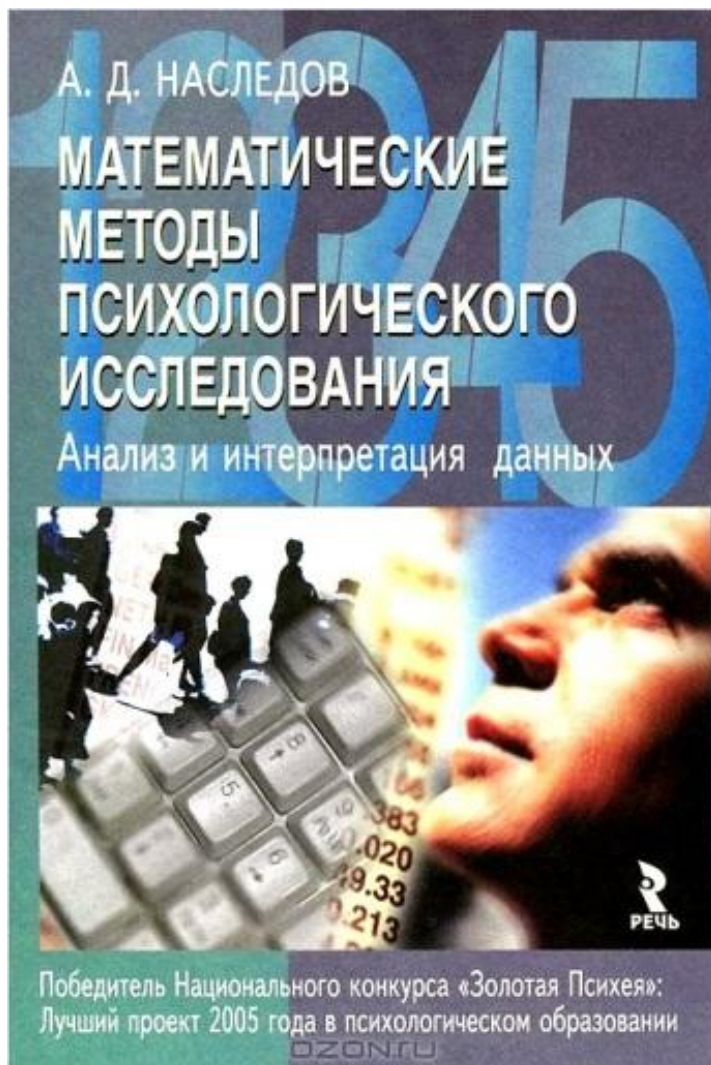
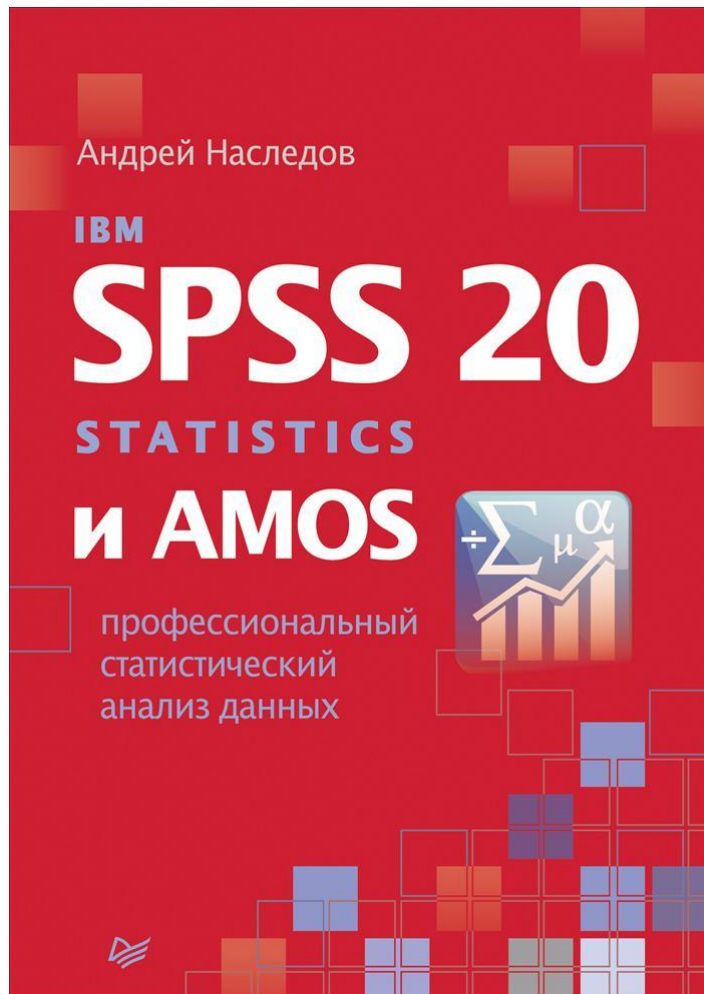


# Литература



- Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования: анализ и интерпретация данных. – СПб.: Питер, 2004 (2-е изд. – 2007; 3-е изд. – 2008).
- Почти все, что Вы хотели знать о математических методах, с примерами и картинками.

# Литература



- Наследов А.Д. IBM SPSS 20 Statistics и AMOS: профессиональный статистический анализ данных. – СПб.: Питер, 2013.
- **Практическое руководство для проведения и анализа результатов в статистическом пакете SPSS. Рассмотрены все распространенные методы статистического анализа в психологии, включая моделирование структурными уравнениями (настройка AMOS), однако некоторые продвинутые нюансы не рассматриваются.**

# Дополнительно

Р. Майкл Фер • Верн Р. Бакарак

## ПСИХОМЕТРИКА

Введение



- Фер М., Бакарак В. Психометрика: введение. – Челябинск: изд. центр ЮУрГУ, 2010.
- Лучшая книга по теории психологических измерений и созданию психологических тестов. Включает в том числе и современные методы и подходы, однако предполагает хорошее знание основ математической статистики.

# Убедительная просьба!

- Не пользуйтесь другими русскоязычными изданиями (особенно книгой Сидоренко Е.В,!!!), поскольку они могут содержать грубые ошибки вплоть до откровенного бреда.
- Если Вы найдете дополнительную литературу и захотите ее использовать – пожалуйста, предварительно проконсультируйтесь со мной.

# Исходное предположение:

- «Если что-либо существует, оно существует в каком-то количестве. Если оно существует в каком-то количестве, то это можно измерить». **Рене Декарт, 1644.**
- «Что бы ни существовало, оно обязательно существует в каком-то количестве, - и, следовательно, может быть измерено». **Луис Терстоун, 1938.**
- **Измерение** – отображение реальности в цифрах. «Оцифровка» реальности, «цифровая фотография».

# Тезаурус

- **Генеральная совокупность** – совокупность всех объектов (единиц), относительно которых учёный намерен делать выводы при изучении конкретной проблемы.
- **Выборка** – множество случаев (испытуемых, объектов, событий, образцов), с помощью определённой процедуры выбранных из генеральной совокупности для участия в исследовании.
- **Репрезентативная выборка** – выборка, обладающая всеми интересующими исследователя свойствами генеральной совокупности

# Тезаурус (продолжение)

- **Случай (наблюдение)** – один объект из выборки, на котором проводится измерение признаков.
- **Признак** – атрибут (характеристика) объекта, которая может принимать разные значения.
- **Измерение** – Приписывание наблюдаемому признаку числа по некоторому правилу. Это правило называется **шкалой измерения**.

## Тезаурус (окончание): *почти* определения

- **Переменная** – значения признака, измеренные для *каждого случая* в выборке.
- **Статистика** – Значение, которое *характеризует выборочную совокупность в целом и вычисляется* на основании сделанных измерений.



# Виды признаков

- **1. Качественный признак:** характеризует наличие или отсутствие у объекта одного из нескольких свойств.
- Качественные признаки образуют классификацию.
- Например: пол, национальность, любимый музыкальный исполнитель, участие в олимпиаде в Сочи и т.д.
- Сравнение выраженности признака (больше/меньше) невозможно.

# Виды признаков

- **2. Количественный признак:** характеризует количество некоторого свойства в каждом конкретном случае.
- Например: количество мужчин в группе, количество волонтеров на олимпиаде в Сочи, температура за окном, скорость движения автомобиля.
- Позволяет делать сравнение выраженности признака (больше/меньше).

# Виды количественных признаков

- **2.1. Дискретный признак:** имеет единицу (квант) изменений. Изменяется резко, ступенчато.
- Например: количество человек в группе, количество денег на счете, количество верно решенных заданий в тесте, баллы ЕГЭ.
- *Формальное ПОЧТИ определение: дискретные признаки отображаются на СЧЕТНОЕ множество.*

# Виды количественных признаков

- **2.2. Континуальный признак:** изменяется бесконечно плавно, не имеет единицы изменения. При изменении признака пробегает ВСЕ бесконечное множество значений от начального до конечного.
- Примеры: температура за окном, время реакции на предъявленный стимул, сила нажатия на клавишу и т.п.
- *Формальное ПОЧТИ определение: континуальные признаки отображаются на несчетное множество.*
- *Формальное ПОЧТИ определение 2: несчетное множество – такое множество, в котором между любыми двумя элементами существует еще хотя бы один элемент этого множества.*

# Проблема измерения континуальных признаков

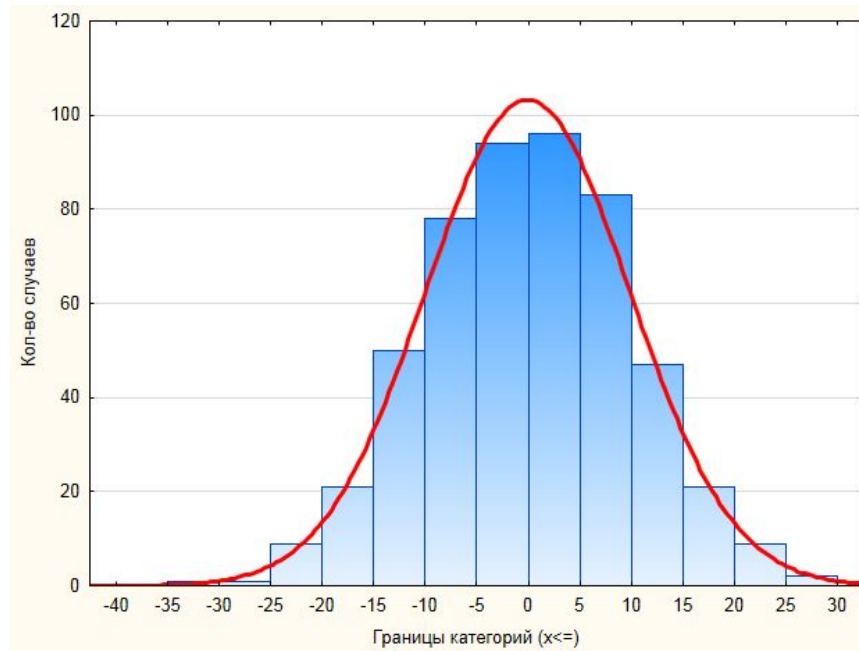
- Любое измерение проводится с конечной точностью; поэтому любой **измеренный** признак представляет собой **дискретную** величину.
- Измерение всегда производится «с точностью до...». Фактически, любое измерение – дискретно.



# Проблема измерения континуальных признаков

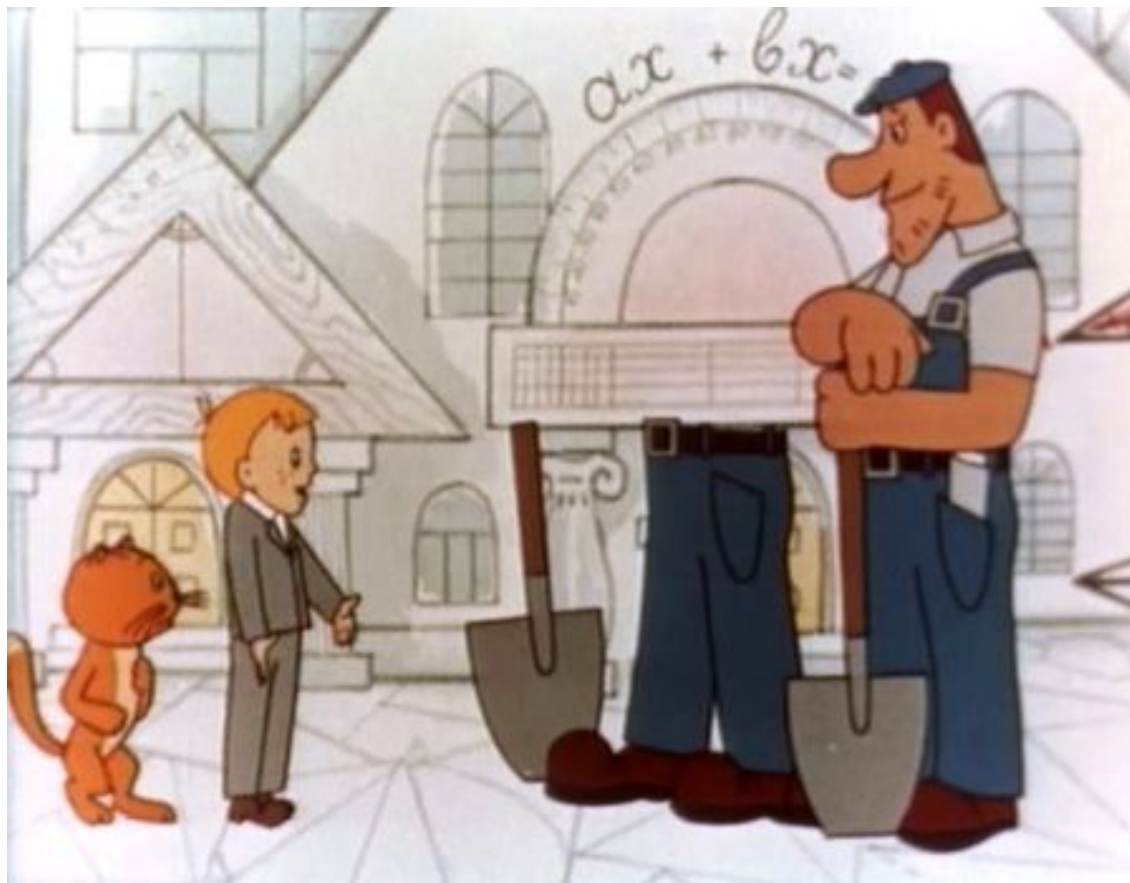
- Если точность измерения достаточно высока, то **дискретное** измерение позволяет создать **континуальную модель** измеренного признака.
- Верно и обратное: любая **континуальная** модель при достаточной «счетности» признака может служить **приближением дискретного** признака.

# Проблема измерения континуальных признаков



- Таким образом, если количество возможных значений признака достаточно велико, с точки зрения теории измерения различия между дискретным и континуальным признаком несущественны.

Что бывает, если забыть о том,  
что признак дискретный?





# Измерение качественного признака

- **Номинативная шкала (шкала категорий)** - шкала, которая позволяет однозначно отнести каждый случай к одной из нескольких выделенных групп. Единственно возможный способ измерения качественных признаков.
- Объединение нескольких качественных признаков в одну номинативную шкалу является ошибкой, затрудняющей дальнейший анализ и интерпретацию данных.
- Для полноценного описания одного качественного признака может потребоваться несколько номинативных шкал или набор бинарных шкал.

# Измерение количественного признака

- **Ранговая (порядковая) шкала** - шкала, которая позволяет упорядочить все наблюдения по возрастанию или убыванию признака.
- Позволяет сказать, в каком из двух случаев признак выражен в большей или меньшей степени, но не позволяет сказать, насколько именно (сравнение носит качественный характер).
- Разнице в одно и то же число может соответствовать совершенно разная величина различий в реальности.

# Измерение количественного признака

- **Метрическая (интервальная) шкала** - шкала, на которой введена метрика – единица измерения.
- Позволяет сказать, в каком из двух случаев признак выражен в большей или меньшей степени, и насколько именно (в единицах измерения, которые позволяют проводить количественное сравнение).
- Разница в одно и то же число является строго одинаковой на всех участках шкалы.

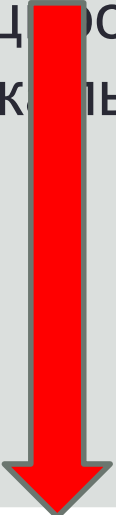
# Виды метрических шкал

- **Шкала равных интервалов** - шкала, на которой введена только метрика.
- На шкале для двух случаев определены только операции сложения и вычитания. Шкала позволяет сказать, насколько более выражен признак в том или ином случае, но не позволяет сказать, во сколько раз.
- **Шкала равных отношений** - шкала, на которой, кроме метрики, определен абсолютный ноль, соответствующий полному отсутствию признака.
- На шкале для двух случаев определены операции сложения вычитания, а также умножения и деления. Позволяет сказать, в каком из двух случаев признак выражен больше или меньше, на сколько именно и во сколько раз.
- С точки зрения используемых в психологии основных статистических методов, различие между видами метрических шкал несущественно.

# Бинарная шкала

- Простейшая шкала, которая принимает только два значения: есть (1) или нет (0).
- Любой качественный признак может быть сведен к набору бинарных шкал.
- В отличие от номинативных шкал, позволяет проводить простейшее сравнение выраженности признака (1 больше, чем 0).

# Сводная таблица шкал измерения

 Мощность шкалы	Бинарная шкала	Категориальные (качественная хар-ка)
	Номинативная шкала	
	Ранговая шкала	Количественные (continuous – основаны на непрерывной модели признака)
	Метрическая шкала	
	- шкала равных интервалов	
	- шкала равных отношений	

Рассмотрение шкалы как ранговой предполагает, что имеется достаточное количество градаций признака (как правило,  $\geq 4-5$ )

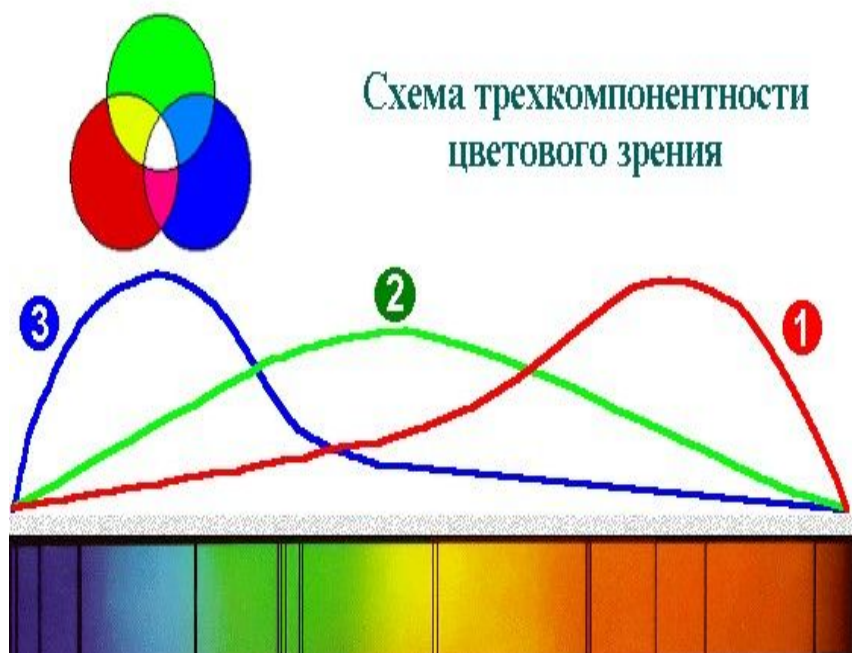
Шкала может рассматриваться как метрическая, если на ней можно определить единицу измерения. Более подробно различие между количественными шкалами будет рассмотрено позже.

# Что такое правильное измерение?

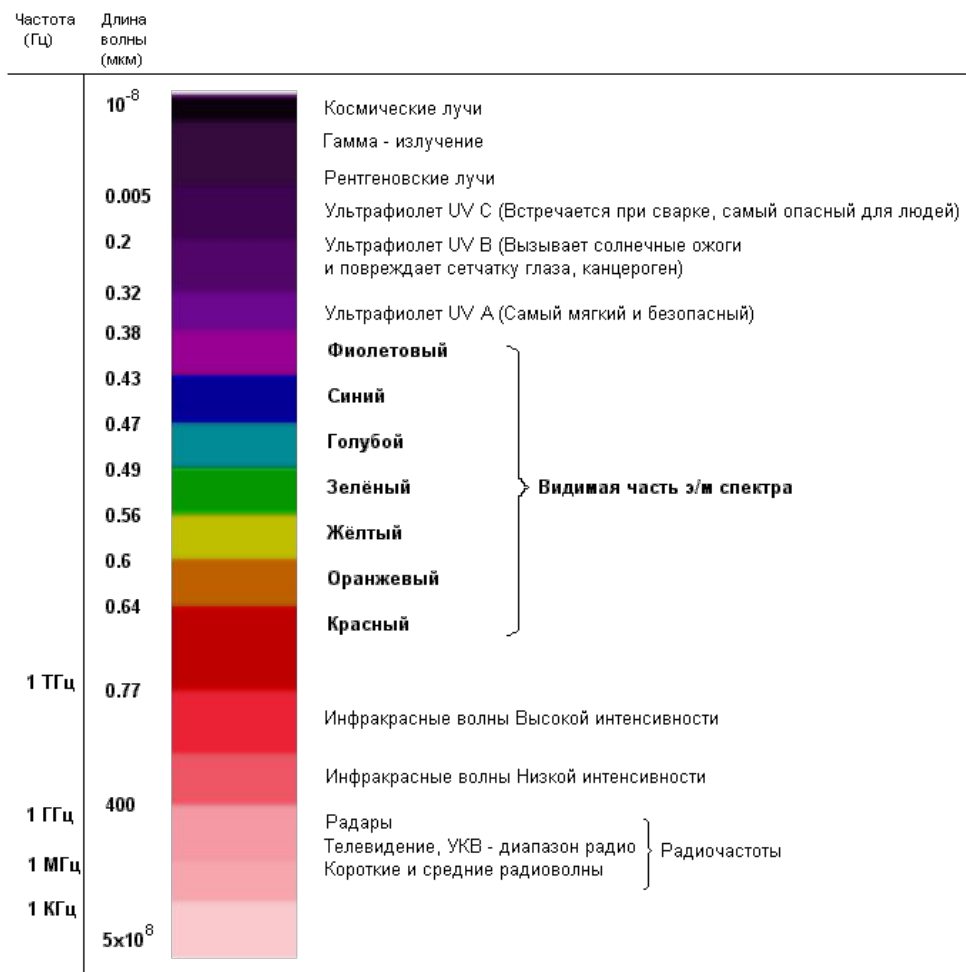
- Правильное измерение – такое измерение, которое позволяет построить полезную в практическом смысле модель.
- Правильное измерение – такое измерение, которое наиболее точно описывает реальность такой, какая она есть.

# Как описать цвет?

Схема трехкомпонентности  
цветового зрения



## Шкала электромагнитного излучения



Длина волны: 1 мкм (1т) = 1/1000 мм

Частота: 1 Гц = число колебаний волны за секунду

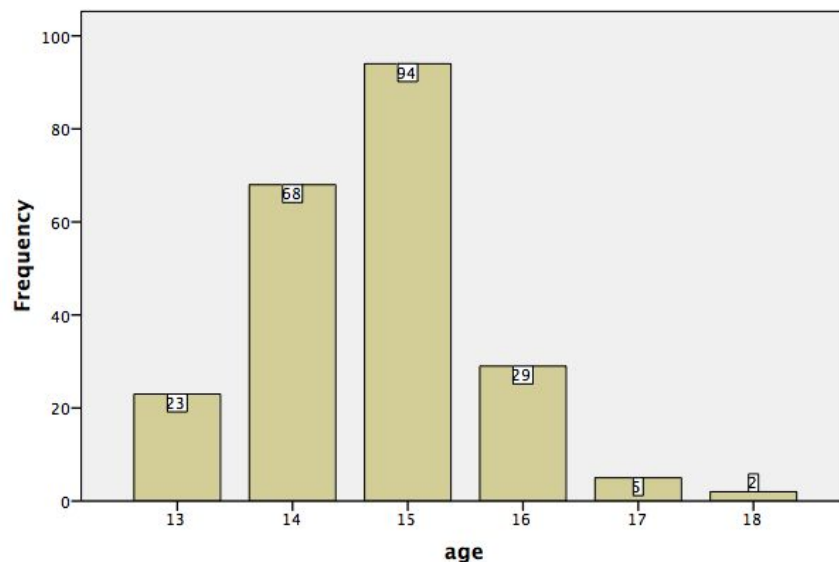


# Основные описательные статистики

- Характеризуют частоту встречаемости разных значений признака.
- Делятся на:
  - Меры центральной тенденции – характеризуют наиболее вероятное значение признака
  - Меры изменчивости признака – характеризуют разброс значений относительно наиболее вероятного признака.

# Меры центральной тенденции: Мода

- Мода (Mo) – наиболее часто встречающееся значение признака.
- Может быть использована для любых переменных.
- Может быть множественной (мультимодальное распределение).
- Для непрерывных (непрерывных) шкал необходима дискретизация (квантование)



# Меры центральной тенденции:

## Медиана

- Медиана (Me) – такое значение признака, меньше которого имеют ровно 50% всех случаев (т.е. разбивает упорядоченный по возрастанию/убыванию ряд значений ровно пополам)
- Медиана для значений 5, 8, 3, 7, 15 равна...
- **7** (3-е место из 5 после упорядочивания по возрастанию)
- Медиана для значений 5, 11, 3, 7, 15, 14 равна...
- **9** (в данном случае мы находим среднее значение между 3 и 4 порядковым номером после упорядочивания по возрастанию:  $(7+11)/2=9$  )

# Меры центральной тенденции: среднее значение

- Среднее (M) :  $M_x = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$
- Общепринятые условные обозначения:
- $x, y, z$  – переменные;
- $a, b, c$  – константы и коэффициенты;
- $i, j$  – индексы (порядковые номера);
- $N$  – объем всей выборки;
- $n, n_1, n_i$  – подвыборки (группы)
- $\sum$  - знак суммы

*Конечное значение индекса суммирования*

- $\sum_{i=1}^N x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_N$

*Слагаемые (с индексом)*

- *Индекс суммирования и его начальное значение*

# Сравнение медианы и среднего

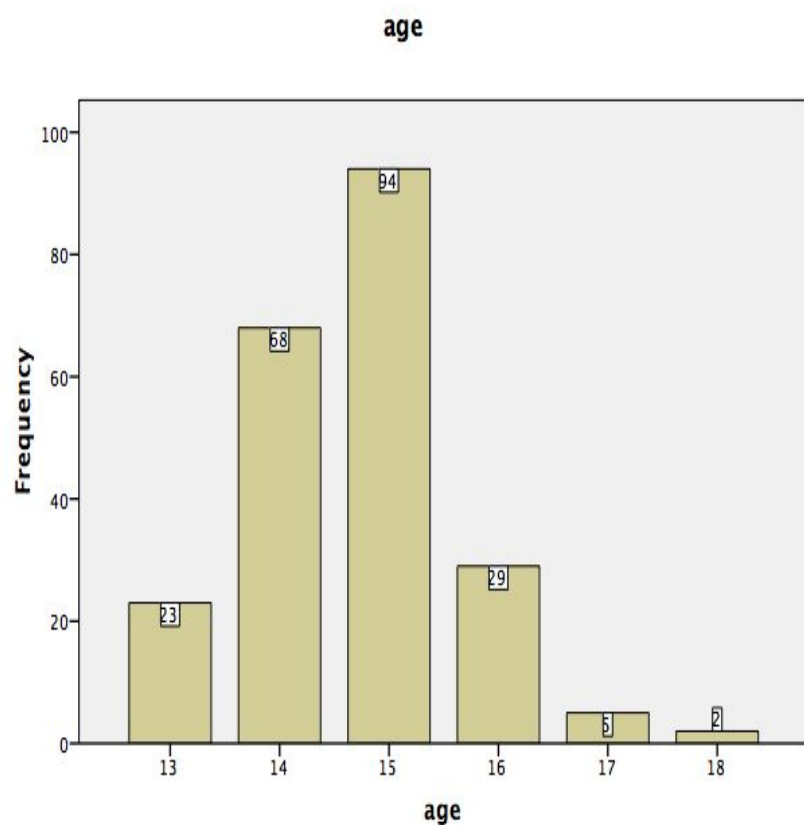
Медиана	Среднее
Игнорирует большую часть данных	Учитывает каждый случай
Нечувствительна к выбросам	Подвержена влиянию выбросов (больше – на выборках меньшего объема)

Выброс – случай с экстремально высоким или низким значением признака.

Рассмотрим выборку из 5 случаев среднемесячной зарплаты (в тыс. руб.): 25, 19, 22, 350, 28. Чему будут равны  $Me$  и  $M$ ?

$Me=25$ ;  $M=88,8$ .

# Изменчивость качественного признака: таблицы частот



Возраст	Кол-во	Сумм. кол-во	Процент	Сумм. процент
13	23	23	10,41	10,41
14	68	91	30,77	41,18
15	94	185	42,53	83,71
16	29	214	13,12	96,83
17	5	219	2,26	99,10
18	2	221	0,90	100,00
<b>ВСЕГО</b>	<b>221</b>	<b>221</b>	<b>100</b>	<b>100</b>

<b>ЧАСТОТЫ</b>	обычная	накопленная	обычная	накопленная
	<b>АБСОЛЮТНЫЕ</b>		<b>ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ</b>	

# Изменчивость порядкового признака: размах

- Полный размах – разница между максимальным и минимальным значением признака.
- Размах =  $x_{max} - x_{min}$
- Минимальное и максимальное значения непосредственно зависят от выбросов; поэтому чаще используются другие виды размахов.

# Изменчивость порядкового признака: квантили и их виды

- Квантили (от «квантовать», «квантование») разбивают количественную шкалу на равномерные по количеству случаев интервалы.
- **Квантили** – такие  **$N-1$**  значений признака, которые разбивают упорядоченный по возрастанию (или убыванию) ряд значений на  **$N$**  интервалов таким образом, что в каждом из них находится ровно одинаковое значение случаев.



# Изменчивость порядкового признака: квантили и их виды

- Для квартилей  $N=4$ .
- 3 квартиля разбивают значения признака на 4 интервалов, в каждом из которых находится ровно 25% случаев
- Средний квартиль – это медиана



- Следует ожидать, что нижний и верхний квартили будут «равноудалены» от медианы. В противном случае говорят об асимметричности распределения.

# Изменчивость порядкового признака: квантили и квантильные размахи

- Для процентилей  $N=100$
- Разбивают значения признака на 100 интервалов, в каждом из которых находится ровно 1% случаев
- Нижний квартиль равен 25 процентилю,
- Медиана – 50-му
- Верхний квартиль – 75-му
- Межквартильный размах:  $x_{75\%} - x_{25\%}$
- Аналогично могут строиться любые другие виды размахов

# Изменчивость метрического признака

- Для метрического признака следует ожидать, что отклонения в большую сторону будут примерно такие же, как и в меньшую (почему так мы объясним, когда будем говорить про нормальное распределение).
- Для каждого случая мы можем высчитать отклонение от среднего:  $x_i - M_x$
- Мы можем высчитать сумму отклонений от среднего:  $\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)$
- Однако это сумма ВСЕГДА равна 0.
- Поэтому в статистике используется сумма квадратов:  $SS = \sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2$

# Изменчивость метрического признака: дисперсия

- Дисперсия генеральной совокупности:  $D_x = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2}{N}$
- Для несмещенной оценки дисперсии генеральной совокупности по выборке используется выборочная дисперсия:  $D_x = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2}{N-1}$
- Преимущество дисперсии: если два признака никак не связаны друг с другом (независимы), то дисперсия суммы равна сумме дисперсий:  $D_{x+y} = D_x + D_y$  (говорят, что дисперсия **аддитивна**)
- Недостаток дисперсии: она измеряет изменчивость признака в квадратах единиц измерения.

# Изменчивость метрического признака: стандартное отклонение

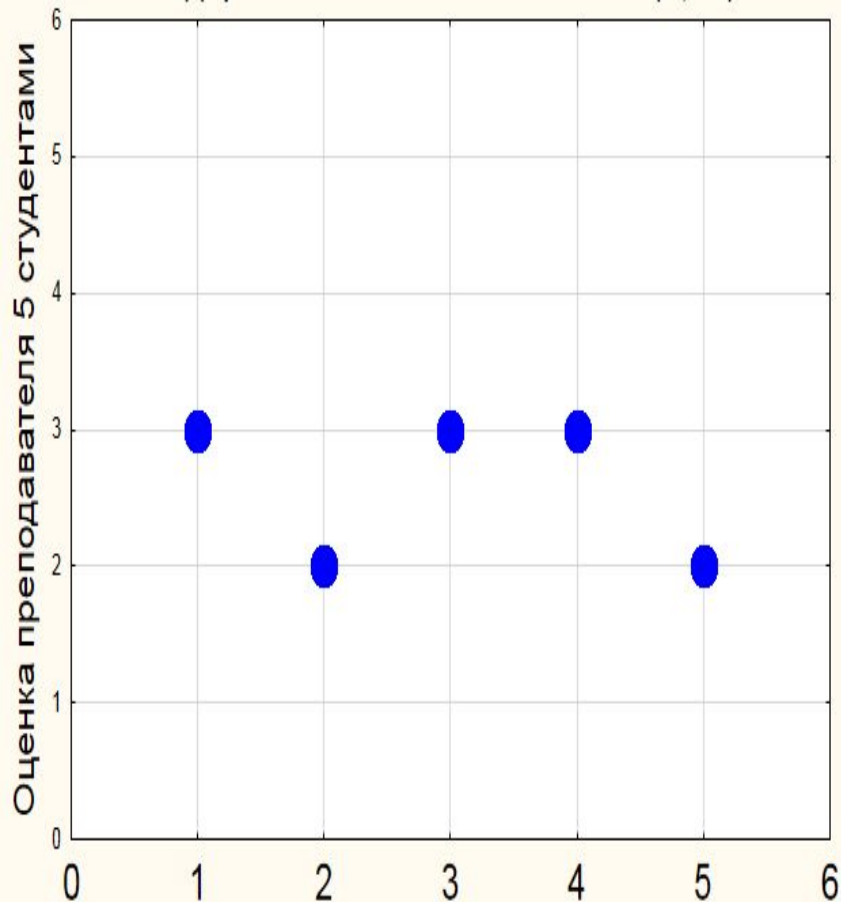
- Стандартное отклонение – это корень из дисперсии (обозначается как  $\sigma$  или SD):

- $$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - M_x)^2}{N-1}}$$

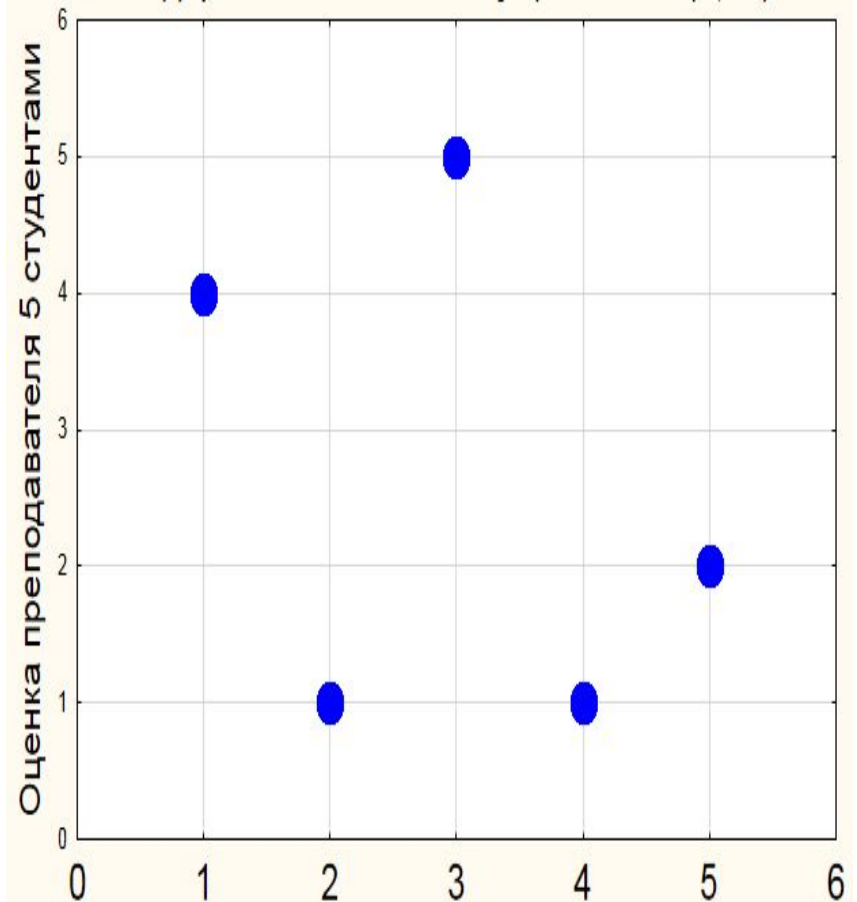
- Стандартное отклонение измеряется с помощью исходных единиц измерения, однако оно не является аддитивным.

# Стандартное отклонение: наглядный пример

Стандартное отклонение невелико (0,55)



Стандартное отклонение существенно (1,82)



# Пример: баллы успеваемости студентов

№ уч-ся	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
балл	44	12	38	43	41	33	40	12	37	35	23	49	28

№ уч-ся	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
балл	51	10	6	14	33	28	24	39	24	24	40	45	55

№ уч-ся	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
балл	46	33	31	49	35	41	39	42	52	16	46	8	39

№ уч-ся	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
балл	51	33	38	44	4	6	43	48	21	8	41	53

# Таблица частот

Балл	Кол-во	Сумм. кол-во	Процент	Сумм. процент
4	1	1	1,96	1,96
6	2	3	3,92	5,88
8	2	5	3,92	9,80
10	1	6	1,96	11,76
12	2	8	3,92	15,69
14	1	9	1,96	17,65
16	1	10	1,96	19,61
21	1	11	1,96	21,57
23	1	12	1,96	23,53
24	3	15	5,88	29,41
28	2	17	3,92	33,33
31	1	18	1,96	35,29
33	4	22	7,84	43,14
35	2	24	3,92	47,06
37	1	25	1,96	49,02

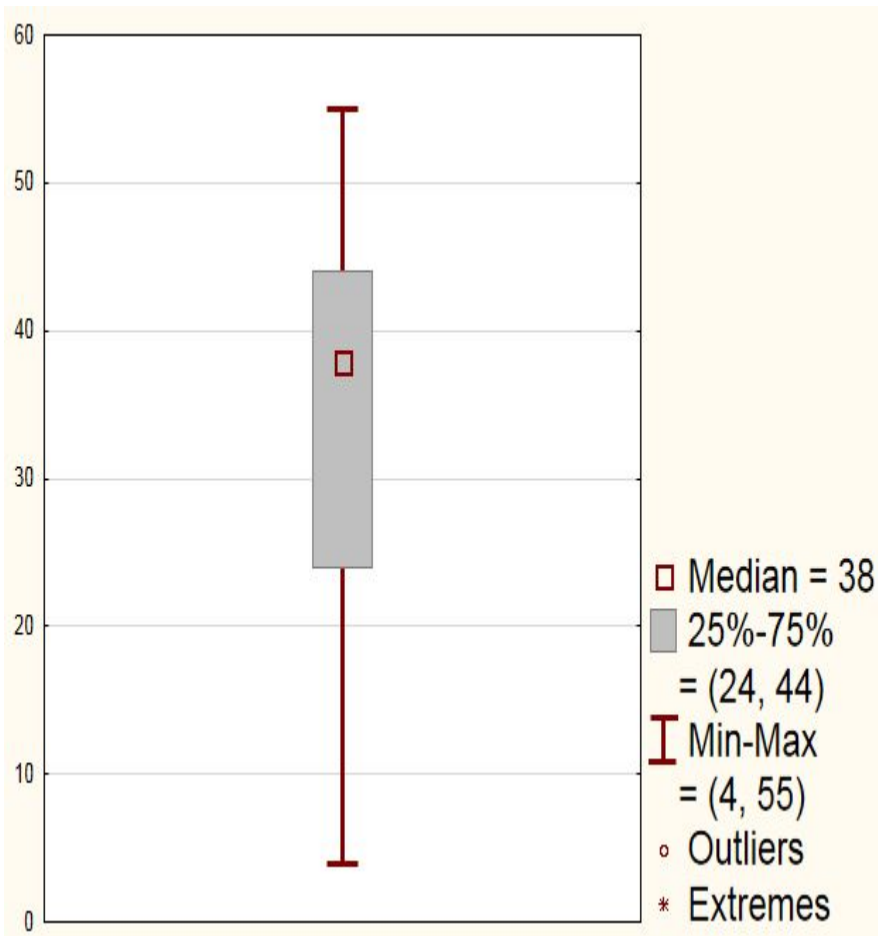
Балл	Кол-во	Сумм. кол-во	Процент	Сумм. процент
38	2	27	3,92	52,94
39	3	30	5,88	58,82
40	2	32	3,92	62,75
41	3	35	5,88	68,63
42	1	36	1,96	70,59
43	2	38	3,92	74,51
44	2	40	3,92	78,43
45	1	41	1,96	80,39
46	2	43	3,92	84,31
48	1	44	1,96	86,27
49	2	46	3,92	90,20
51	2	48	3,92	94,12
52	1	49	1,96	96,08
53	1	50	1,96	98,04
55	1	51	1,96	100,00



# Описательные статистики

- $Me=38$
- Нижний квартиль = 24
- Верхний квартиль = 44
  
- $M=33,23529$
- $\sigma=14,32$

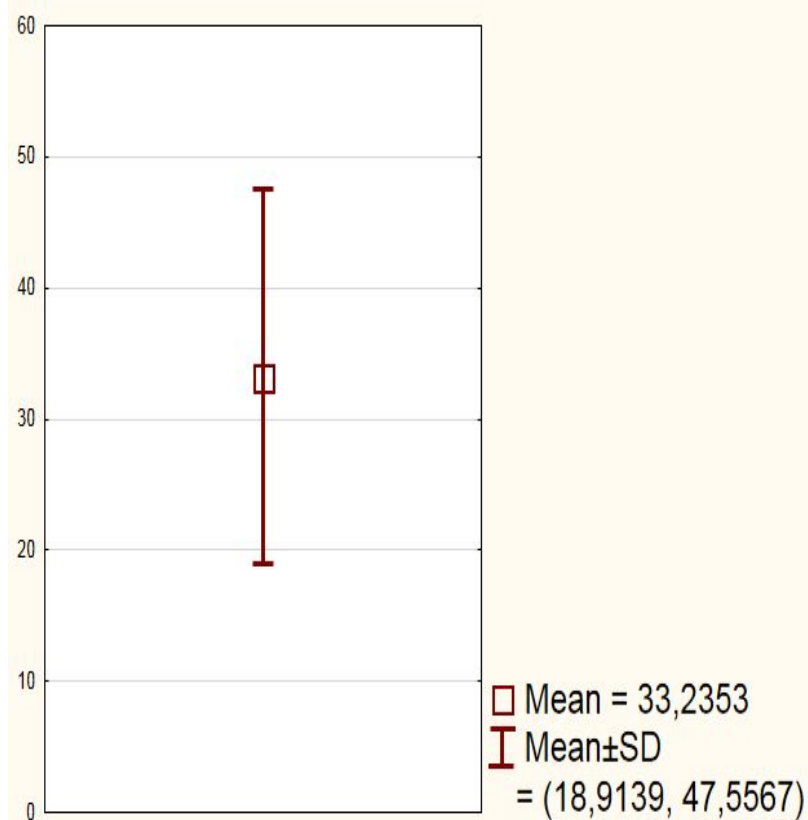
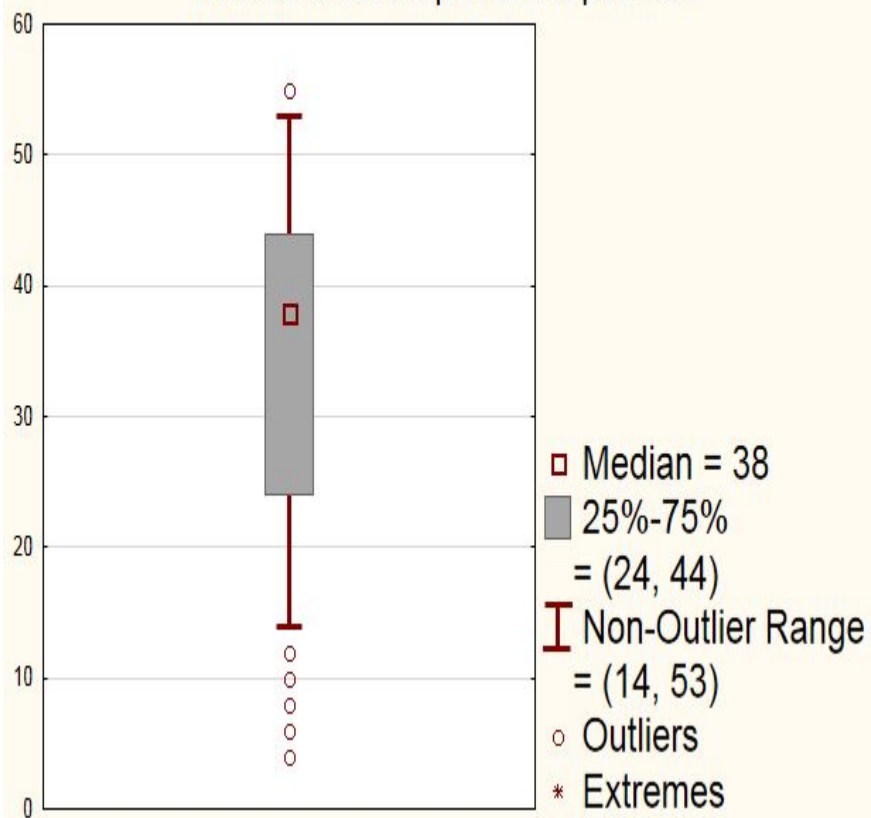
# Ящичковые диаграммы



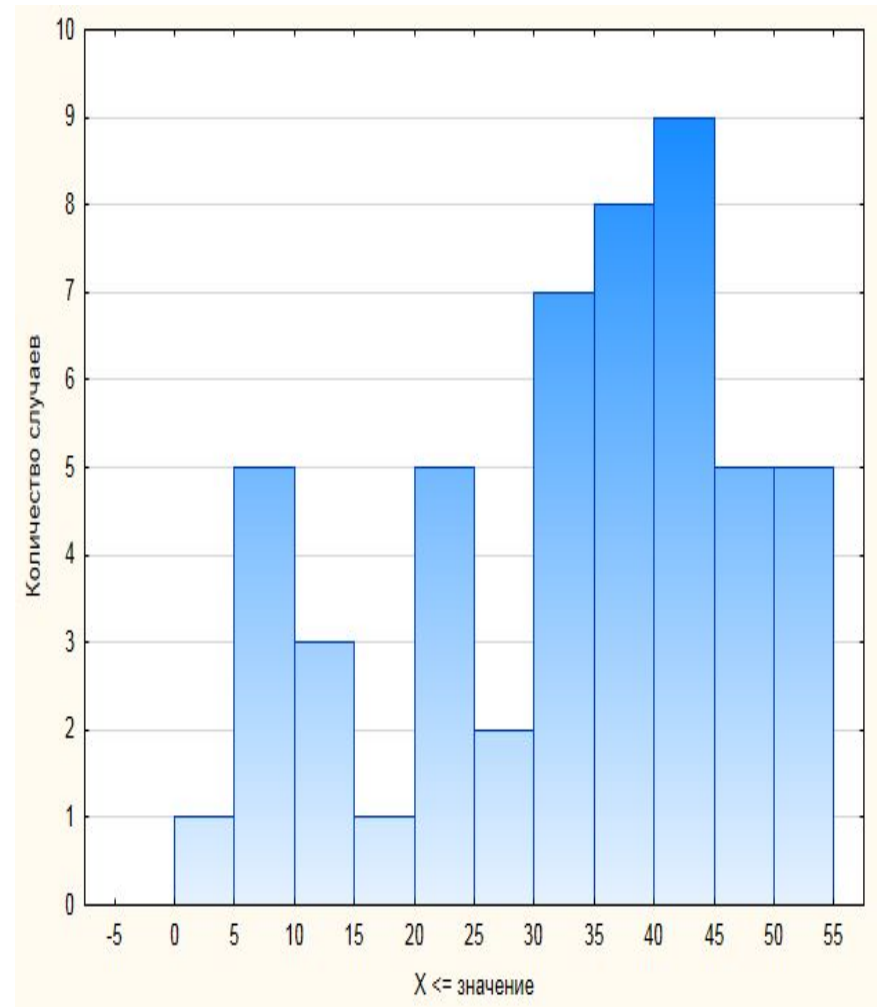
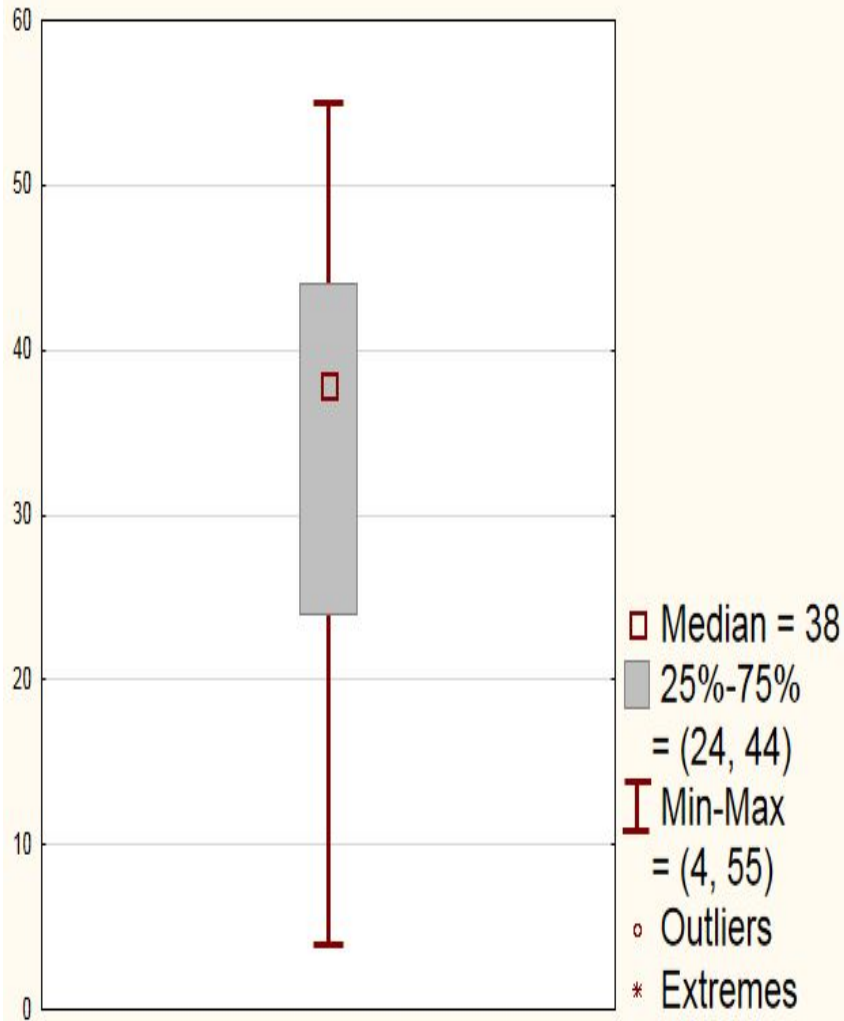
- «Нормальный» диапазон для ранговых шкал основан на межквартильном размахе.
- Верхняя граница «нормального» диапазона равна верхнему квартилю +1,5 межквартильного размаха;
- Нижняя граница «нормального» диапазона равна нижнему квартилю -1,5 межквартильного размаха
- Для метрических шкал «допустимый» диапазон определяется на основании стандартного отклонения

# Сравнение ящичковых диаграмм

Критерий выбросов:  
половина межквартильного размаха



# Ящичковые диаграммы и гистограммы



# Описание полученных результатов

- Для категориальных переменных: указывайте абсолютный объем выборки и **относительные частоты** (например: выборка составила 51 человек, из них 23,5% мужчин и 76,5% женщин).
- Для количественных переменных, которые Вы рассматриваете как ранговые (порядковые): указывайте **медиану, минимум, максимум и квартили**. (Например:  $Me=38$ ;  $min=2$ ;  $max=55$ ; н.кв.=24; в.кв.=44)
- Для количественных переменных, которые Вы рассматриваете как метрические, **всегда** указывайте **среднее и стандартное отклонение** (например:  $M=33,24$ ;  $\sigma=14,32$ )
- **Всегда** старайтесь использовать ящичковые диаграммы и их варианты (отображать меры изменчивости признака)