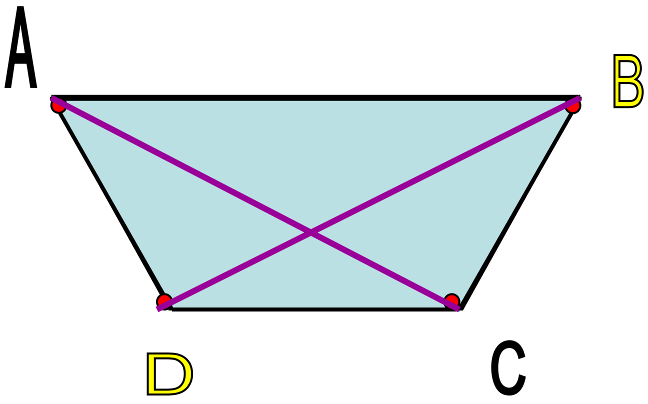


выпуклый многоугольник

невыпуклый многоугольник

Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2)180^\circ$

Четырехугольник



Каждый четырехугольник имеет: четыре вершины,

четыре стороны,

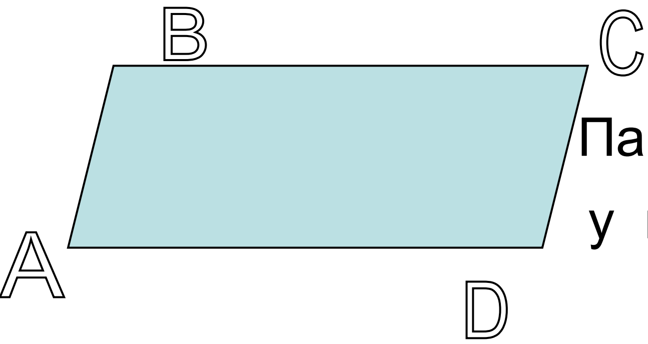
две диагонали.

Две несмежные стороны называются противоположными

Две вершины, не являющиеся соседними, называются противоположными

Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360

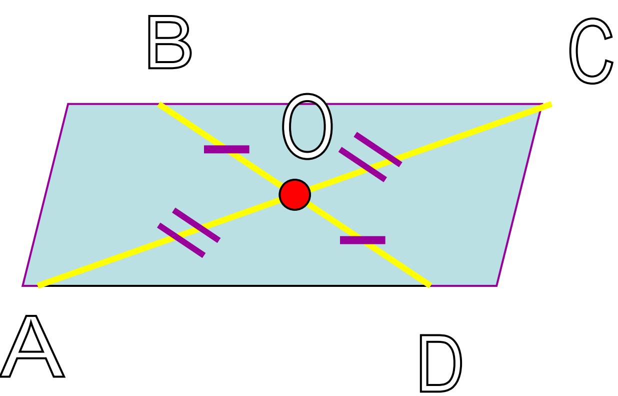
Параллелограмм



Параллелограммом называется четырехугольник, у которого стороны попарно параллельны

AB || CD, BC || AD

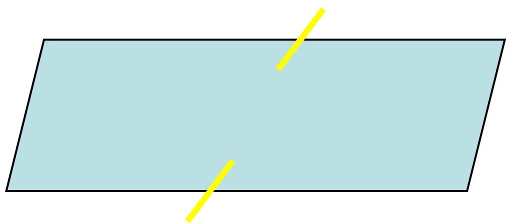
Свойства параллелограмма



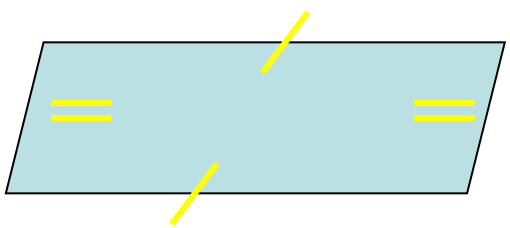
1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны. AB=CD, BC=AD, <A=<C, <B=<D

2. Диагонали точкой пересечения делятся пополам.

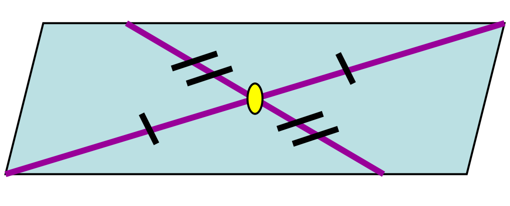
Признаки параллелограмма



Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



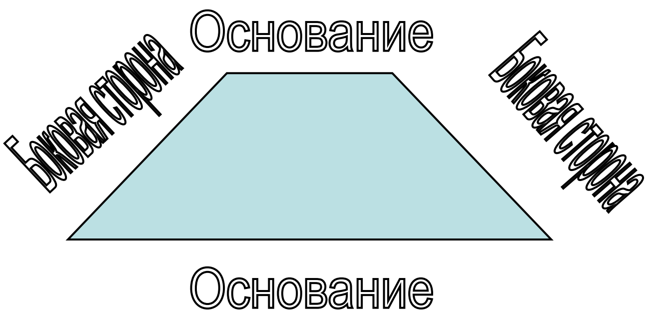
Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник - параллелограмм.



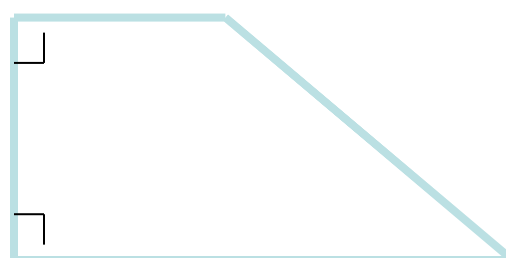
Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник - параллелограмм.

Трапеция

- ***Трапецией называется четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие нет.***

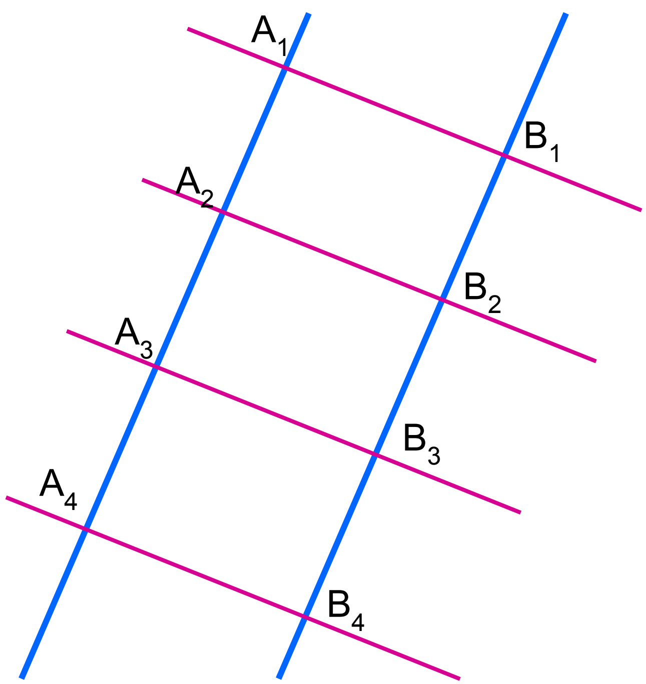


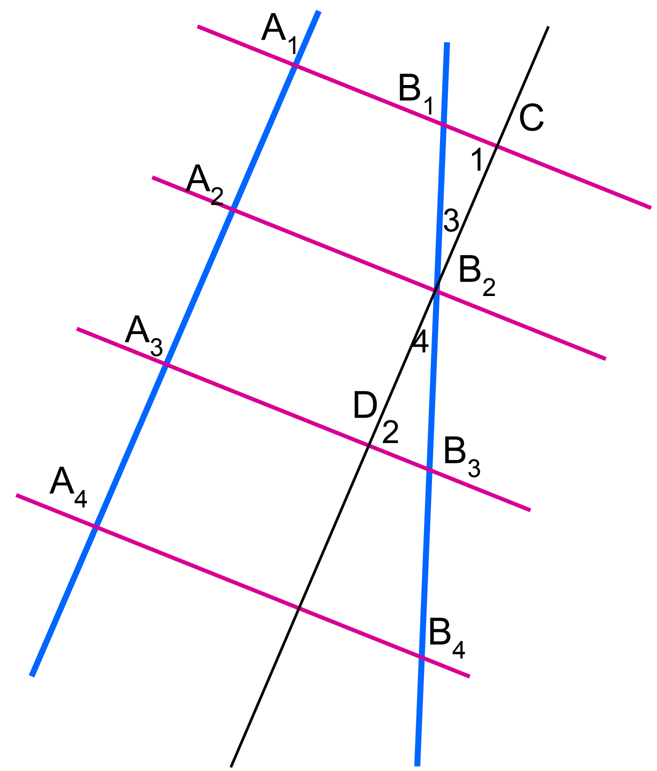
Равнобедренная трапеция



Прямоугольная трапеция

Если на одной из двух прямых отложены последовательно равные отрезки и через их концы проведены параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



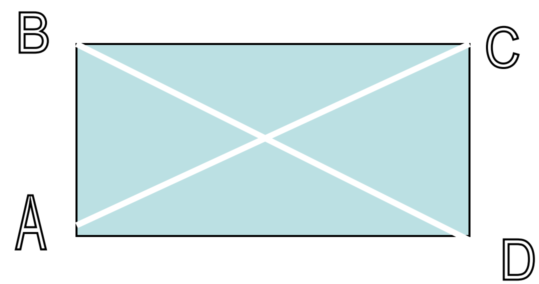


Прямоугольник

- Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.

Свойство прямоугольника

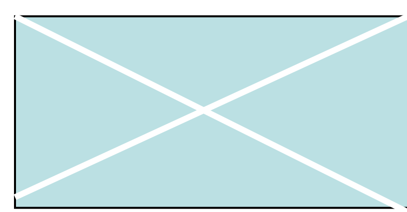
Диагонали прямоугольника равны.

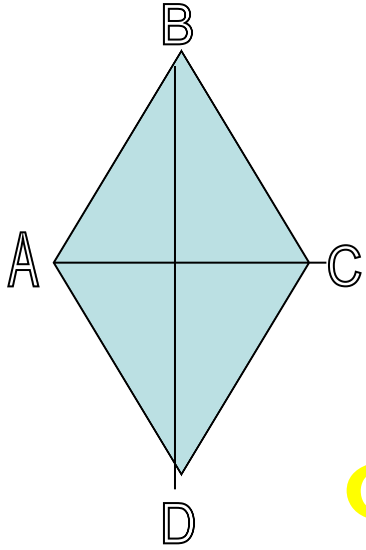


$AC = BD$

Признак прямоугольника

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм - прямоугольник.





Ромб

Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

Свойства ромба

ABCD-ромб

AB || CD, AD || BC

< A=<C, <B=<D

AO=OC, BO = OD

Свойства параллелограмма

ABCD-ромб

AB = BC =CD = AD

AC ⊥ BD

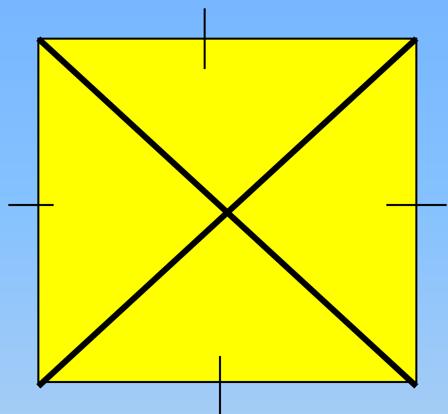
AC - биссектриса углоа A и C BD -биссектриса углов B и D

все стороны равны

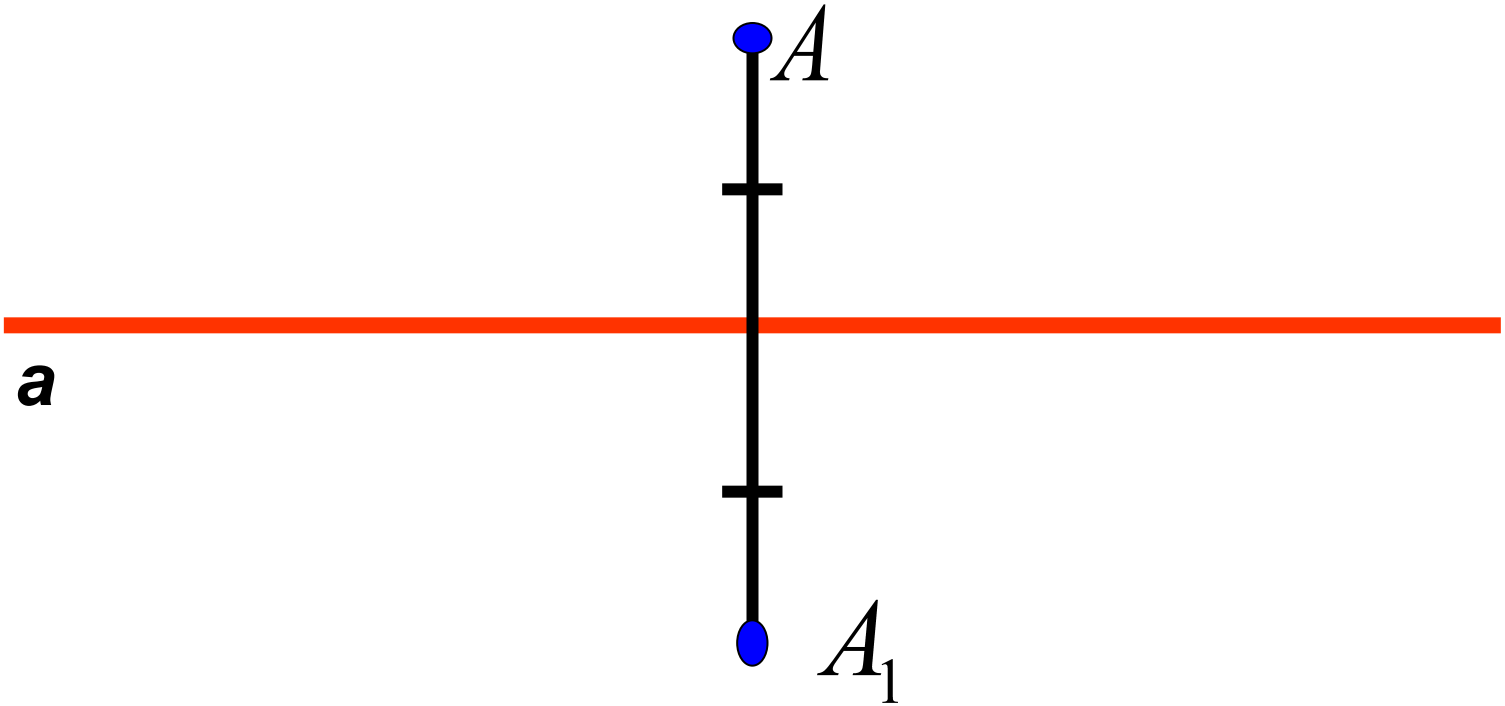
диагонали перепендикулярны

каждая диагональ - биссектриса углов треугольника

Квадратом называется прямоугольник , у которого все стороны равны.



Основные свойства квадрата: 1. Все углы квадрата прямые. 2. Диагонали квадрата [illegible]

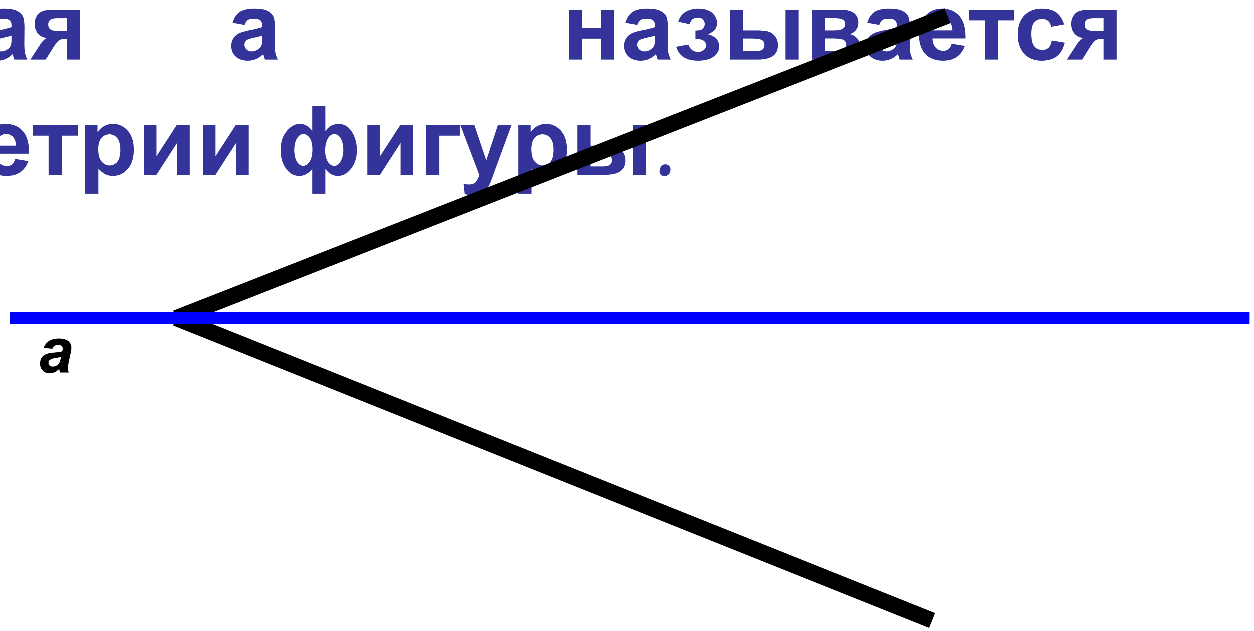


Две точки A и A_1 называются симметричными относительно прямой *а*, если эта прямая проходит через середину через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к нему.

Прямая *а* называется осью симметрии.

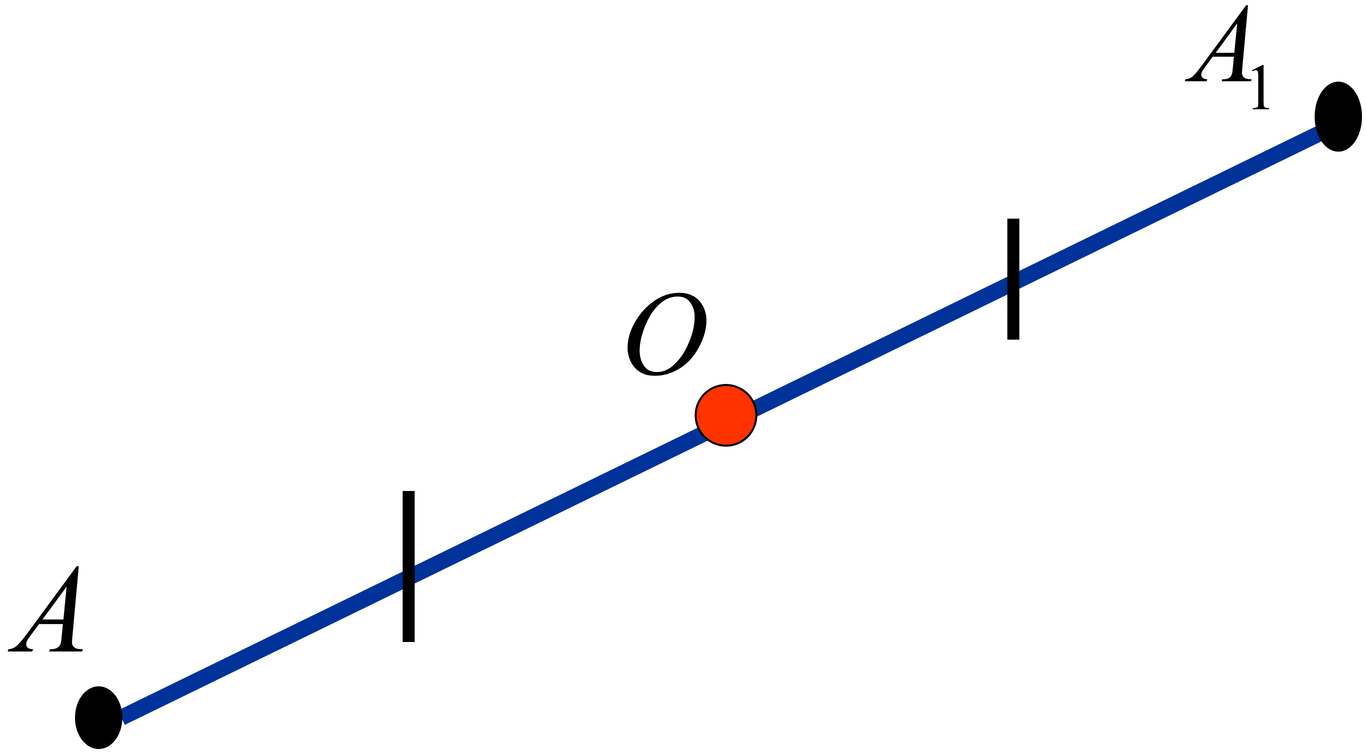
Фигура называется симметричной относительно прямой *а*, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой *а* также принадлежит этой фигуре.

Прямая а называется осью симметрии фигуры.



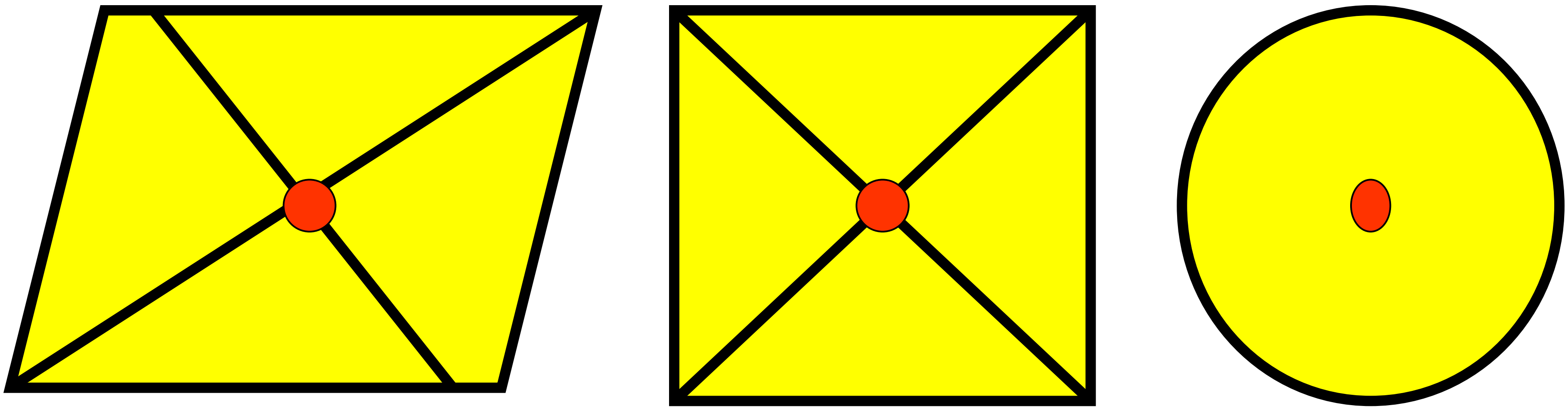
Две точки A и A_1 называются симметричными относительно точки О, если О – середина отрезка AA_1.

Точка О – называется центром симметрии



Фигура называется симметричной относительно точки О, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно точки О также принадлежит этой фигуре.

Точка О называется центром симметрии фигуры.



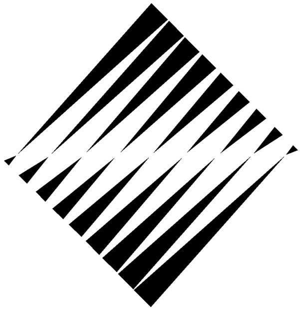
Происхождение науки геометрии.

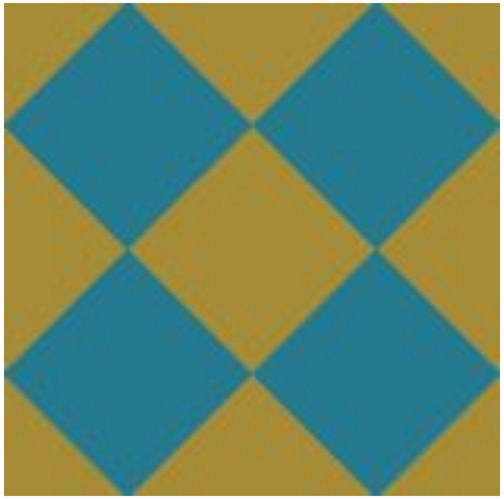
Для чего нужно было измерять площади?

Людям часто приходилось делить землю по берегам Нила на участки. Подсчитывать площадь трудно, берега извилисты, границы участка неровные. И люди постепенно научились измерять такие площади, разбивая их на прямоугольные и треугольные участки (17 век до н. э.)

Понятие площади. Свойства площадей.

Площадь – положительное число, которое показывает сколько раз единица измерения или ее часть укладывается в данной фигуре.





Единицы измерения площадей.

$1дм^2$

$1см^2$

гектар

$1м^2$

ар

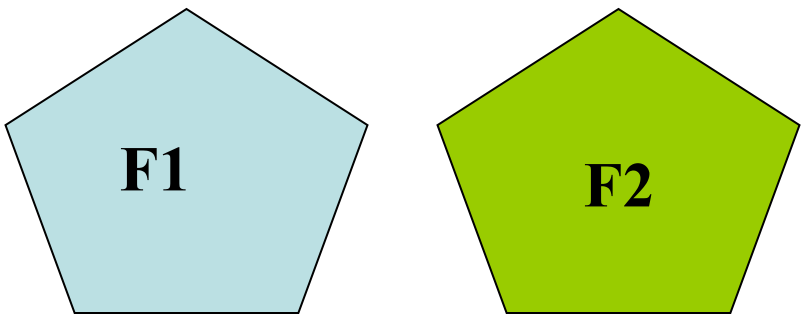
сотка

$1мм^2$

Понятие площади. Свойства площадей.

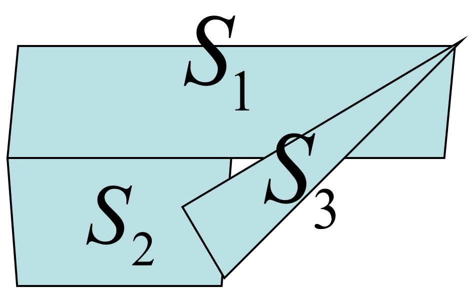
Свойства площадей.

1. Равные фигуры имеют равные площади.



$$F1 = F2 \Rightarrow S_{F1} = S_{F2}$$

2. Если фигура разбита на части, то площадь всей фигуры равна сумме площадей ее частей.



$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

Понятие площади. Свойства площадей.

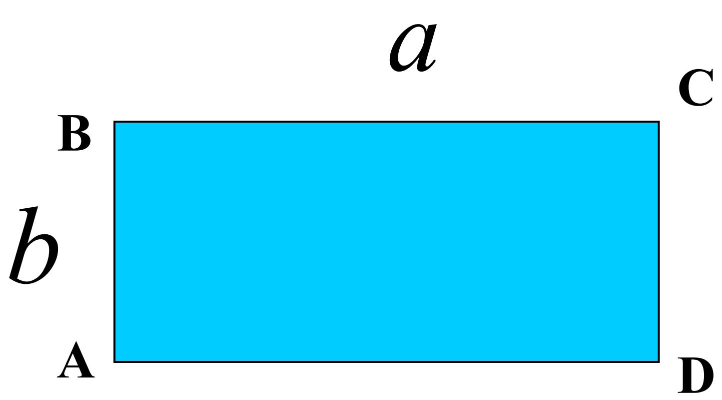
3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

$$S = a^2$$

Площадь прямоугольника.

<u>Теорема.</u>

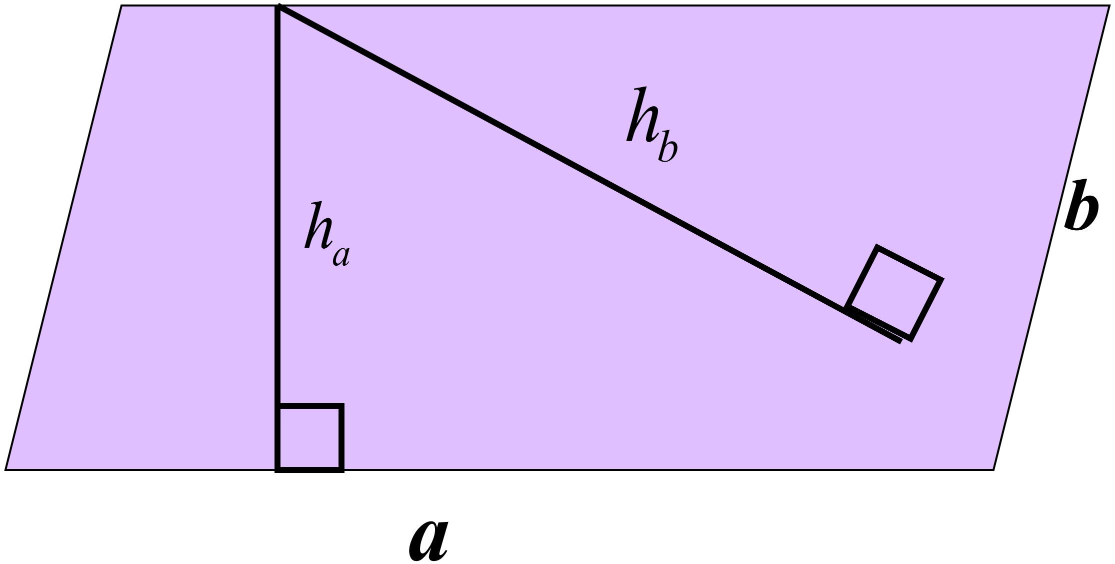
Площадь прямоугольника равна произведению смежных сторон.



$$S = ab$$

Площадь параллелограмма.

Теорема. Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, проведенную к данной стороне.



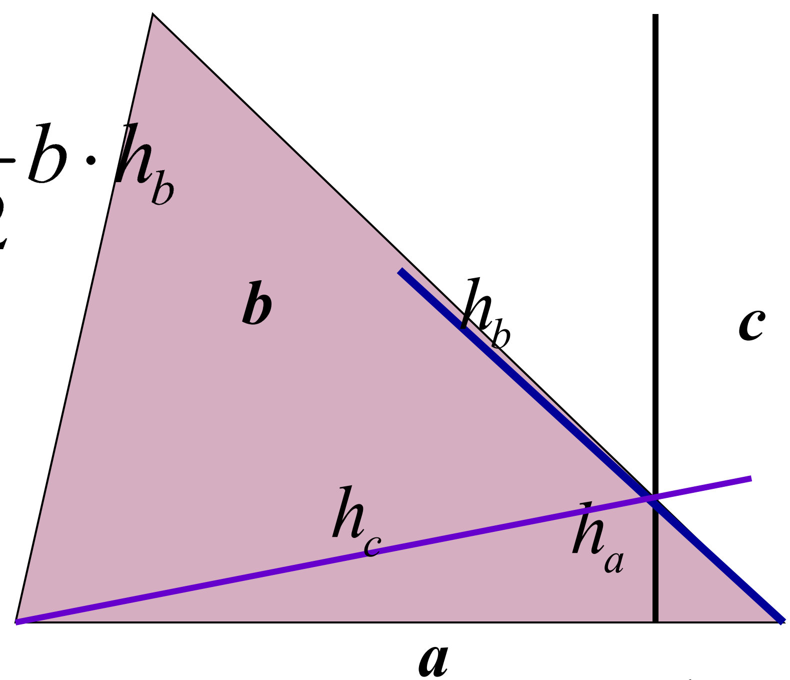
$$S = a \cdot h_a$$

$$S = b \cdot h_b$$

Площадь треугольника.

<u>Теорема.</u> Площадь треугольника равна половине произведения стороны на высоту, проведенную к данной стороне.

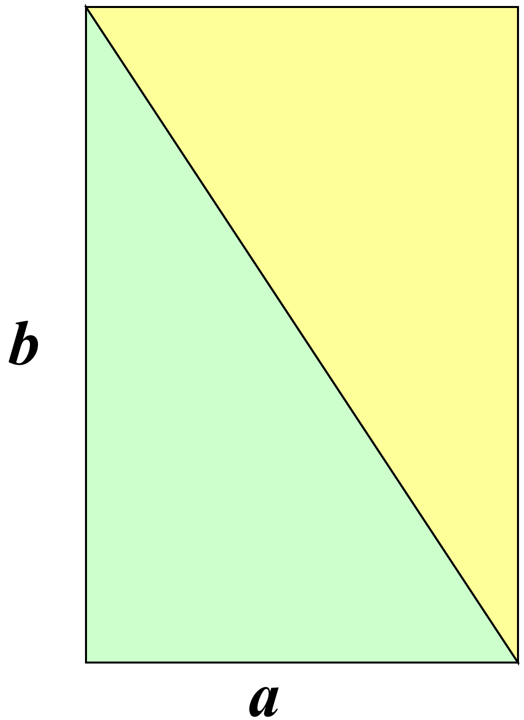
$$S = \frac{1}{2} b \cdot h_b$$



$$S = \frac{1}{2} c \cdot h_c$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

Площадь треугольника. Прямоугольный треугольник.

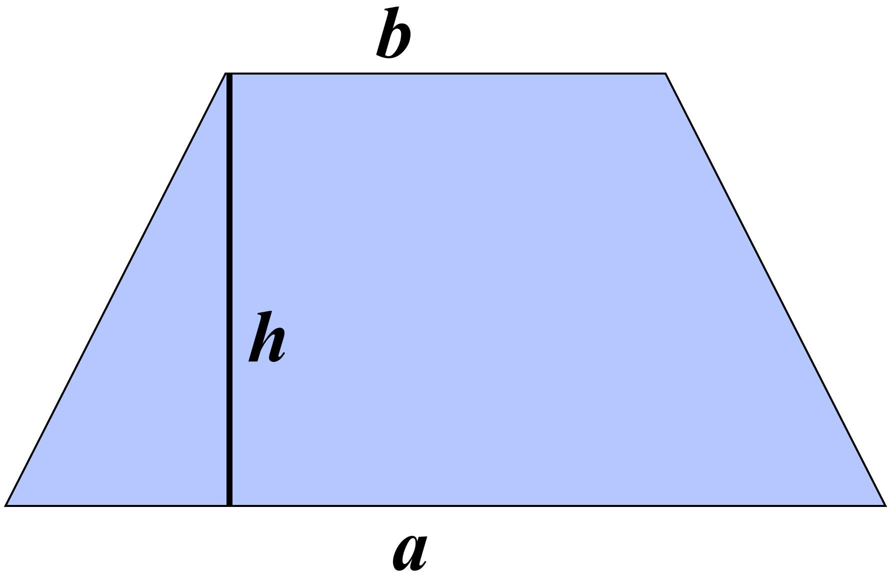


$$S = \frac{1}{2}ab$$

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Площадь трапеции.

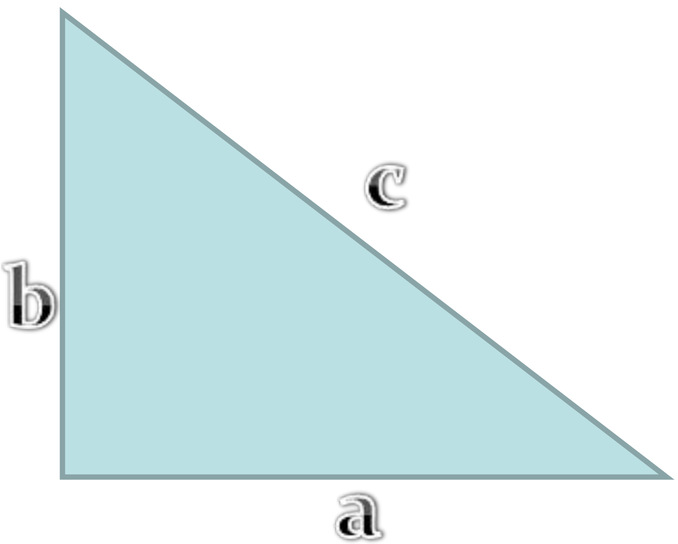
Теорема. Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту.



$$S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$$

Теорема:

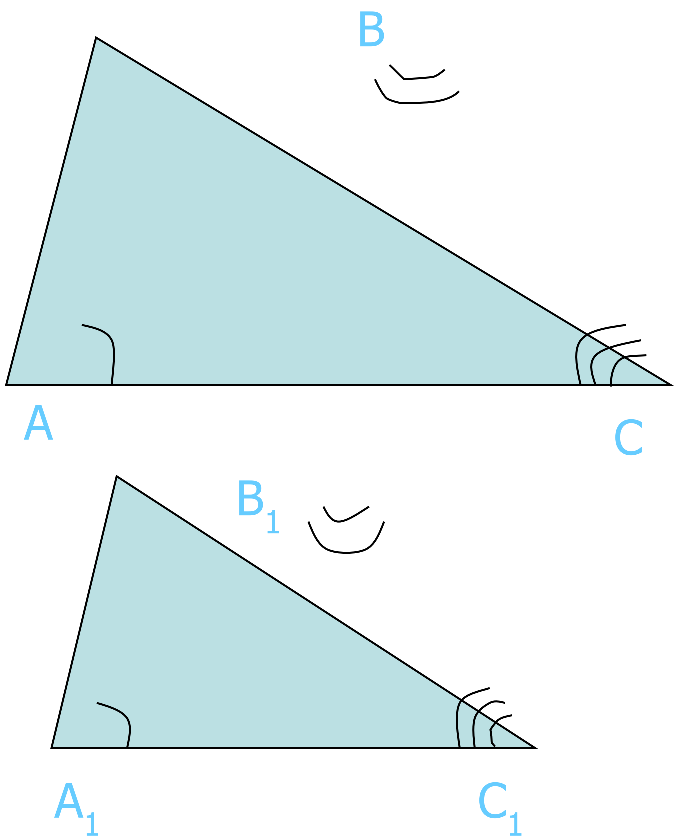
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



$$c^2=a^2+b^2$$

С – гипотенуза
a,b – катеты.

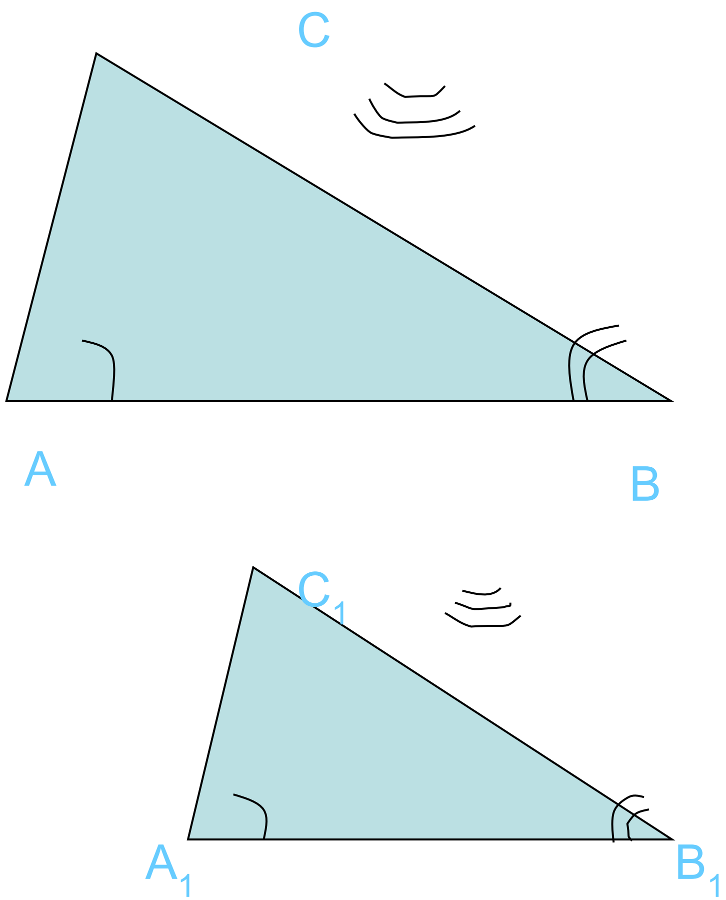
Определение подобных треугольников



Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника.

AB и A_1B_1, BC и B_1C_1, AC и A_1C_1 – сходственные стороны

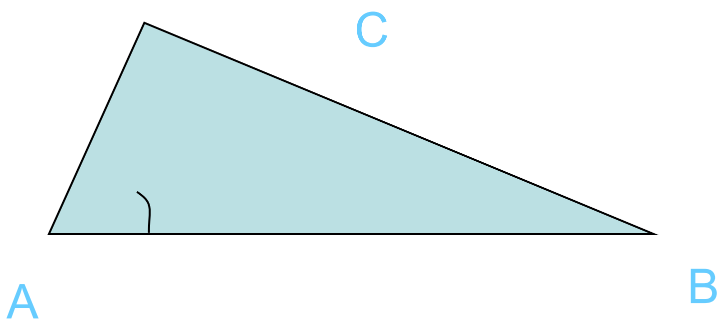
Первый признак подобия треугольников

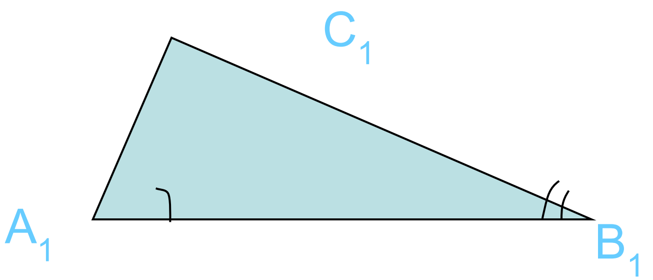


Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Второй признак подобия треугольников

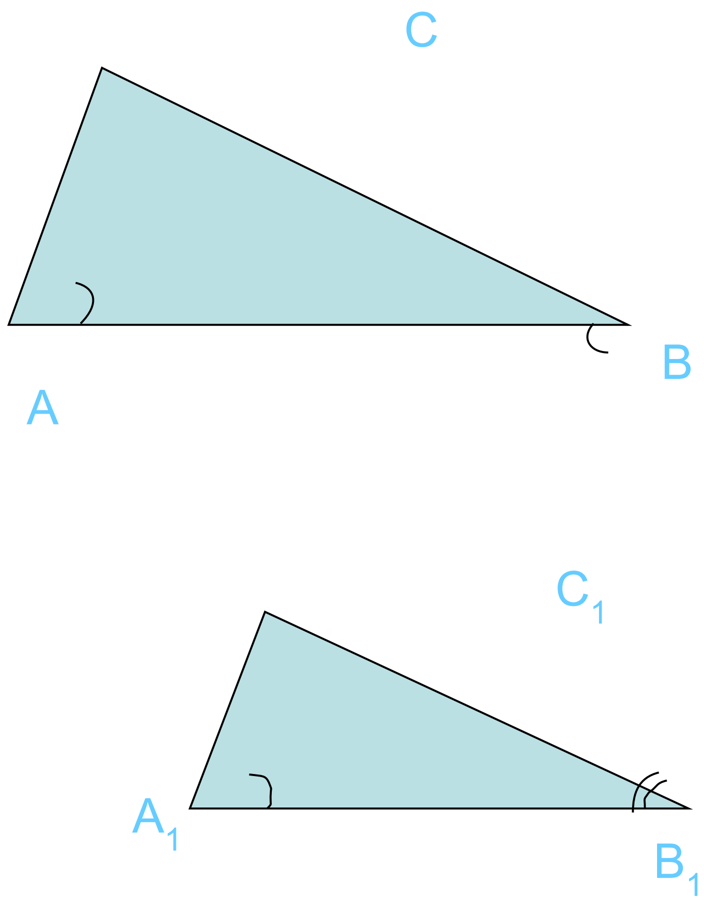
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.



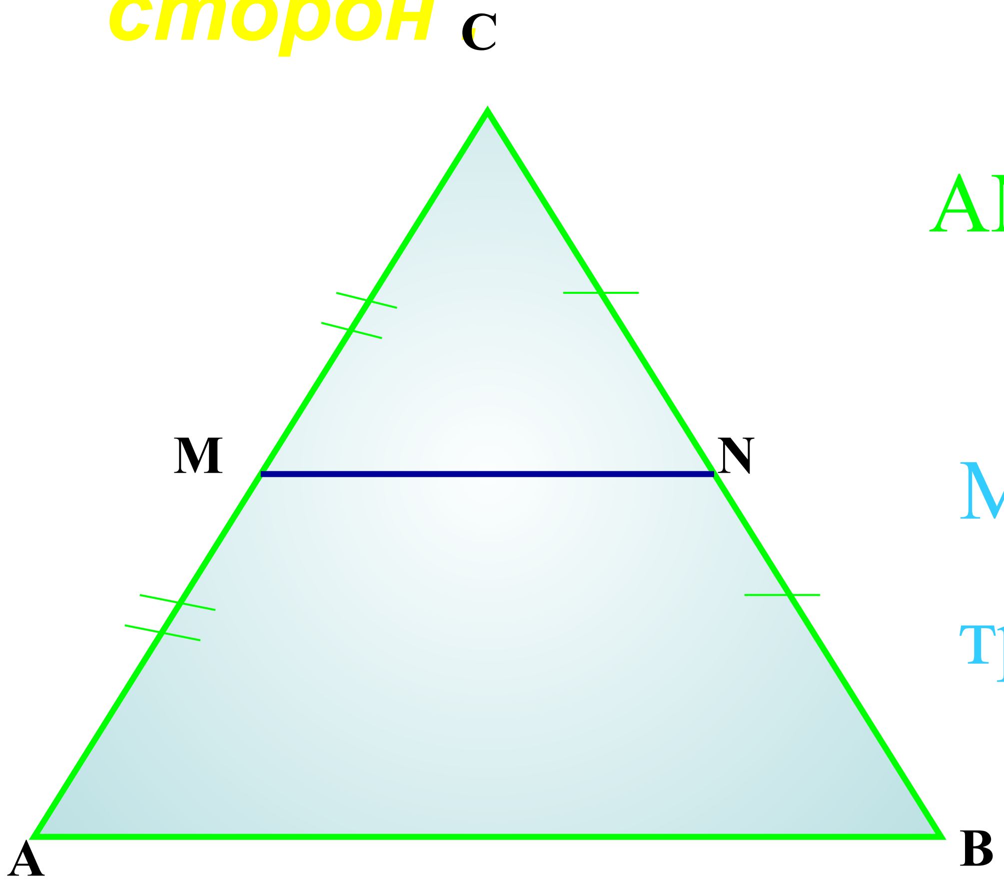


Третий признак подобия треугольников

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.



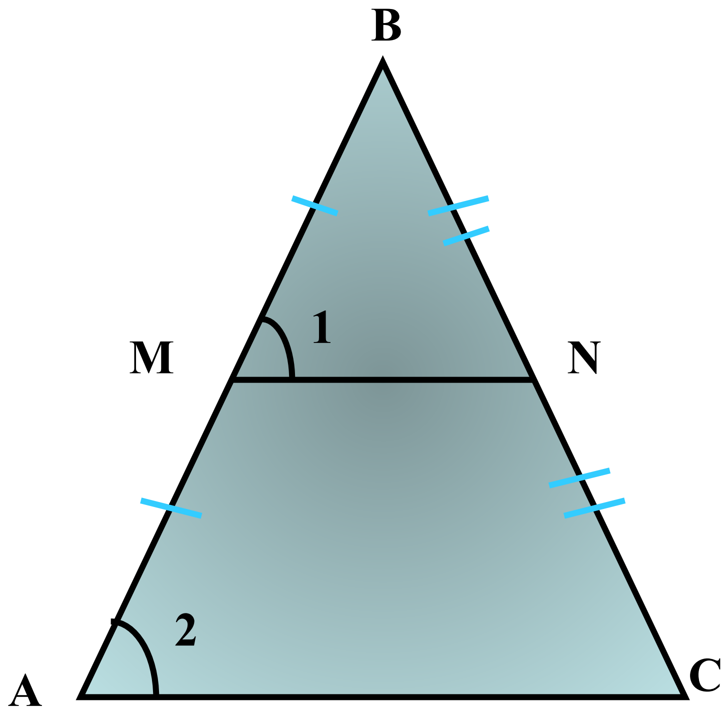
- ***Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон***



AM=MC ; BN=NC

MN-средняя линия треугольника

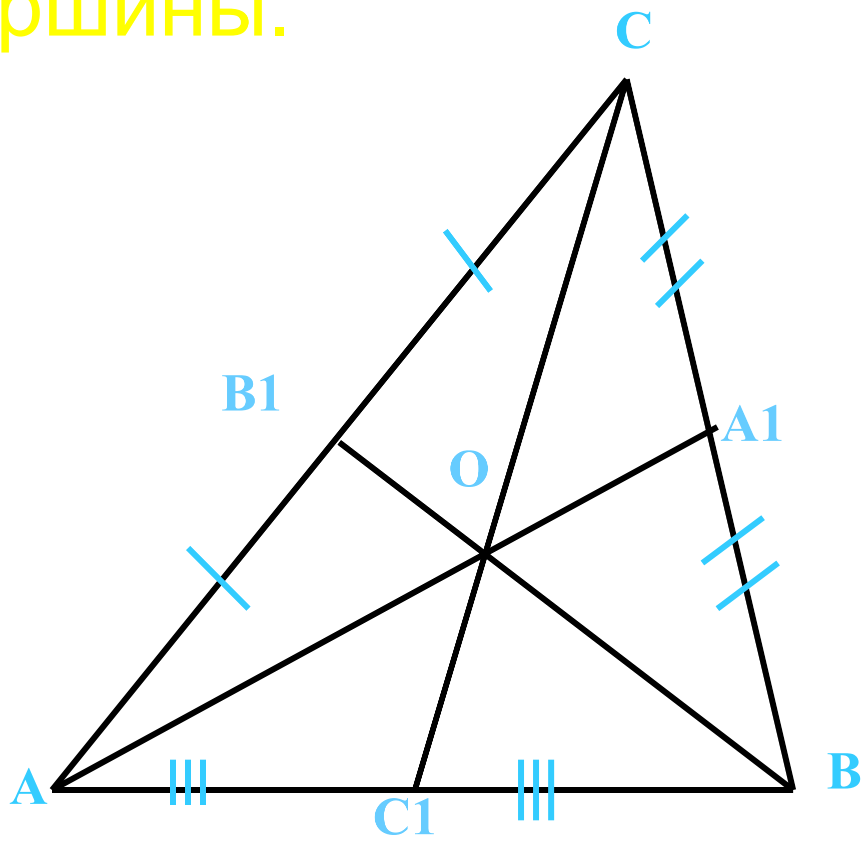
Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.



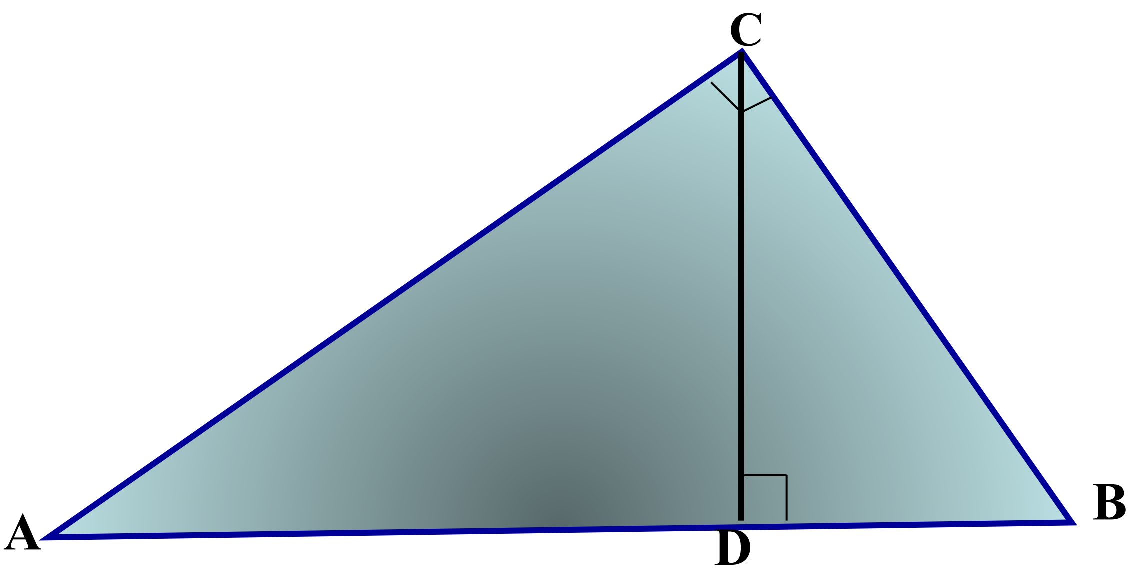
$$MN = \frac{1}{2} \cdot AC$$

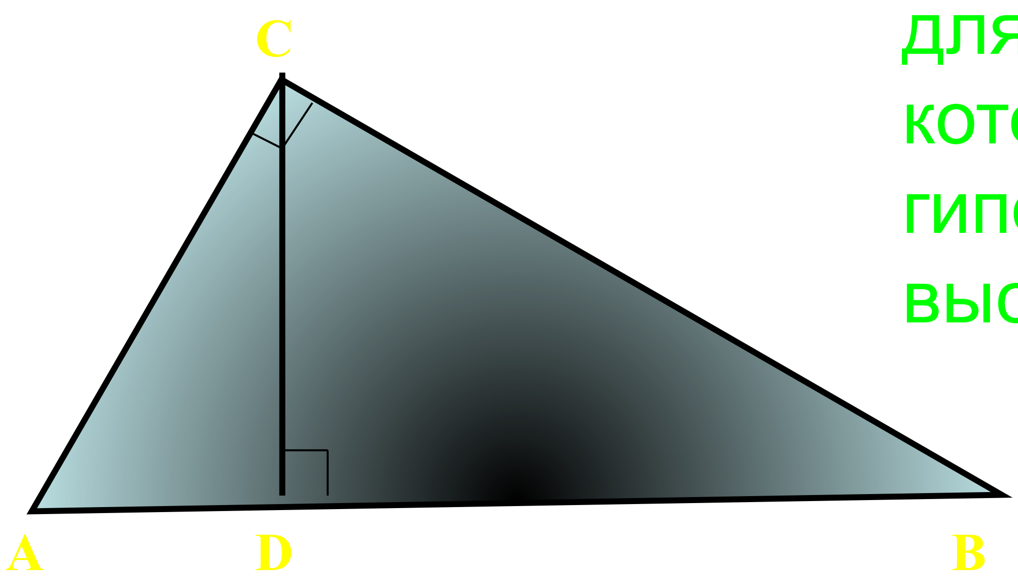
Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.

$$AO:OA_1=BO:OB_1=$$
$$=CO:OC_1=2:1$$



Высота прямоугольного треугольника, проведенная из прямого угла, разделяет треугольник на два подобных прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.

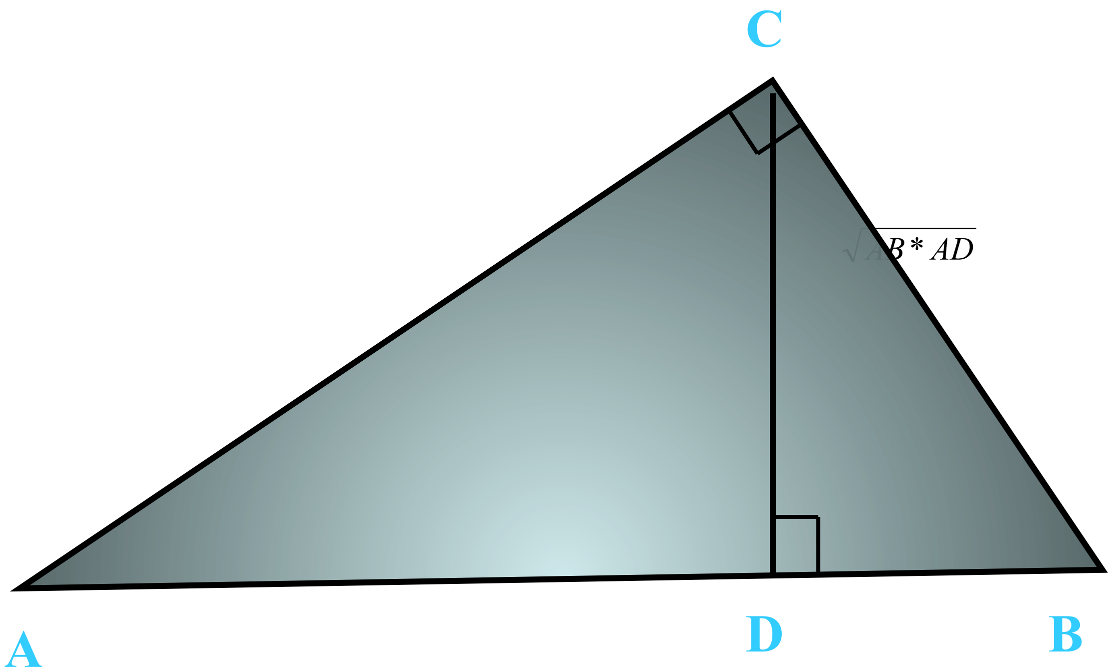




- **Высота** прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.

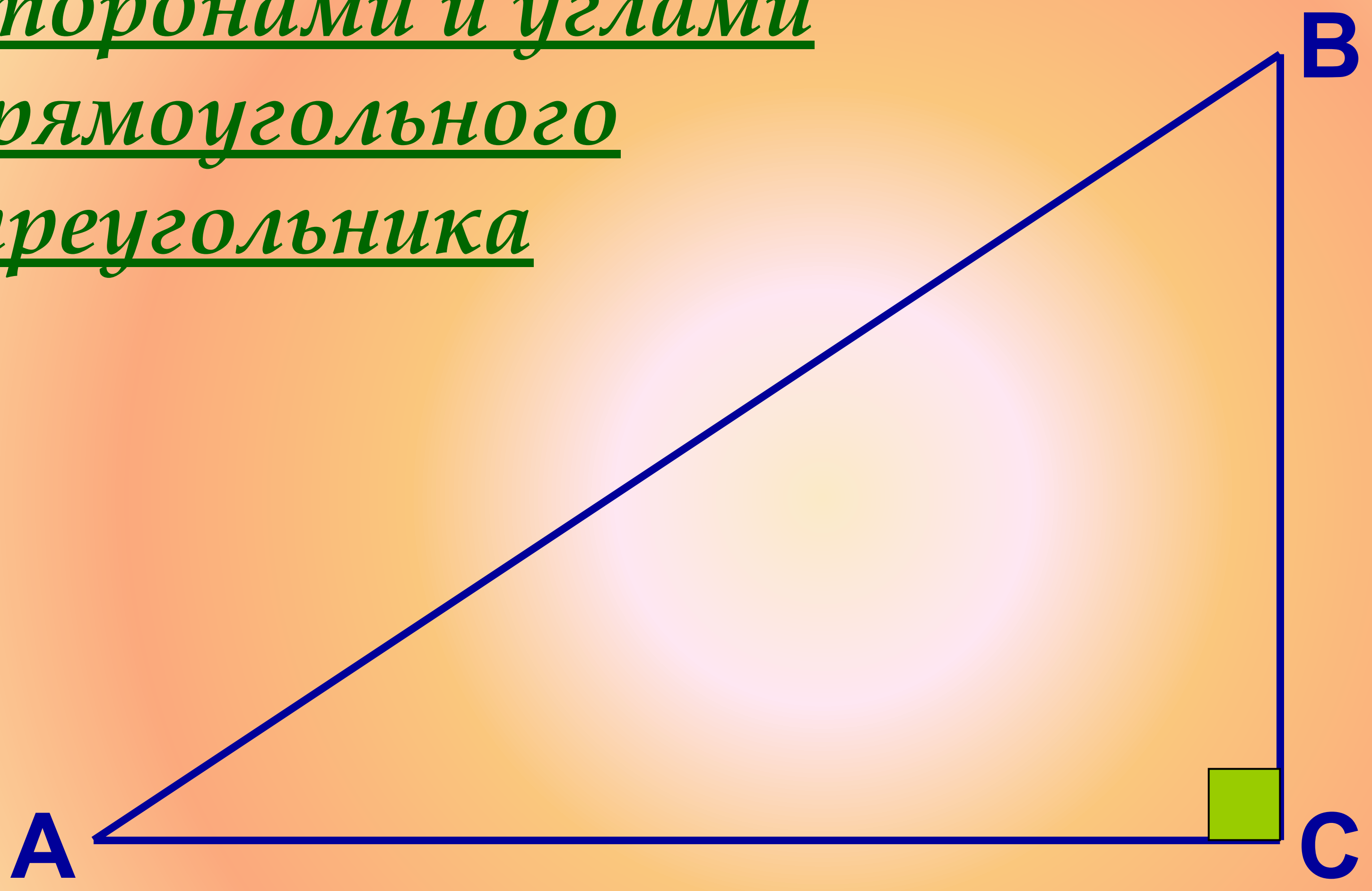
$CD = \sqrt{AD * DB}$

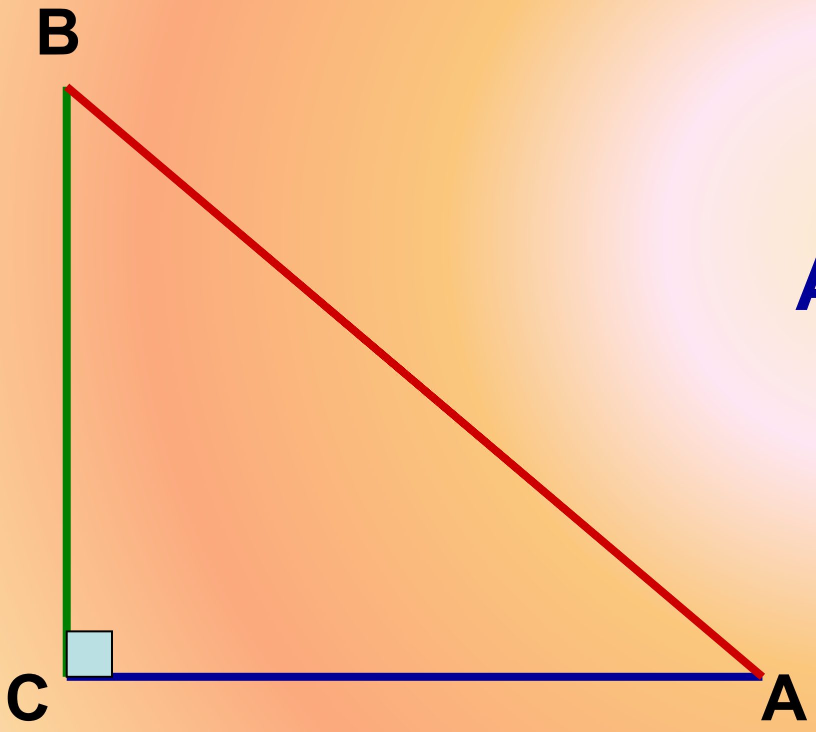
Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенного между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла.



AC=

Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника



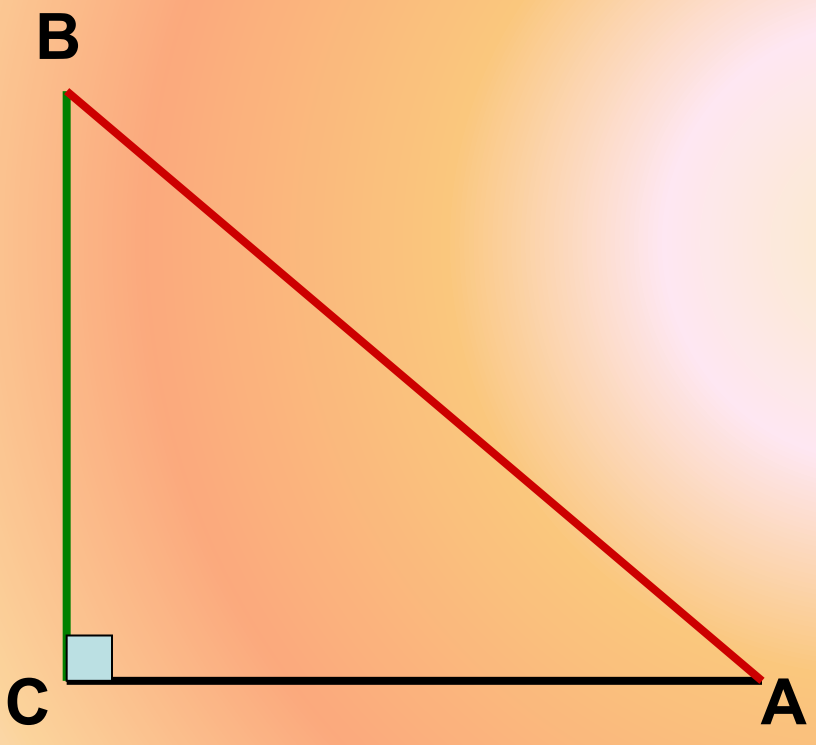


АВ – гипотенуза

ВС – катет, противолежащий углу А

АС – катет, прилежащий углу А

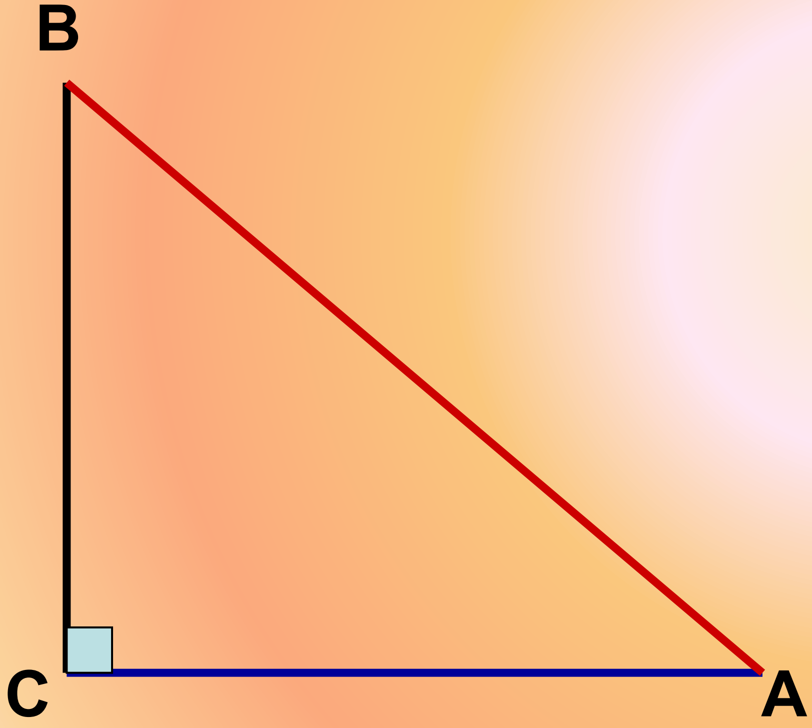
Синус острого угла прямоугольного треугольника



Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

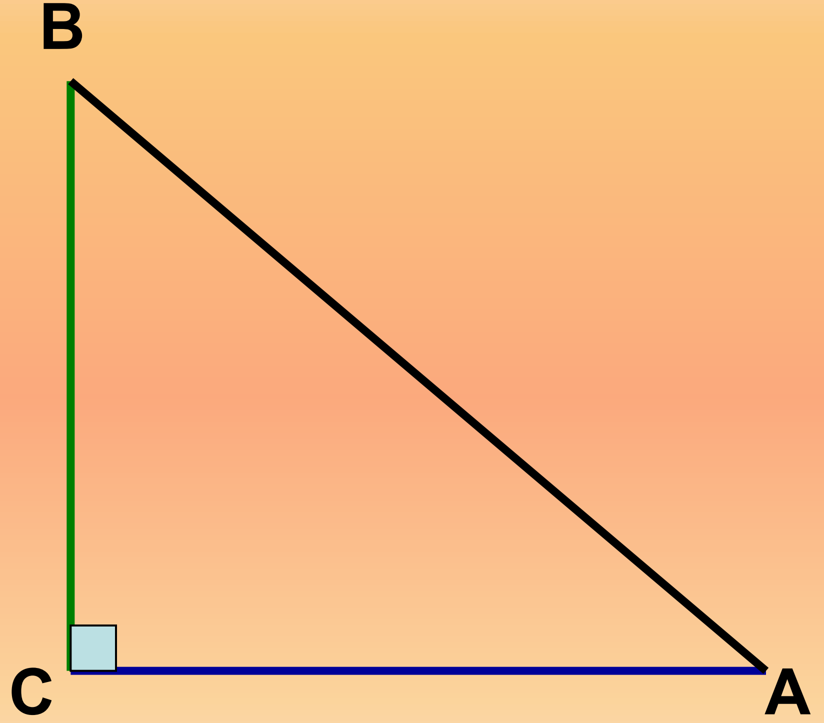
Косинус
острого угла прямоугольного треугольника



Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

Тангенс
острого угла прямоугольного треугольника



Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.

$$tgA = \frac{BC}{AC}$$

Тригонометрические тождества

1) Основное тригонометрическое тождество:

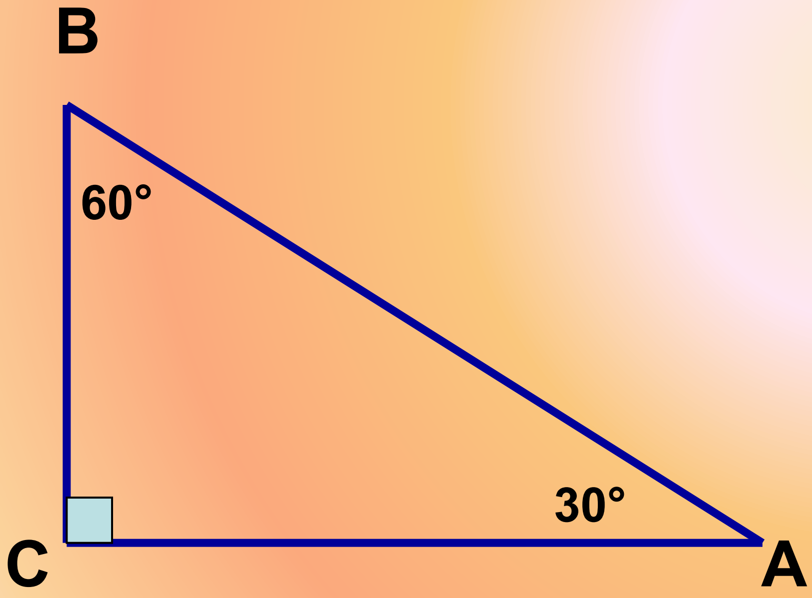
$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

2) Тангенс угла равен отношению синуса к косинусу этого угла.

$$tgA = \frac{\sin A}{\cos A}$$

Значения синуса, косинуса и тангенса угла 30° .

Рассмотрим прямоугольный треугольник АВС:
∠A=30°, ∠B=60°



Так как катет, лежащий против угла 30°, равен половине гипотенузы,

то
$$\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$$

Но
$$\frac{BC}{AB}=\sin A=\frac{1}{2}$$

Значит,
$$\sin 30^o=\frac{1}{2}.$$

Из основного тригонометрического тождества получаем

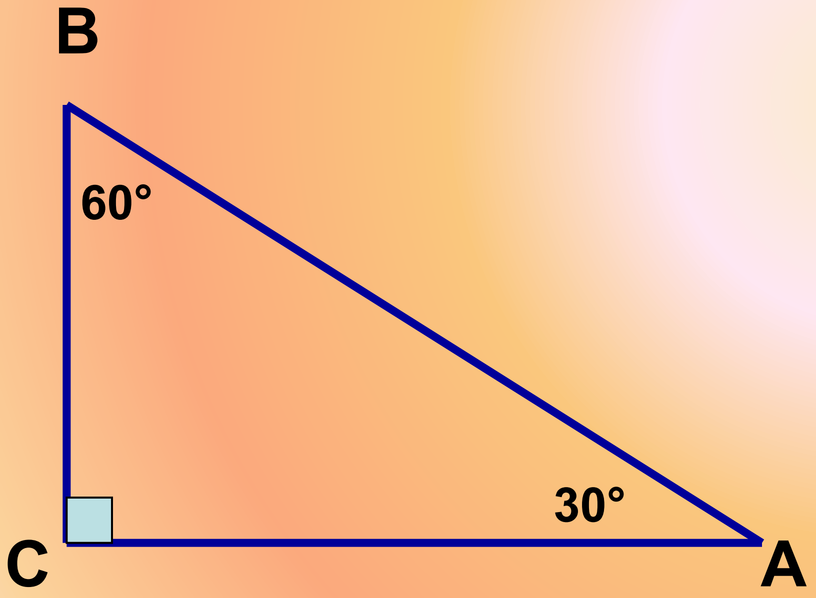
$$\cos 30^o=\sqrt{1-\sin^2 30^o}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

По 2-му тождеству находим

$$tg30^o=\frac{\sin 30^o}{\cos 30^o}=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1\cdot 2}{2\cdot\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Значения синуса, косинуса и тангенса угла 60°.

Рассмотрим прямоугольный треугольник АВС:
∠А=30°, ∠В=60°



Так как катет, лежащий против угла 30°, равен половине гипотенузы,

то $$\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$$

Или $$\frac{BC}{AB}=\cos B=\frac{1}{2}$$

Значит, $$\cos 60^o=\frac{1}{2}$$

Из основного тригонометрического тождества получаем

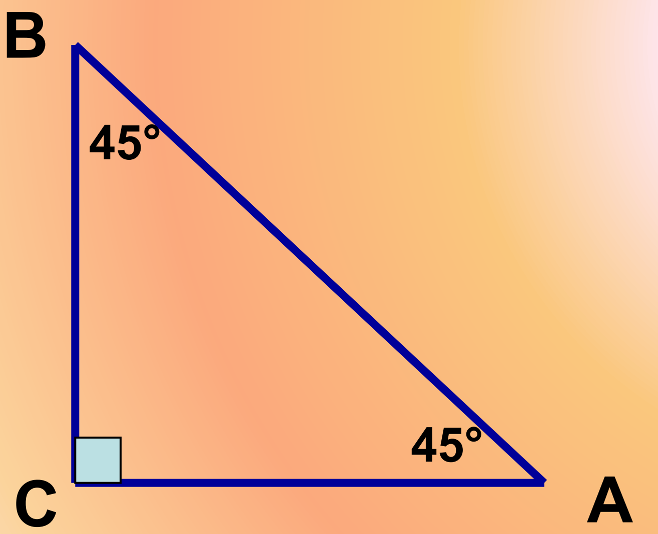
$$\sin 60^o=\sqrt{1-\cos^2 60^o}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

По 2-му тождеству находим

$$tg\,60^o=\frac{\sin 60^o}{\cos 60^o}=\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}\cdot 2}{2\cdot 1}=\sqrt{3}$$

Значения синуса, косинуса и тангенса угла 45°.

Рассмотрим равнобедренный прямоугольный треугольник ABC: AC=BC,
∠A=45°, ∠B=45°



По теореме Пифагора

$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2\,AC^2 = 2\,BC^2$,

откуда $$AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

Следовательно,

$$\sin 45^o = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{AB}{AB\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^o = \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AB\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\,45^o = tgA = \frac{BC}{AC} = 1$$