

- **1 блок – 25**
 - Лекции – 5
 - Практика – 5
 - СР: Тест_1 – 5
 - Текущий контроль – 10

- **2 блок – 35**
 - Лекции – 5
 - Практика – 5
 - СР – 13
 - Индивидуальное кейс-задание (5)
 - Тест_2 (5)
 - Круглый стол, конференции (3)
 - Текущий контроль – 12

Лекция №1

**Линейное
программирование**

Задача математического программирования:

$$f(x) = \rightarrow \max (\min)$$

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = \overline{1, m_1}$$

$$g_i(x) \geq 0, \quad i = \overline{m_1 + 1, m_2}$$

$$g_i(x) = 0, \quad i = \overline{m_2 + 1, m}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n_1}$$

$$x_j - \text{любое}, \quad j = \overline{n_1 + 1, n},$$

$$f(x) = (c, x) \rightarrow \max(\min)$$

$$A \ m \times n, \ (A_i, x) \leq b_i, \ i = \overline{1, m_1}$$

$$(A_i, x) \geq b_i, \ i = \overline{m_1 + 1, m_2} \quad (1)$$

$$(A_i, x) = b_i, \ i = \overline{m_2 + 1, m}$$

$$x_j \geq 0, \ j = \overline{1, n_1}$$

$$x_j - \text{любое}, \ j = \overline{n_1 + 1, n},$$

•ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗАДАЧ ЛП

- Задача планирования производства

- Многосторонний коммерческий арбитраж

- Транспортная задача

- Задача составления жидких смесей

- Задача о банке

- Задача о диете

Задача планирования производства.

n – число типов товаров, m – число типов ресурсов.

$$a_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, \quad b_i > 0, \quad c_j > 0$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

Задача о диете.

n – продуктов питания, m – число полезных веществ.

$$a_{ij} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, \quad b_i > 0, \quad c_j > 0$$

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \mathbf{min}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

Задача о банке

Собственные средства банка в сумме с депозитами составляют 100 млн. \$.

Не менее 35 млн. \$ из этой суммы размещена в кредитах

Ликвидное ограничение: ценные бумаги должны составлять не менее 30%, размещенных в кредитах и ликвидных активах.

Пусть x_1 – средства (млн. \$), размещенные в кредитах, x_2 – средства (млн. \$), размещенные в ликвидных активах.

Балансовое ограничение:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (*)$$

Кредитное ограничение:

$$x_1 \geq 35 \quad (**)$$

Ликвидное ограничение:

$$x_2 \geq 0,3(x_1 + x_2) \quad (***)$$

Условие неотрицательности:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad (****)$$

c_1 – доходность кредитов, c_2 – доходность ликвидных активов

$$f = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max \text{ при условиях } (*) - (****)$$

Стандартная форма задачи ЛП:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

Каноническая форма задачи ЛП:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

Симплекс метод

$$f = (c, x) \rightarrow \max$$

$$Ax = b, A_{m \times n} \quad (1)$$

$$x \geq 0$$

Пусть A^1, A^2, \dots, A^m - линейно независимые, то есть образуют базис.

$$B = (A^1, A^2, \dots, A^m), |B| \neq 0$$

Таким образом, матрицу A можно записать $A = (B \quad N)$.

Систему (1) перепишем в виде:

$$Bx^B + Nx^N = b, x^B = (x_1, \dots, x_m), x^N = (x_{m+1}, \dots, x_n)$$

$$x^B + B^{-1}Nx^N = B^{-1}b, \quad Z^N = B^{-1}N, Z^0 = B^{-1}b$$

$$\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_m, 0, \dots, 0)$$

$$Z^j = B^{-1}A^j$$

Начальная симплекс таблица

	x^N	
x^B	Z	Z^0
f	Δ	\tilde{f}

$$\Delta = (C^B, Z^j) - C^N$$

$$\tilde{f} = (C^B, Z^0)$$

Начальная симплекс таблица.

Возможные варианты. №1

$$f = (c, x) \rightarrow \max$$

$$Ax \leq b, b \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$Ax + Ev = b$$

$$x \geq 0, v \geq 0$$

Опорное решение: $\tilde{x} = 0, \tilde{v} = b$

\tilde{v}	x	
	A	b
f	-c	0

Начальная симплекс таблица. Возможные варианты. №2.

$$f = (c, x) \rightarrow \max$$

$$Ax = b, b \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$A = \begin{pmatrix} E & \tilde{A} \end{pmatrix}$$

Базисные переменные: x_1, \dots, x_m

Небазисные переменные: x_{m+1}, \dots, x_n

	x^N	
x^B	\tilde{A}	b
f	Δ	\tilde{f}

Начальная симплекс таблица. Возможные варианты. №3

$$f = (c, x) \rightarrow \max$$

$$Ax = b, b \geq 0$$

$$x \geq 0$$

Вспомогательная задача:

$$F = -(w_1 + w_2 + \dots + w_m) \rightarrow \max$$

$$Ax + w = b, b \geq 0$$

$$x \geq 0, w \geq 0$$

- **Информация**
- **из**
- **оптимальной**
- **симплекс таблицы**
 - **Оптимальное решение**
- **Статус ресурсов**
- **Ценность каждого ресурса**
- **Чувствительность оптимального решения**

Ценность ресурса

Ценность ресурса – характеризуется величиной улучшения оптимального значения f , приходящегося на единицу прироста данного ресурса

Статус ресурсов

Дефицитный

Недефицитный