





Урок 5

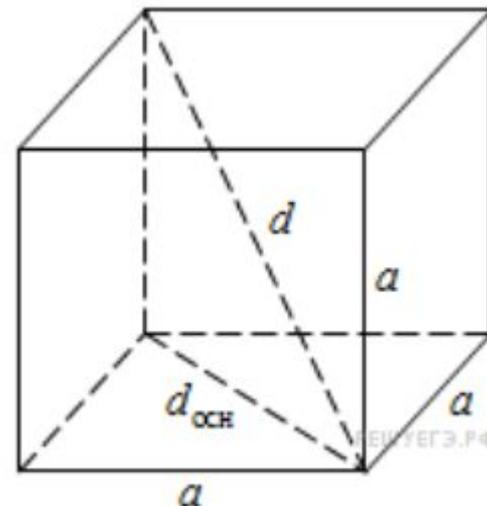
Задание 8: типы 1-6

Задание 8: стереометрия

- Куб
- Прямоугольный параллелепипед
- Элементы составных многогранников
- Площадь поверхности составного многогранника
- Объем составного многогранника
- Призма
- Пирамида
- Цилиндр
- Конус
- Шар
- Комбинации тел



Задание 8, тип 1: куб



Куб — правильный многогранник, каждая грань которого представляет собой квадрат. Куб является частным случаем параллелепипеда и призмы, поэтому для него выполнены все их свойства. Кроме того, если a — длина ребра куба, $d_{\text{осн}}$ — диагональ основания, d — диагональ куба, $S_{\text{полн}}$ — площадь полной поверхности, а V — объем куба, то справедливы формулы:

$$d_{\text{осн}} = a\sqrt{2}, \quad d = a\sqrt{3},$$

$$S_{\text{полн}} = 6a^2, \quad V = a^3.$$

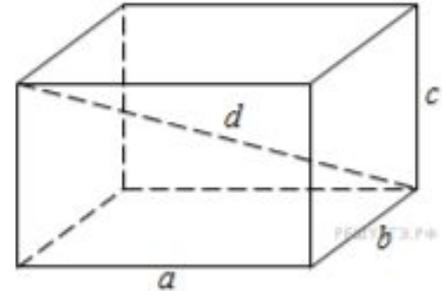
Задание 8, тип 1: куб

- 1. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.
- 2. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.
- 3. Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.
- 4. Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.
- 5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K — середина ребра AA_1 , точка L — середина ребра $A_1 D_1$, точка M — середина ребра $A_1 B_1$. Найдите угол MLK . Ответ дайте в градусах.



Задание 8, тип 2: Прямоугольный параллелепипед

Прямая призма, у которой основанием является прямоугольник, называется прямо-угольным параллелепипедом. Длины непараллельных ребер прямоугольного параллелепипеда называются его линейными размерами (измерениями). Помимо свойств призмы, прямоугольный параллелепипед обладает следующими свойствами.



- Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда — параллельные и равные прямоугольники.
- Все четыре диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам.
- Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов его измерений:
$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2.$$
- Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна удвоенной сумме попарных произведений его измерений: $S_{\text{полн}} = 2(ab + bc + ac).$
- Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его измерений $V = abc.$



Задание 8, тип 2: Прямоугольный параллелепипед

- 1. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.

- 2. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объем параллелепипеда

- 3. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 24. Одно из его ребер равно 3. Найдите площадь грани параллелепипеда, перпендикулярной этому ребру.



Задание 8, тип 2: Прямоугольный параллелепипед

- 4. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите объем параллелепипеда.

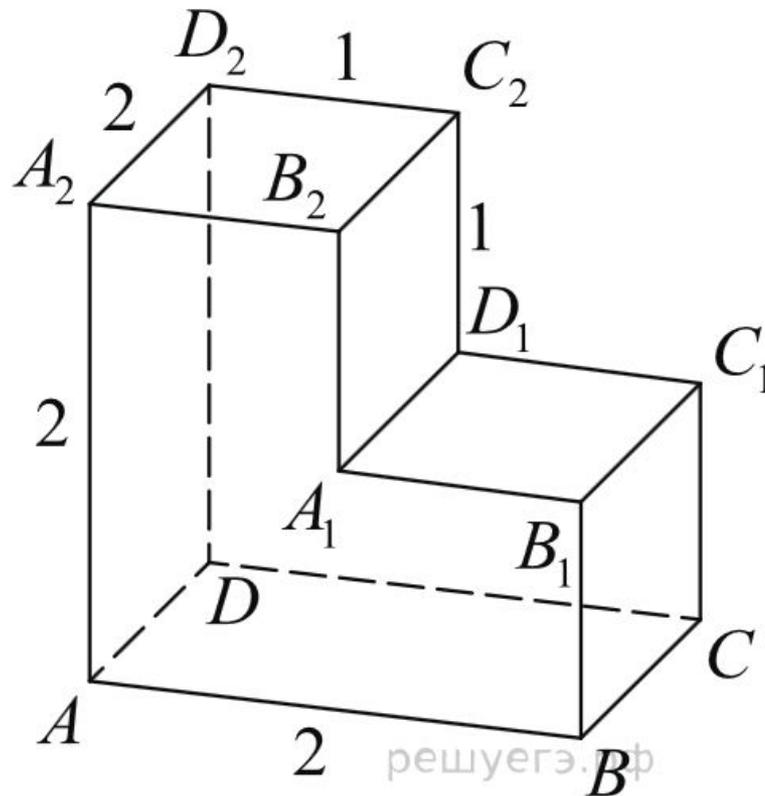
- 5. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, D, A_1, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB=3$, $AD=4$, $AA_1=5$

- 6. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $AB=2$, ребро $AD=\sqrt{5}$, ребро $AA_1=2$. Точка K — середина ребра BB_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1, D и K



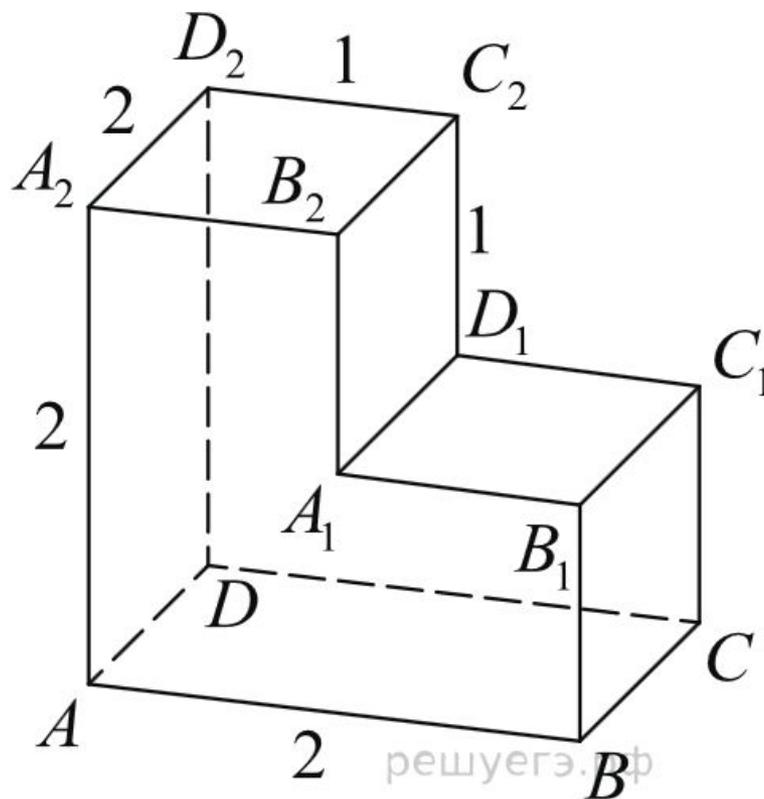
Задание 8, тип 3: Элементы составных многогранников

- 1. На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите расстояние между вершинами A и C_2 .



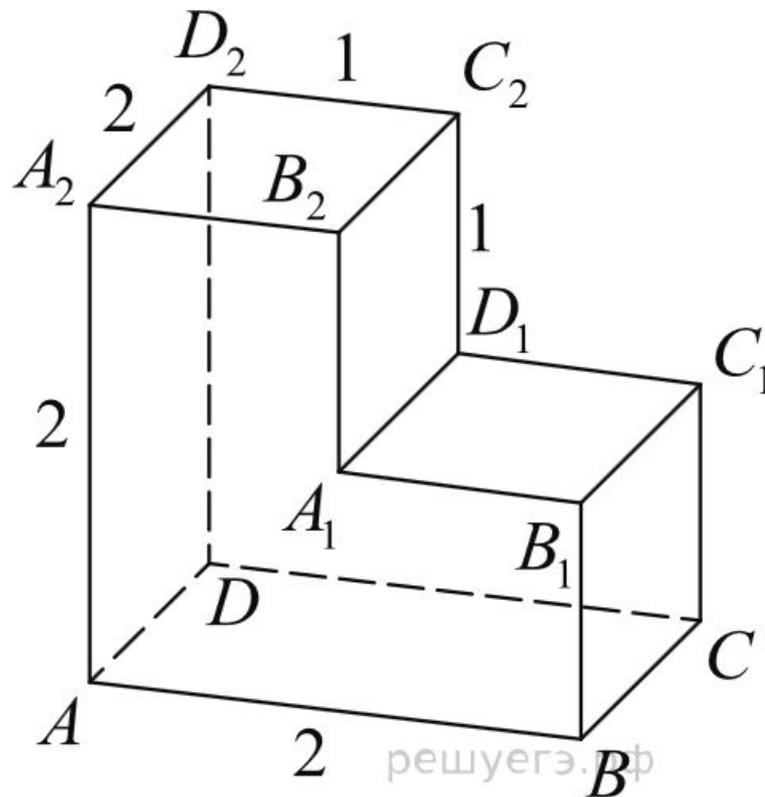
Задание 8, тип 3: Элементы составных многогранников

- 2. Найдите квадрат расстояния между вершинами D и C_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



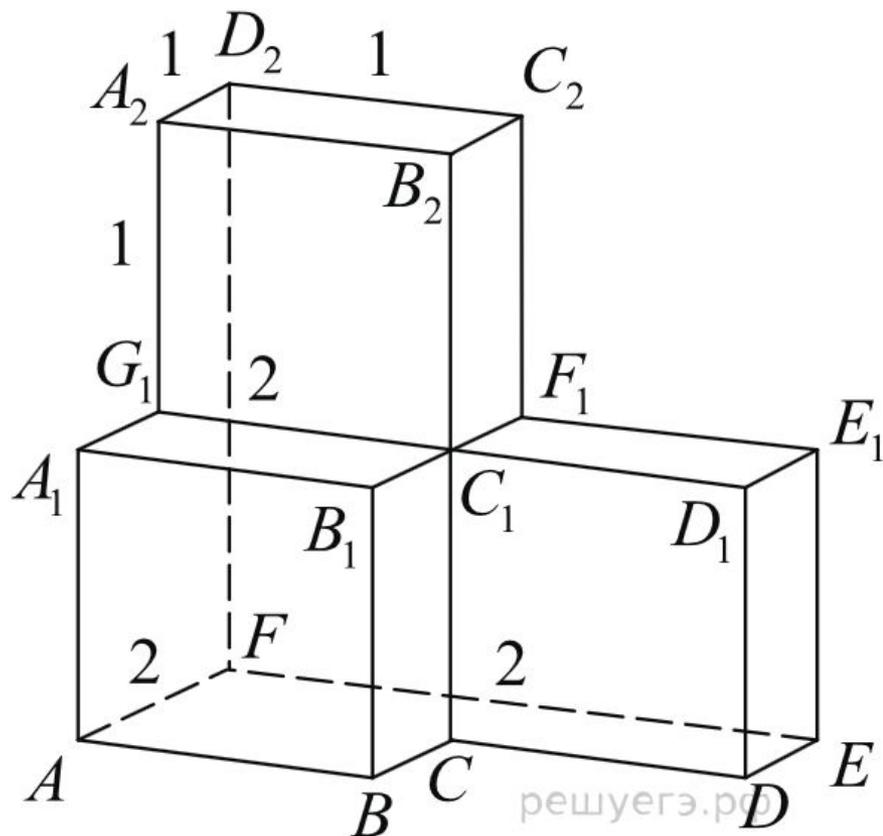
Задание 8, тип 3: Элементы составных многогранников

- 3. Найдите угол CAD_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



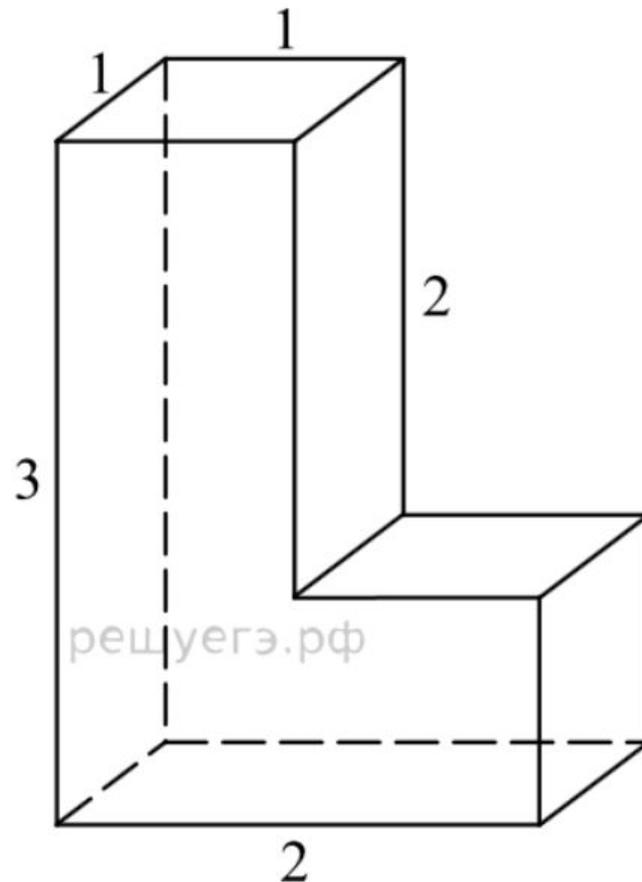
Задание 8, тип 3: Элементы составных многогранников

- 5. Найдите угол D_2EF многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые. Ответ дайте в градусах.



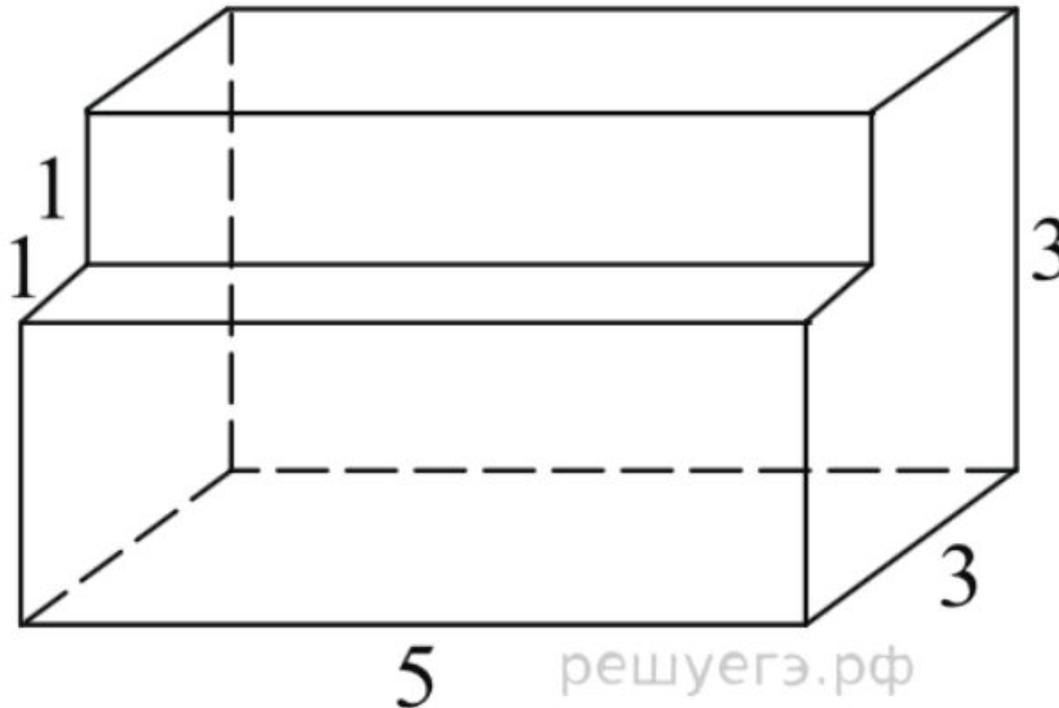
Задание 8, тип 4: Площадь поверхности составного многогранника

- 1. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



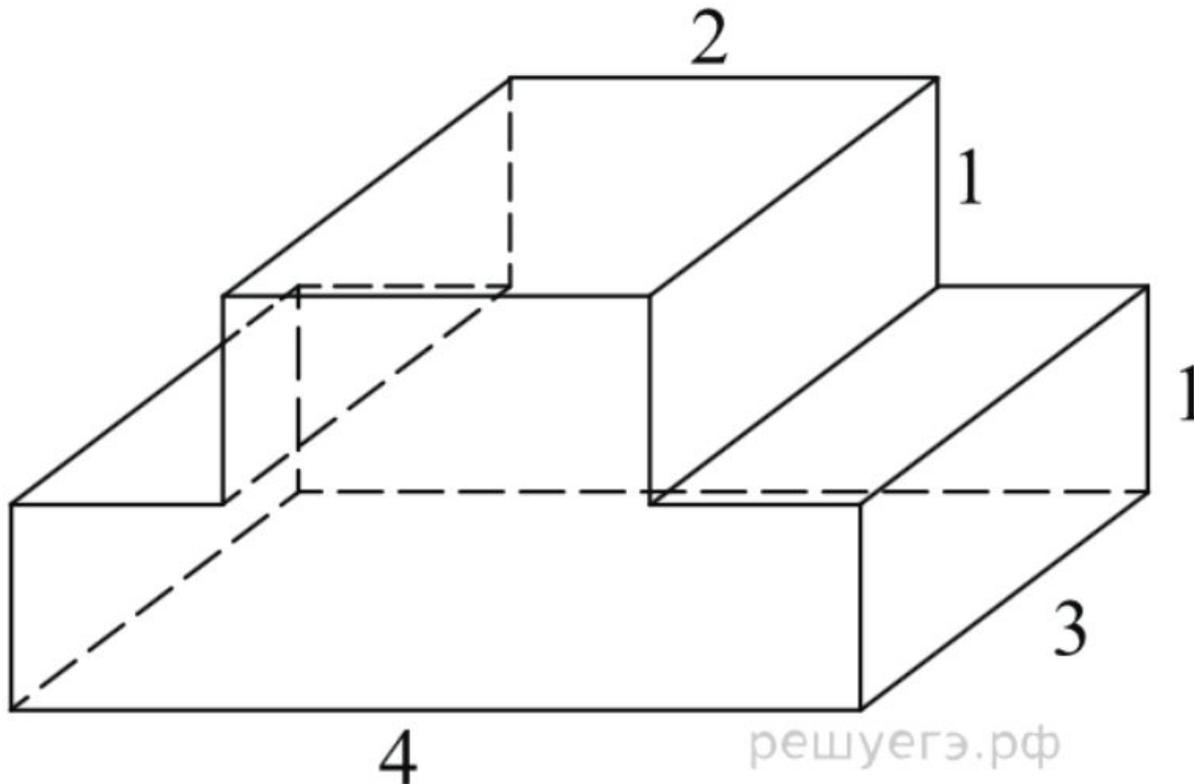
Задание 8, тип 4: Площадь поверхности составного многогранника

- 2. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



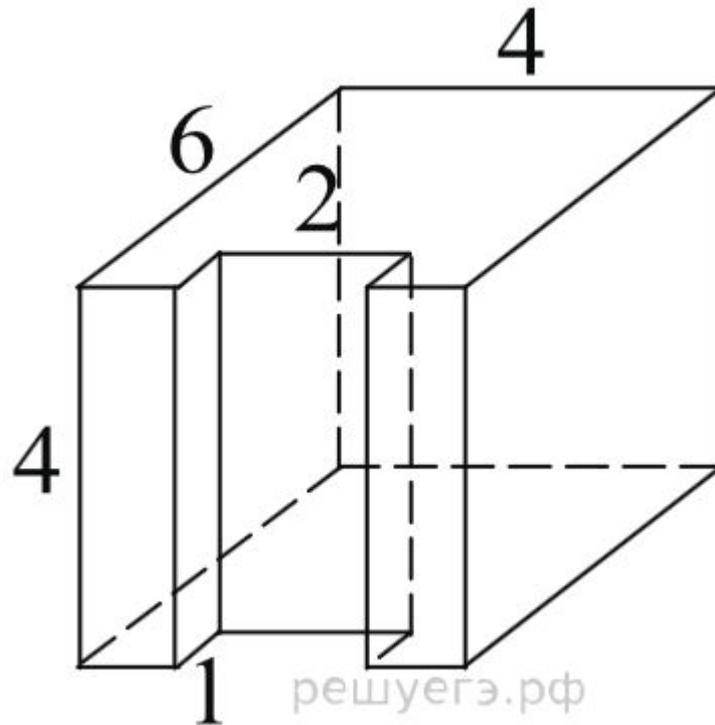
Задание 8, тип 4: Площадь поверхности составного многогранника

- 3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



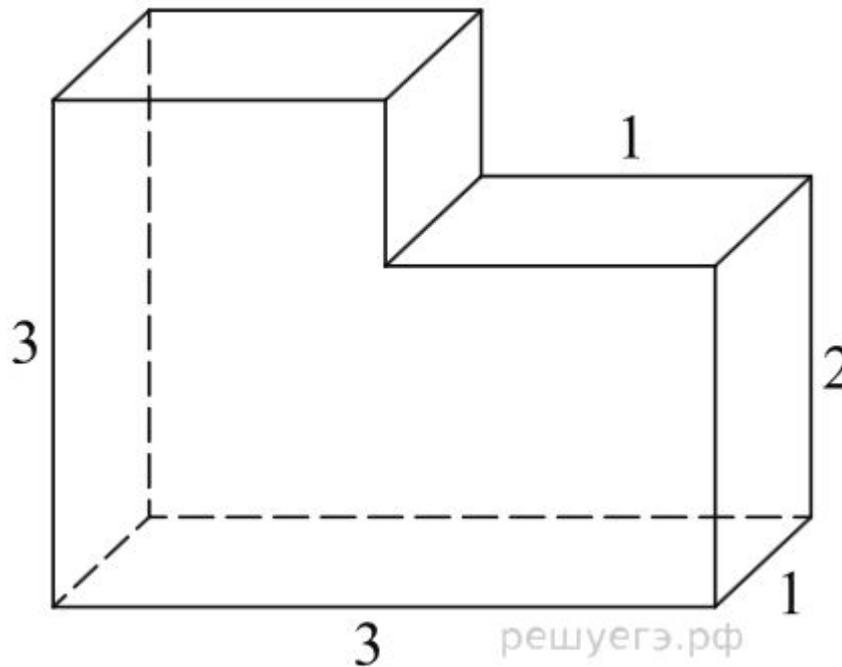
Задание 8, тип 4: Площадь поверхности составного многогранника

- 4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



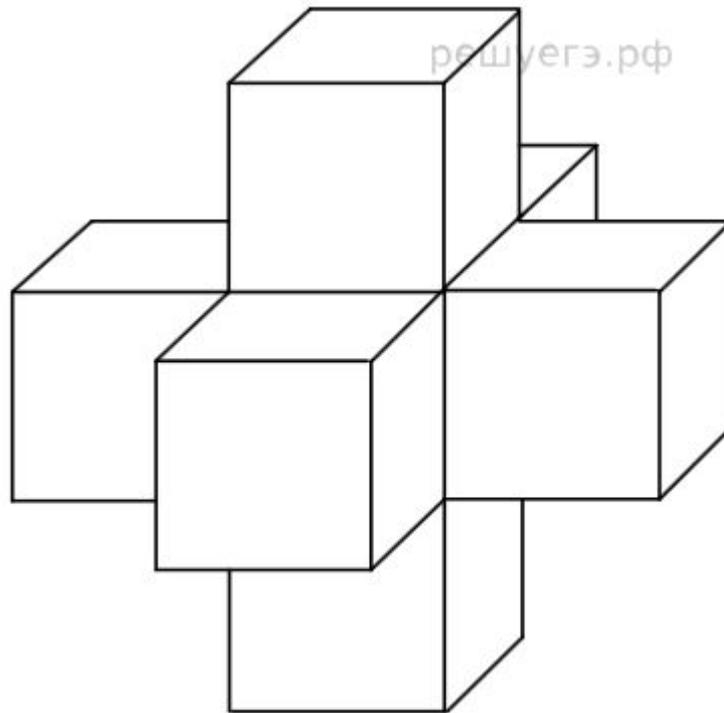
Задание 8, тип 5: Объем составного многогранника

- 1. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



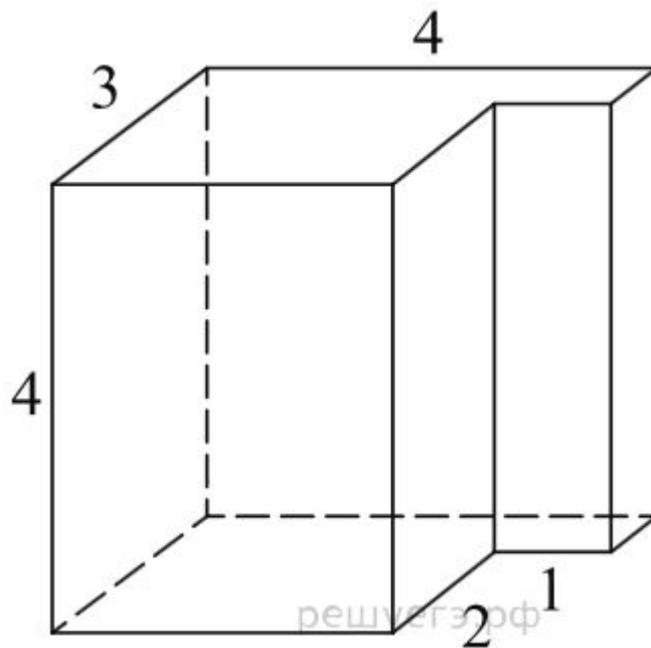
Задание 8, тип 5: Объем составного многогранника

- 2. Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



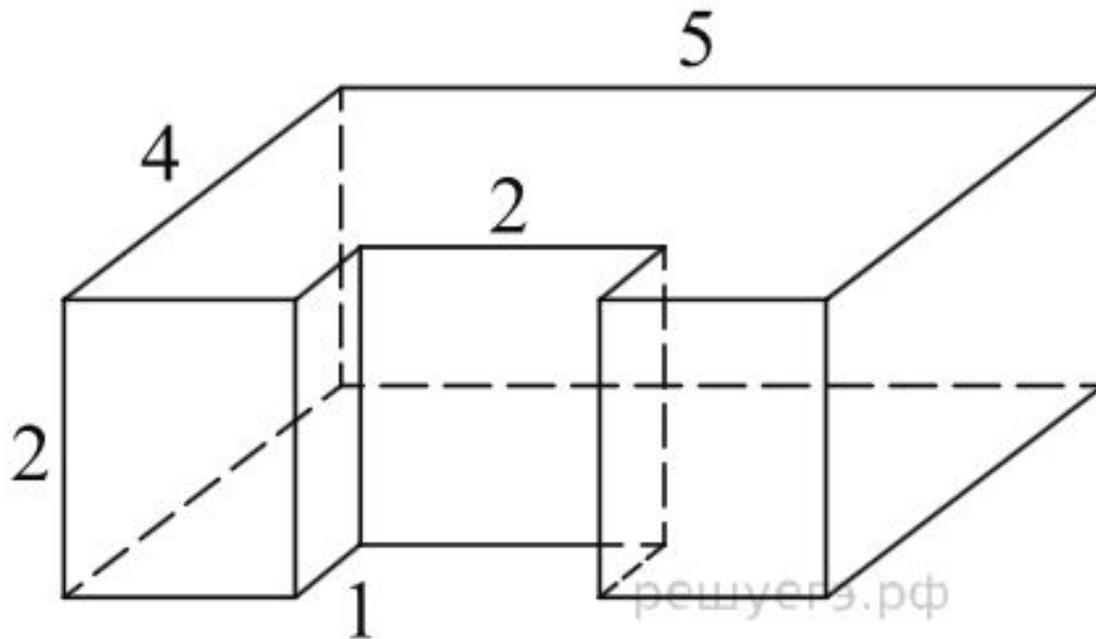
Задание 8, тип 5: Объем составного многогранника

- 3. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



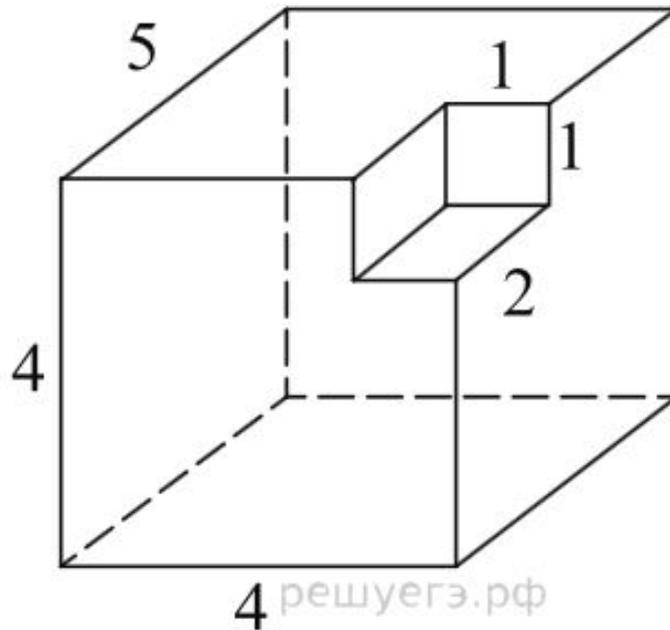
Задание 8, тип 5: Объем составного многогранника

- 4. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



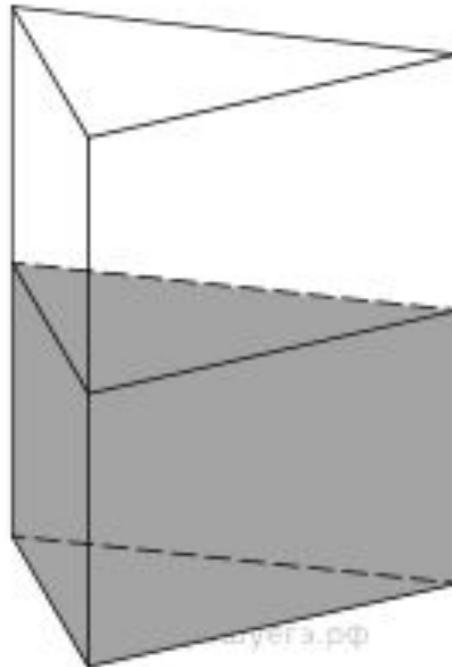
Задание 8, тип 5: Объем составного многогранника

- 5. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Задание 8, тип 6: призма

- 1. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



Задание 8, тип 6: призма

Прямая призма

Прямой призмой называется призма, боковое ребро которой перпендикулярно плоскости основания. Высота прямой призмы равна ее боковому ребру, а все боковые грани прямой призмы — прямоугольники.

Соотношения для прямой призмы

Пусть H — высота прямой призмы, AA_1 — боковое ребро, $P_{\text{осн}}$ — периметр основания, $S_{\text{осн}}$ — площадь основания, $S_{\text{бок}}$ — площадь боковой поверхности, $S_{\text{полн}}$ — площадь полной поверхности, V — объем прямой призмы. Тогда имеют место следующие соотношения:

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}}AA_1,$$

$$S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}},$$

$$V = S_{\text{осн}}H.$$



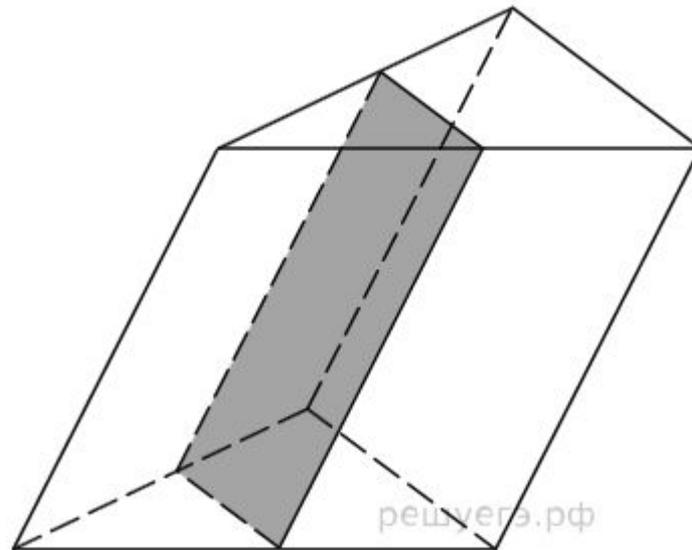
Задание 8, тип 6: призма

- 2. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.
- 3. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы.

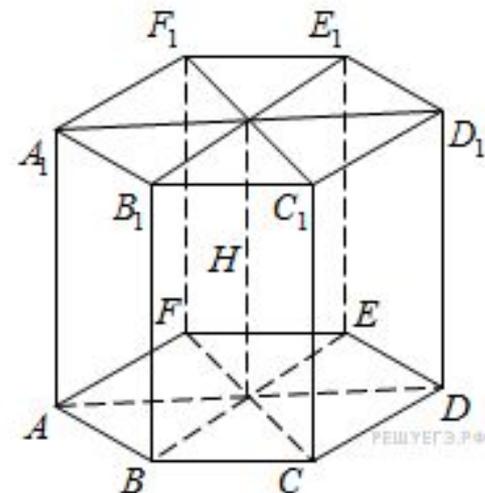


Задание 8, тип 6: призма

- 4. Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.



Задание 8, тип 6: призма



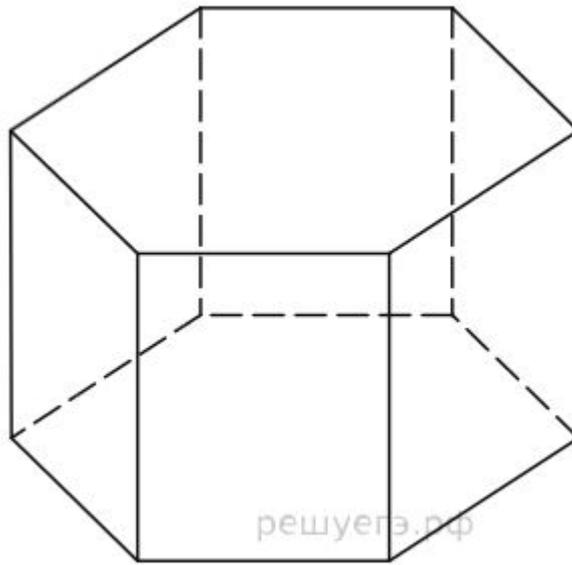
В основании правильной шестиугольной призмы лежит правильный шестиугольник. Напомним его свойства.

- Сторона правильного шестиугольника равна радиусу описанной вокруг него окружности.
 - Большая диагональ правильного шестиугольника является диаметром описанной вокруг него окружности и равна двум его сторонам.
 - Меньшая диагональ правильного шестиугольника в $\sqrt{3}$ раз больше его стороны.
 - Угол между сторонами правильного шестиугольника равен 120° .
 - Меньшая диагональ правильного шестиугольника перпендикулярна его стороне.
 - Треугольник, образованный стороной шестиугольника, его большей и меньшей диагоналями, прямоугольный, а его острые углы равны 30° и 60° .
-



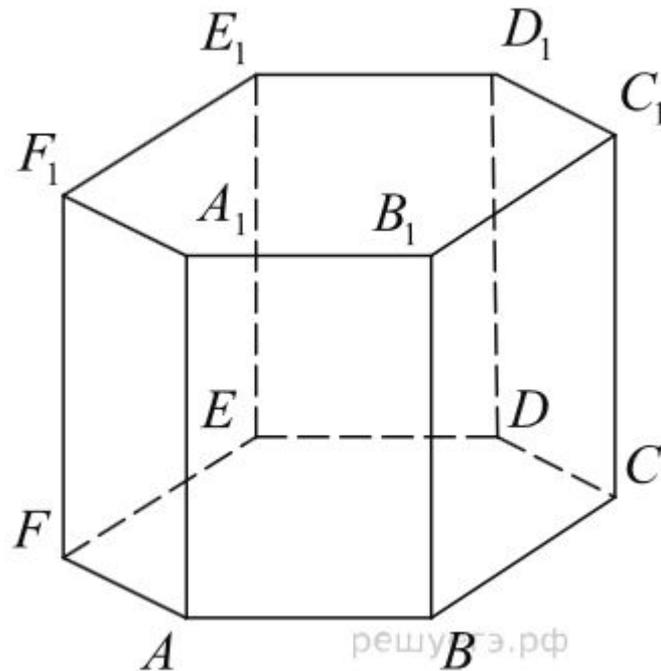
Задание 8, тип 6: призма

- 5. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.



Задание 8, тип 6: призма

- 6. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$ правильной шестиугольной призмы $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.



Задание 8, тип 6: призма

- 7. Найдите расстояние между вершинами A и D прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 3$.

