

Множества

Понятие множества.



- *Георг Кантор (1845-1918)*
- *Профессор математики и философии, основоположник современной теории множеств.*
- *«Под множеством мы подразумеваем объединение в целое определённых, различающихся между собой объектов нашего представления или мышления».*
Георг Кантор

Понятие множества.

Основное понятие в математике - понятие множества.

Понятие **МНОЖЕСТВО** относится к первоначальным понятиям, не подлежащим определению.

Под множеством подразумевается некоторая совокупность однородных объектов.

Предметы (объекты), составляющие множество, называются **элементами**.

Обозначение множества

Множества обозначаются заглавными буквами латинского алфавита: A, B, C, X и др.

Элементы множества обозначаются строчными буквами латинского алфавита : a, b, c, d и др.

Запись $M = \{ a, b, c, d \}$ означает, что множество M состоит из элементов a, b, c, d .

Є – знак принадлежности. Запись $a \in M$ обозначает, что объект a является элементом множества M и читается так:

« a принадлежит множеству M »

Численность множества

Численность множества - число элементов в данном множестве.

Обозначается так : n

Записывается так : $n(M) = 4$

Множества бывают:

Конечные множества - состоят из конечного числа элементов, когда можно пересчитать все элементы множества.

Бесконечные множества - когда невозможно пересчитать все элементы множества.

Пустые множества - множества, не содержащие элементов и обозначают так: $\emptyset$. Записывают так: $n(A) = 0$;
 $A = \emptyset$

Пустое множество является подмножеством любого множества

Виды множеств:

Дискретные множества (прерывные) - имеют отдельные элементы. Путём счёта распознаются.

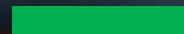
Непрерывные множества - нет отдельных элементов. Распознаются путём измерения.

Конечные множества - состоят из конечного числа элементов, когда можно пересчитать все элементы множества.

Бесконечные множества - когда невозможно пересчитать все элементы множества.

Упорядочные множества. Элемент из множества предшествует или следует за другим. Множество натуральных чисел, расположенных в виде натурального ряда.

Неупорядочные множества. Любое неупорядочное множество можно упорядочить.



Обозначения некоторых

ЗАПИШИ
В ТЕТРАДЬ



ЧИСЛОВЫХ МНОЖЕСТВ:

$\mathbb{N}$ – множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z}$ – множество целых чисел;

$\mathbb{Q}$ – множество рациональных чисел;

$\mathbb{I}$ – множество иррациональных чисел;

$\mathbb{R}$ – множество действительных чисел.

Способы задания множеств

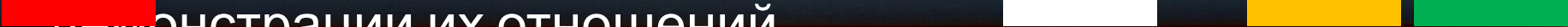
Перечислением элементов (подходит для конечных множеств).

Указать характеристическое свойство множества, т.е. то свойство, которым обладают все элементы данного множества.

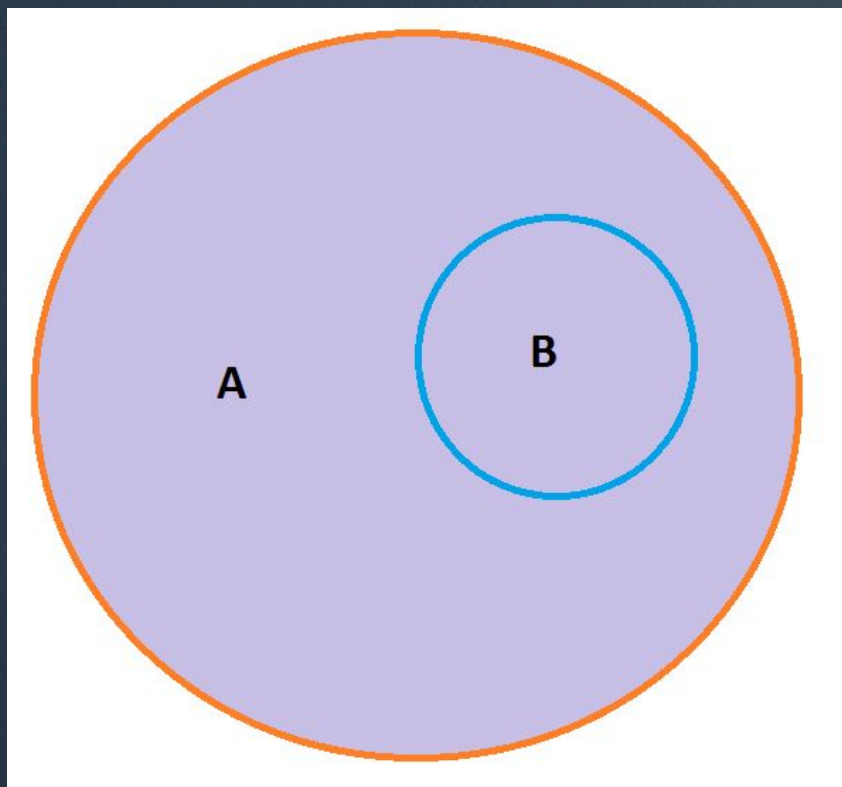
С помощью изображения :

- На луче
- В виде графика

С помощью кругов Эйлера. В основном используется при выполнении действий с множествами или демонстрации их отношений.



Подмножество



Если любой элемент
множества B
принадлежит множеству
 A ,

то множество B
называется
подмножеством
множества A .

- Знак включения.

Запись $B \subseteq A$ означает,
что множество B

Виды подмножеств

Собственное подмножество. Множество B называется собственным подмножеством множества A , если выполняются условия:
 $B \neq \emptyset$, $B \neq A$.

Не собственные подмножества. Множество B называется не собственным подмножеством множества A , если выполняются условия: $B \neq \emptyset$, $B = A$.

Пустое множество является подмножеством любого множества.

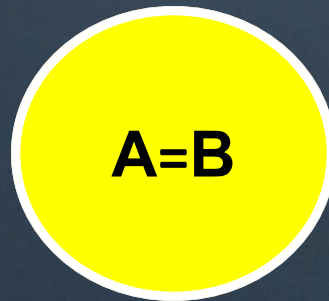
Любое множество является подмножеством самого себя.

Равенства множеств

Множества равны, если они состоят из одних и тех же элементов.

Два множества являются равными, если каждый из них является подмножеством другого.

В этом случае пишут: $A=B$



Операции над множествами

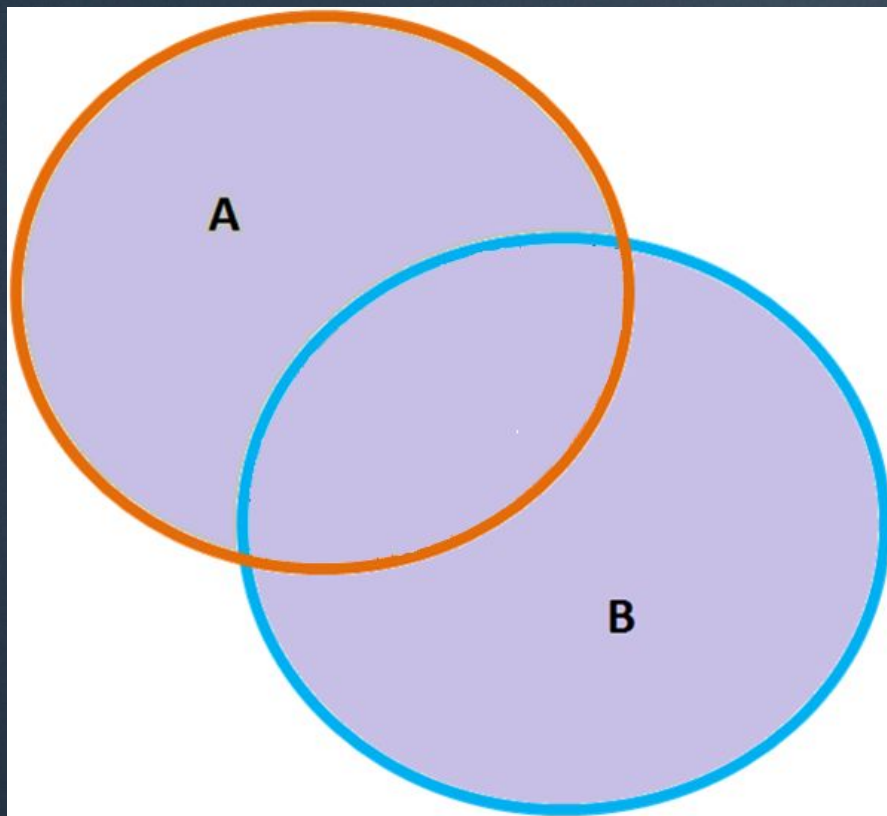
Пересечение множеств.

Объединение множеств.

Разность множеств.

Дополнение множества.

Объединение множеств



Объединением
множеств A и B
называется
множество всех
объектов,
являющихся
элементами
множества A или
множества B.

$\cup$ - знак объединения.

A $\cup$ B читается так:

«Объединение»

Пересечение множеств

Пересечением множеств А

и В называется

множество, содержащее

только те элементы,

которые одновременно

принадлежат и

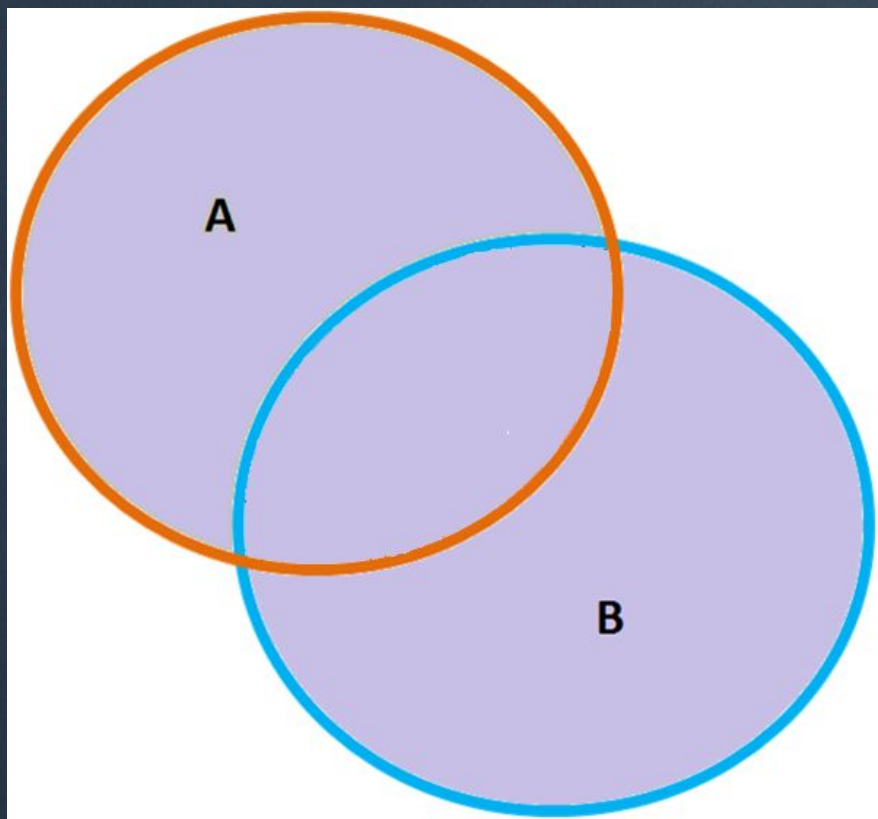
множеству А и

множеству В.

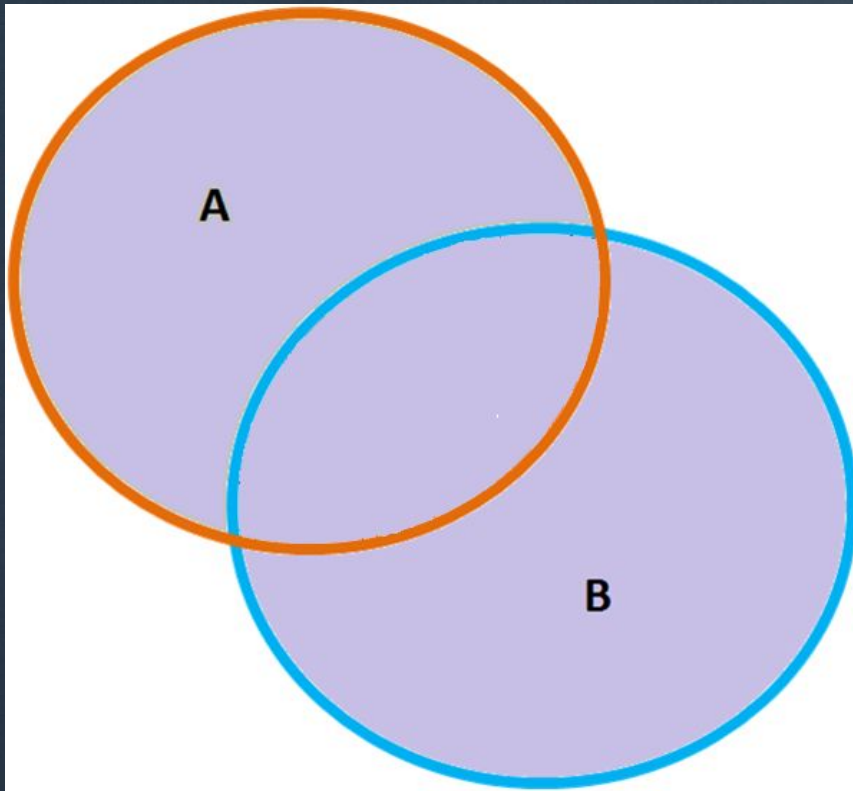
$\cap$ -знак пересечения,
соответствует союзу «и».

$A \cap B$ читается так:

«Пересечение множеств А



Разность множеств

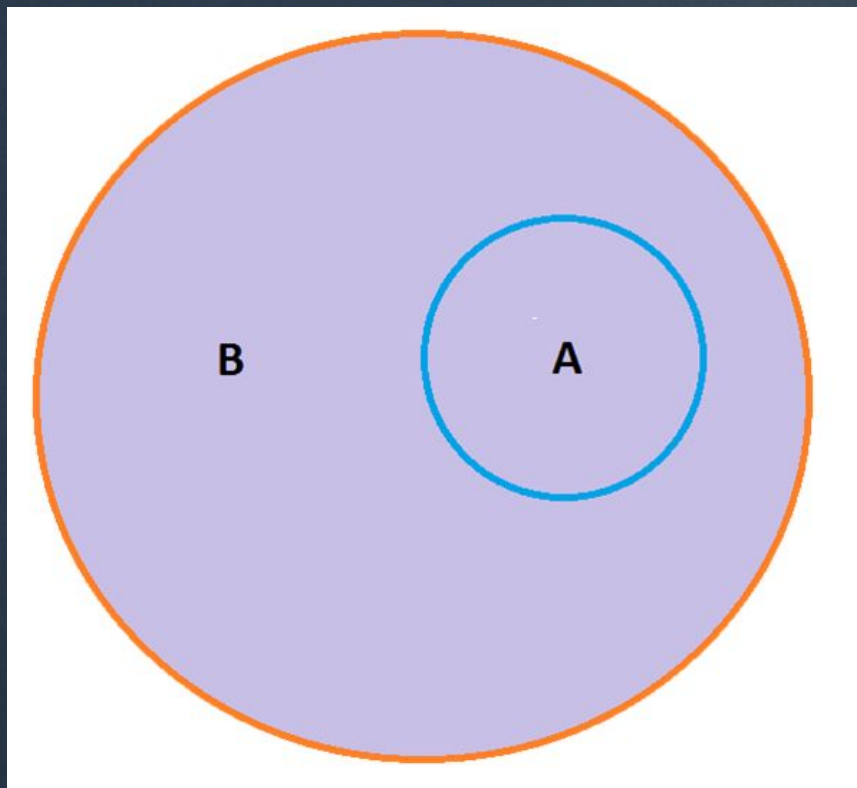


- Разностью множеств A и B называется множество всех объектов, являющихся элементами множества A и не принадлежащих множеству B.

$\setminus$ - знак разности, соответствует предлогу «без».

Разность множеств A и B записывается так: $A \setminus B$

Дополнение множества



- Множество элементов множества B , не принадлежащих множеству A , называется дополнением множества A до множества B .

Часто множества являются подмножествами некоторого основного, или универсального множества $\mathcal{U}$.

Дополнение обозначается $\bar{A}$

Свойства множеств

Пересечение и объединение множеств
обладают свойствами:

Коммутативность

Ассоциативность

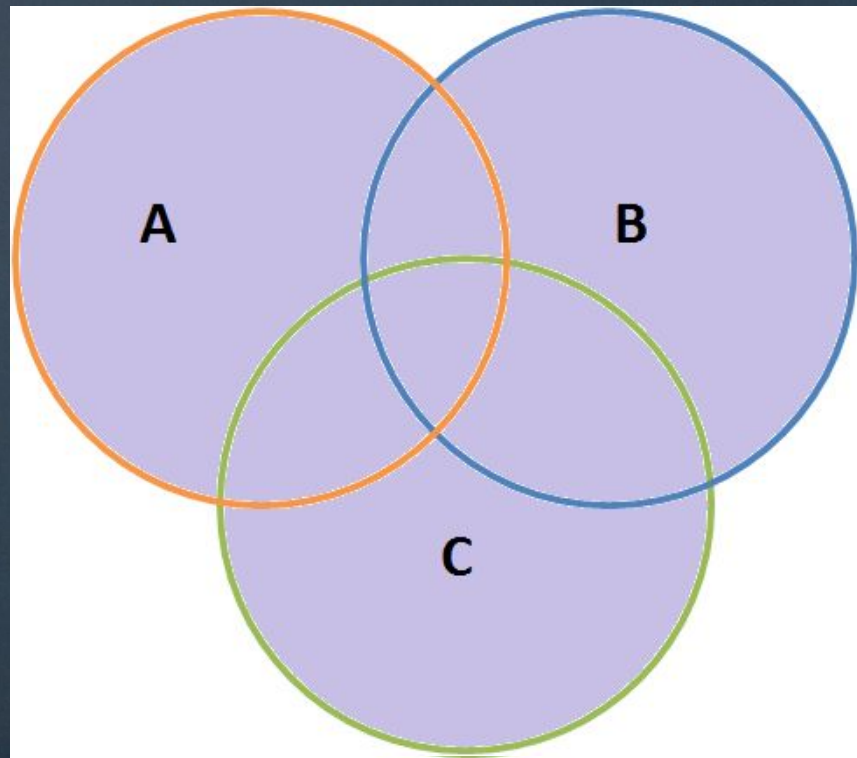
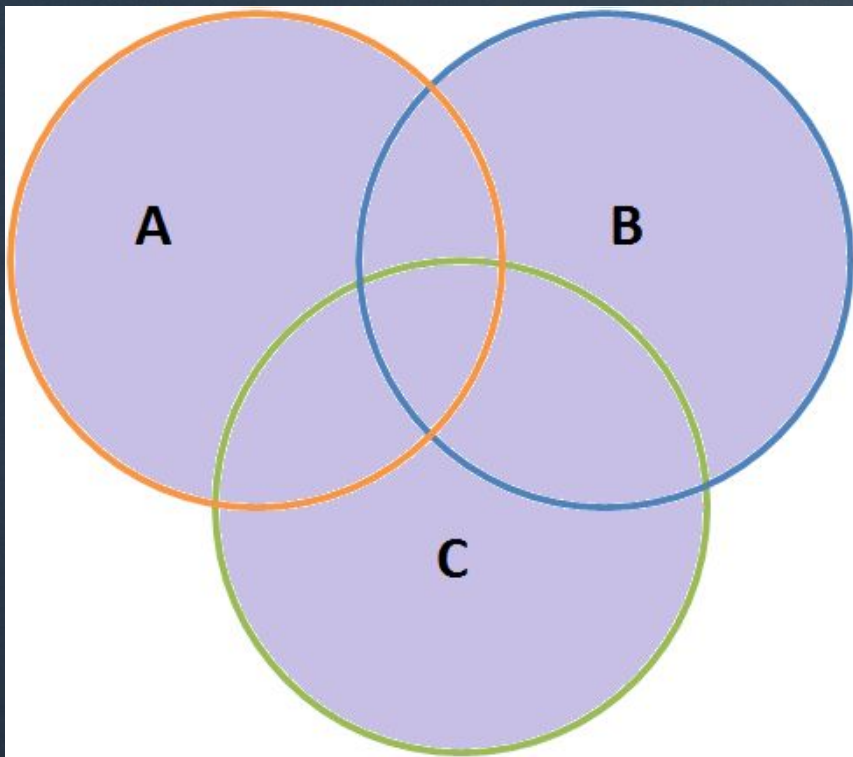
Дистрибутивность

Ассоциативность

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

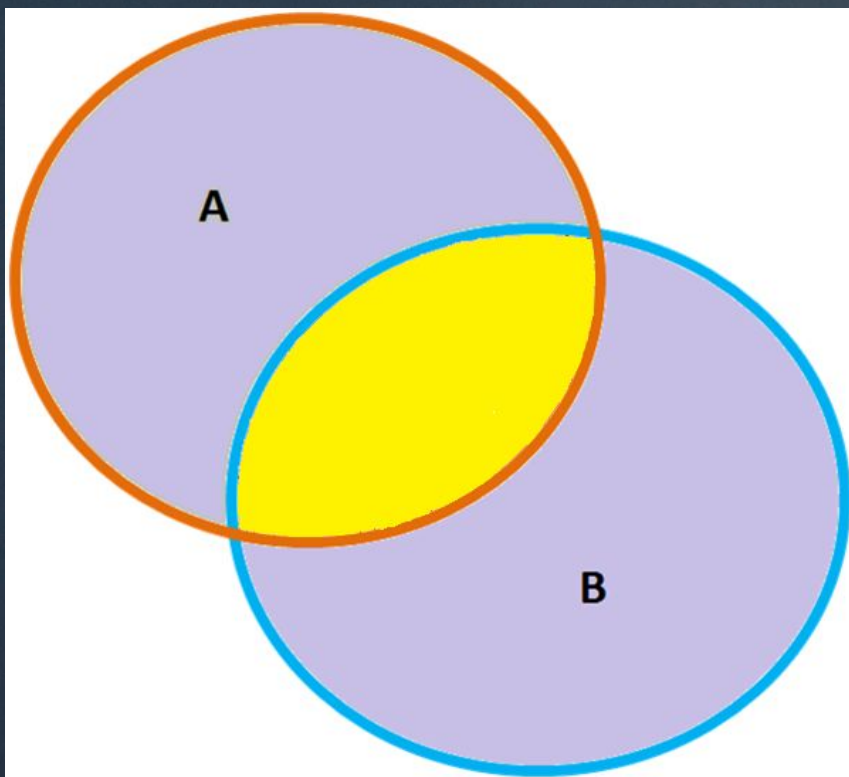
)

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

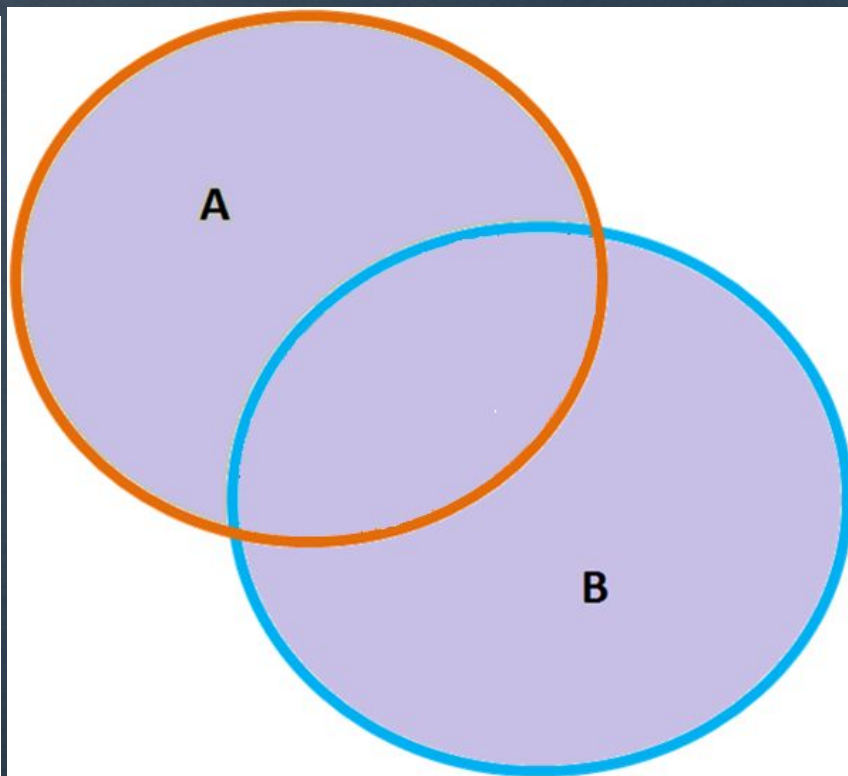


Коммутативность

$$A \cap B = B \cap A$$



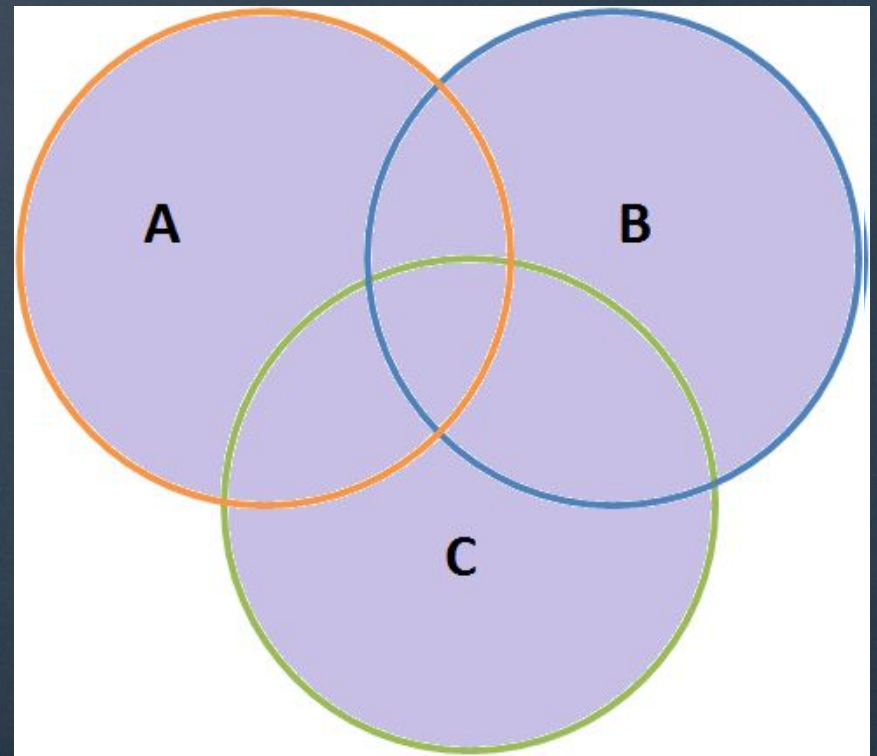
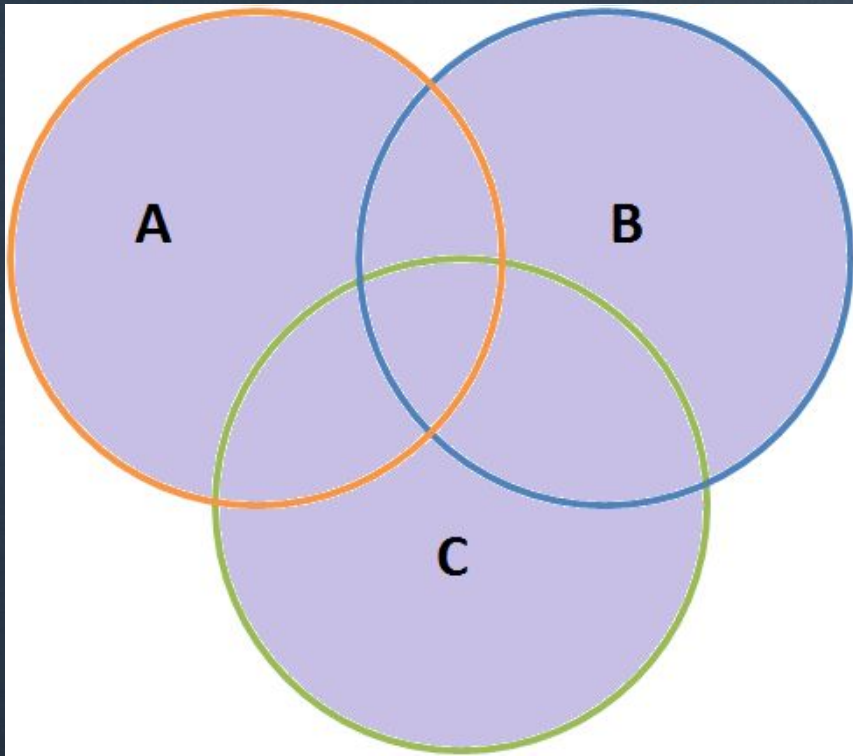
$$A \cup B = B \cup A$$



Дистрибутивность

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$



Отношения множеств

В теории множеств рассматриваются отношения между множествами:

Тождественность. Если каждый элемент множества A является также и элементом множества B , и каждый элемент множества B есть также элементом множества A , то эти множества тождественны. Обозначается так : $A=B$.

Эквивалентность. Соответствие между элементами множеств A и B , при котором каждому элементу множества A соответствует единственный элемент множества B , и наоборот, различным элементам одного множества соответствуют различные элементы другого множества, называется взаимно однозначными. Если существует, по крайней мере, одно взаимно однозначное соответствие между элементами множеств A и B , то такие множества называются эквивалентными.

Свойства эквивалентности

Отношение эквивалентности обладает следующими свойствами:

Симметричность (взаимность). Если множество A эквивалентно множеству B , то множество B эквивалентно множеству A .

$$A \sim B, B \sim A$$

Транзитивность (переходность). Если множество A эквивалентно множеству B , а множество B эквивалентно множеству C , то множества A и C эквивалентны.

$$A \sim B, B \sim C, A \sim C.$$

Рефлексивность (возвратность). Всякое множество эквивалентно самому себе.

$$A \sim A$$

Использование отношения эквивалентности позволяет

разбить всевозможные множества на классы эквивалентных