

# Логарифмическая функция. Её свойства и график

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

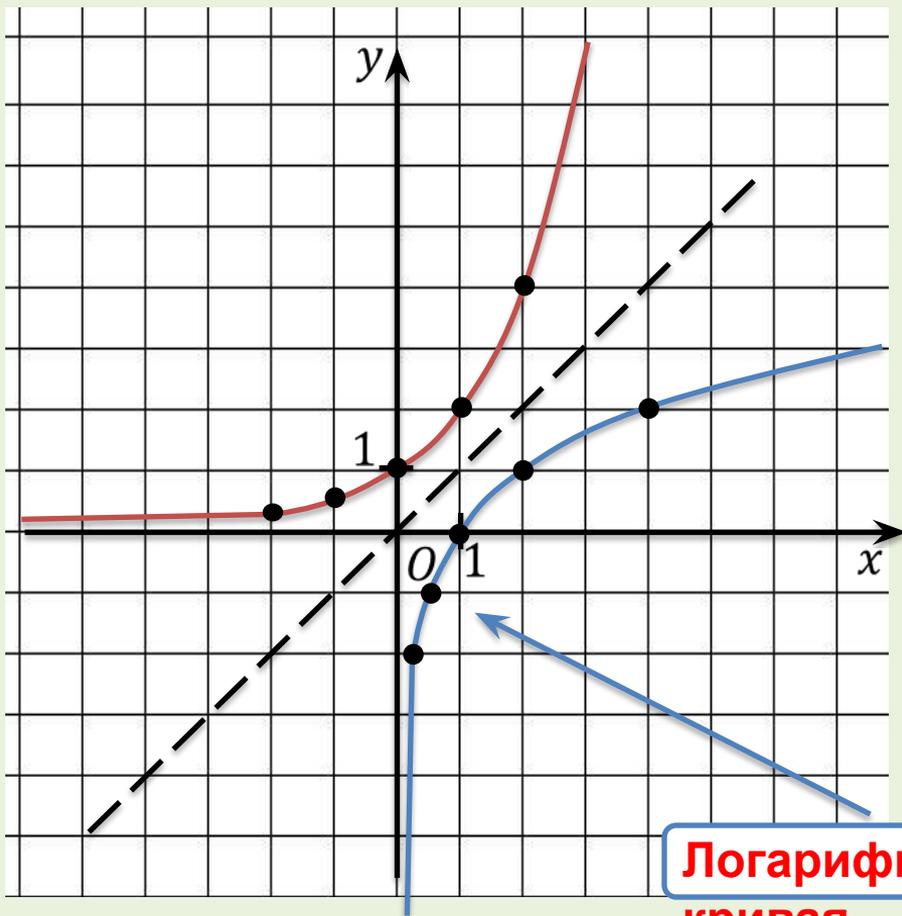
$$b > 0 \rightarrow \log_a b$$

$$y = \log_a x, x \in (0; +\infty)$$

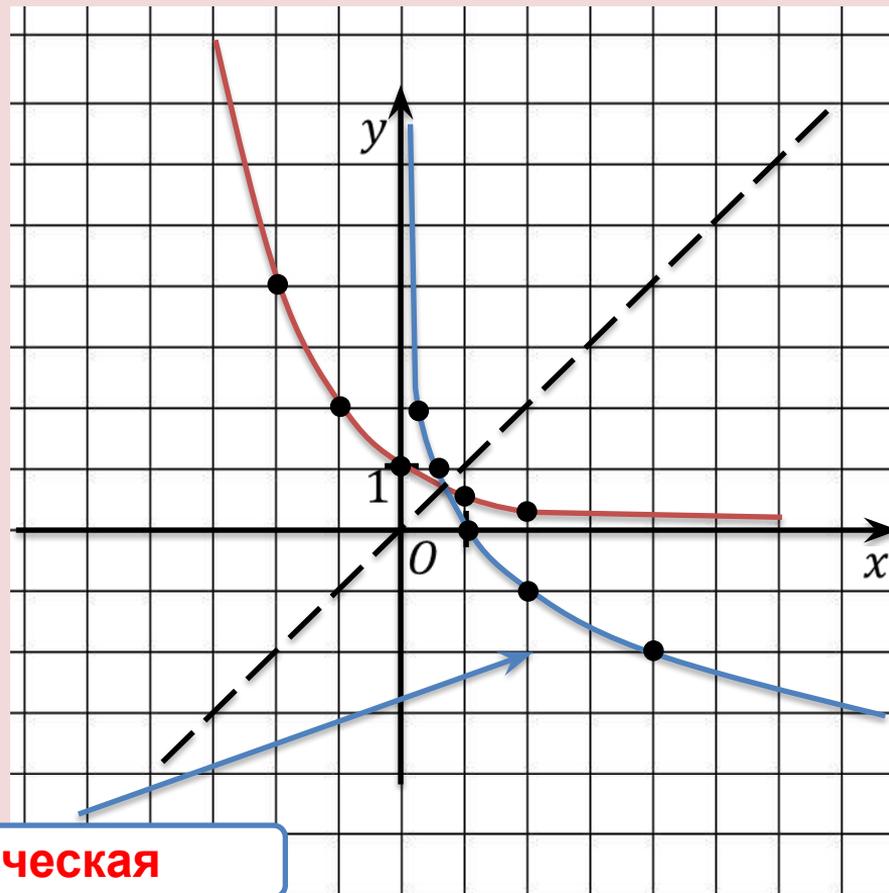
$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

$$y = a^x \Rightarrow x = \log_a y$$
 – обратная для функции

$$y = a^x, a > 1$$

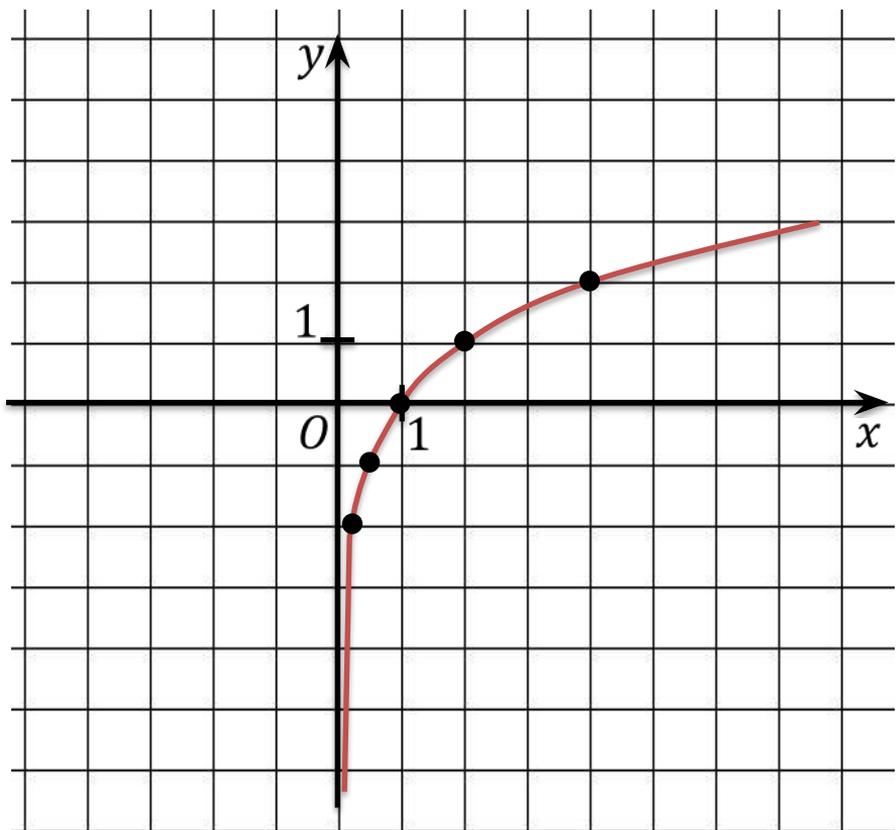


$$y = a^x, 0 < a < 1$$



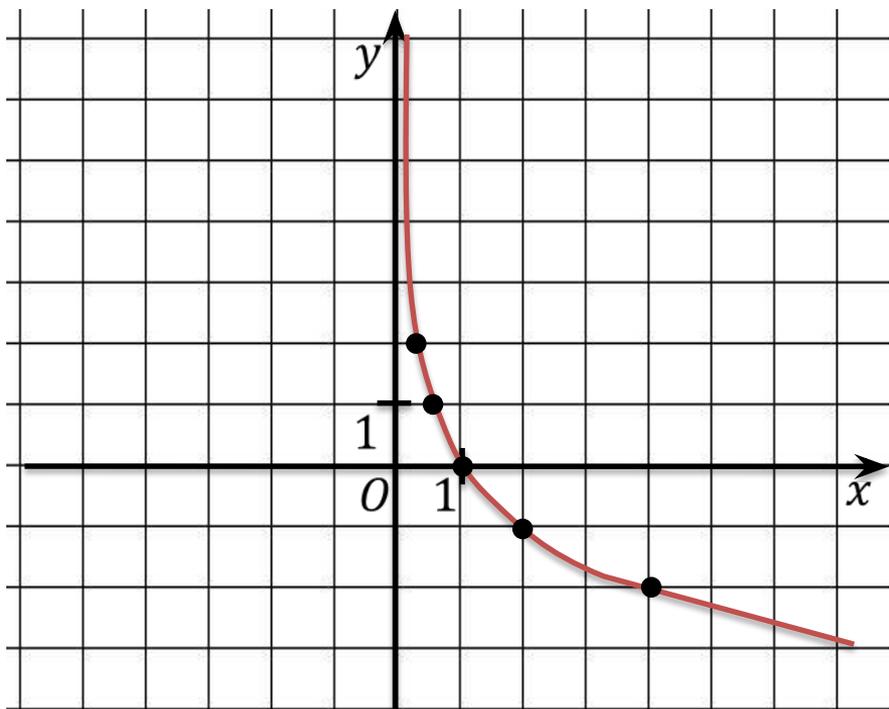
**Логарифмическая  
кривая**

$$y = \log_a x, a > 1$$



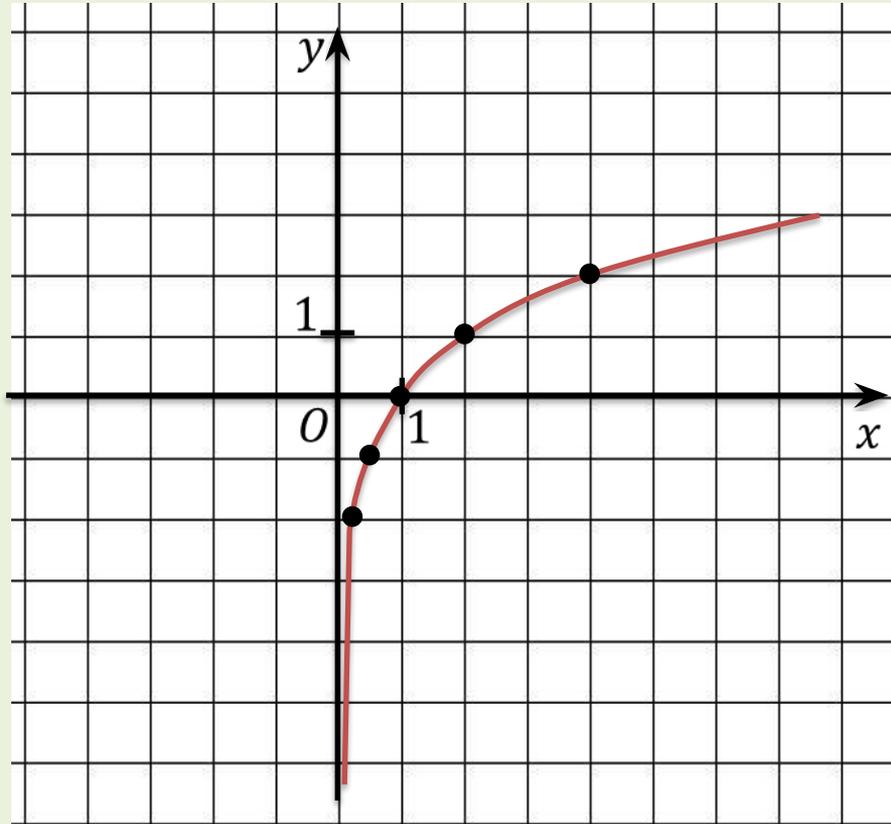
1.  $D(y) = (0; +\infty)$
2.  $E(y) = R$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция возрастает на  $D(y)$
5. функция не ограничена ни сверху, ни снизу
6.  $y_{\text{наиб}}$ ,  $y_{\text{наим}}$  – не существует
7. функция непрерывная
8. функция выпукла вверх

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x, 0 < a < 1$$

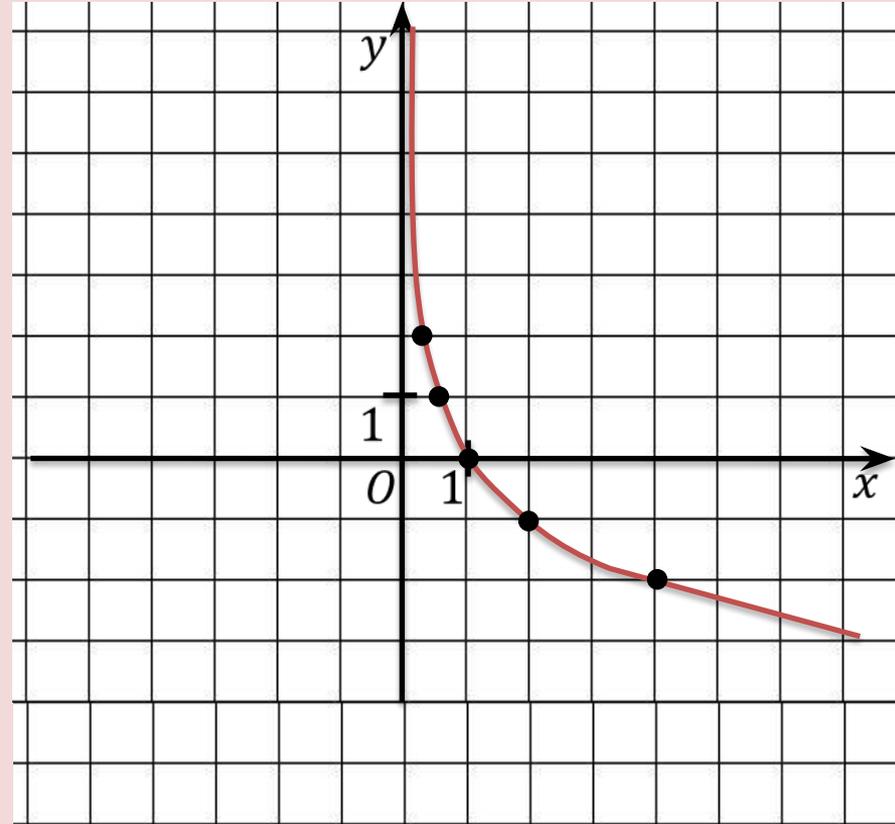


1.  $D(y) = (0; +\infty)$
2.  $E(y) = (-\infty; +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция убывает на  $D(y)$
5. функция не ограничена ни сверху, ни снизу
6.  $y_{\text{наиб}}$ ,  $y_{\text{наим}}$  – не существует
7. функция непрерывная
8. функция выпукла вниз

$$y = \log_a x, a > 1$$



$$y = \log_a x, 0 < a < 1$$



# Пример:

$$\log_a a^c = c$$

Найти значение логарифмической функции  $y = \log_2 x$  в точках  $x_1 = \frac{2}{\sqrt{8}}$   
 $x_2 = 16\sqrt{128}$ .

Решение:

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{1-\frac{3}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}} \\ \log_2 &= -\frac{1}{2} \\ &= 2^4 \cdot 2^{\frac{7}{2}} = 2^{4+3,5} = 2^{7,5} \\ \log_2 &= 7,5 \end{aligned}$$

# Пример:

Сравнить числа  $\log_4 7$  и  $\log_4 23$ .

Решение:

$4 > 1 \Rightarrow y = \log_4 x$  – возрастает

$7 < 23 \Rightarrow \log_4 7 < \log_4 23$

# Пример:

Сравнить числа  $\log_{\frac{2}{3}} 0,8$  и  $\log_{\frac{2}{3}} 1$ .

Решение:

$$\frac{2}{3} < 1 \Rightarrow y = \log_{\frac{2}{3}} x - \text{убывает}$$

$$0,8 < 1 \Rightarrow \log_{\frac{2}{3}} 0,8 > \log_{\frac{2}{3}} 1$$

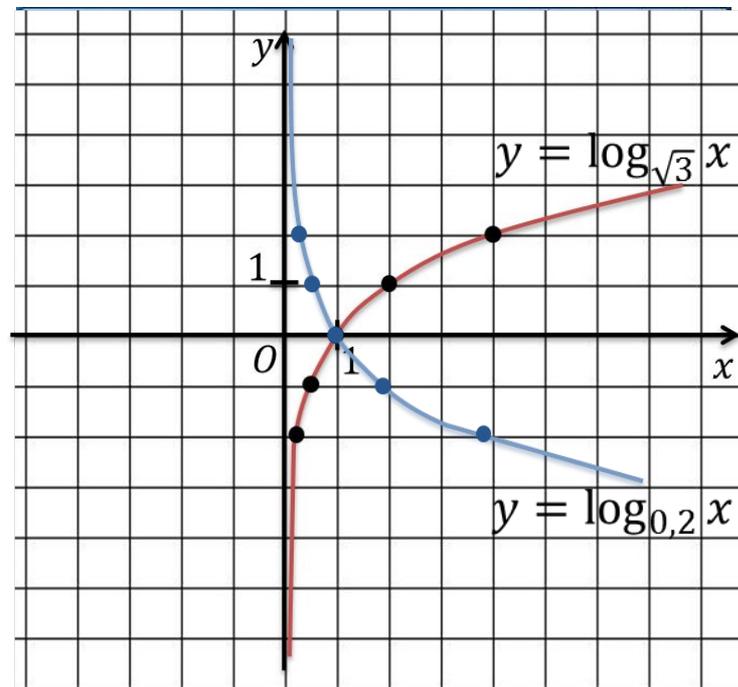
# Пример:

Схематично построить графики функций  $y = \log_{\sqrt{3}} x$  и  $y = \log_{0,2} x$ .

Решение:

$$\sqrt{3} \approx 1,73 > 1$$

$$0 < 0,2 < 1$$



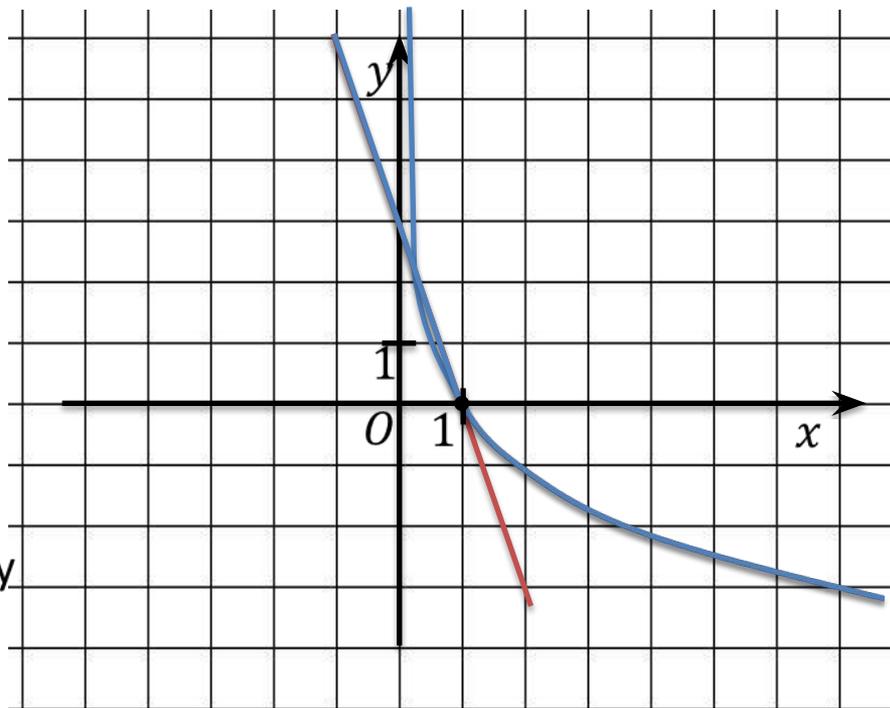
# Пример:

Построить и прочесть график функции

$$f(x) = \begin{cases} -3x + 3, & \text{при } x \leq 1 \\ \log_{\frac{1}{3}} x, & \text{при } x > 1 \end{cases}.$$

Решение:

1.  $D(y) = (-\infty; +\infty)$
2.  $E(y) = (-\infty; +\infty)$
3. функция не является ни четной, ни нечетной
4. функция убывает на  $R$
5. функция не ограничена ни сверху, ни снизу
6.  $y_{\text{наиб}}$ ,  $y_{\text{наим}}$  – не существует
7. функция непрерывная на  $R$
8. функция выпукла вниз при  $x \in (1; +\infty)$



# Пример:

Найти область определения функции  $y = \log_6(4x - 1)$ .

Решение:

$$4x - 1 > 0$$

$$4x > 1$$

$$x > \frac{1}{4}$$

$$x \in \left( \frac{1}{4}; +\infty \right)$$

Функцию вида  $y = \log_a x$ , где  $a > 0$  и  $a \neq 1$ , называют **логарифмической функцией**.

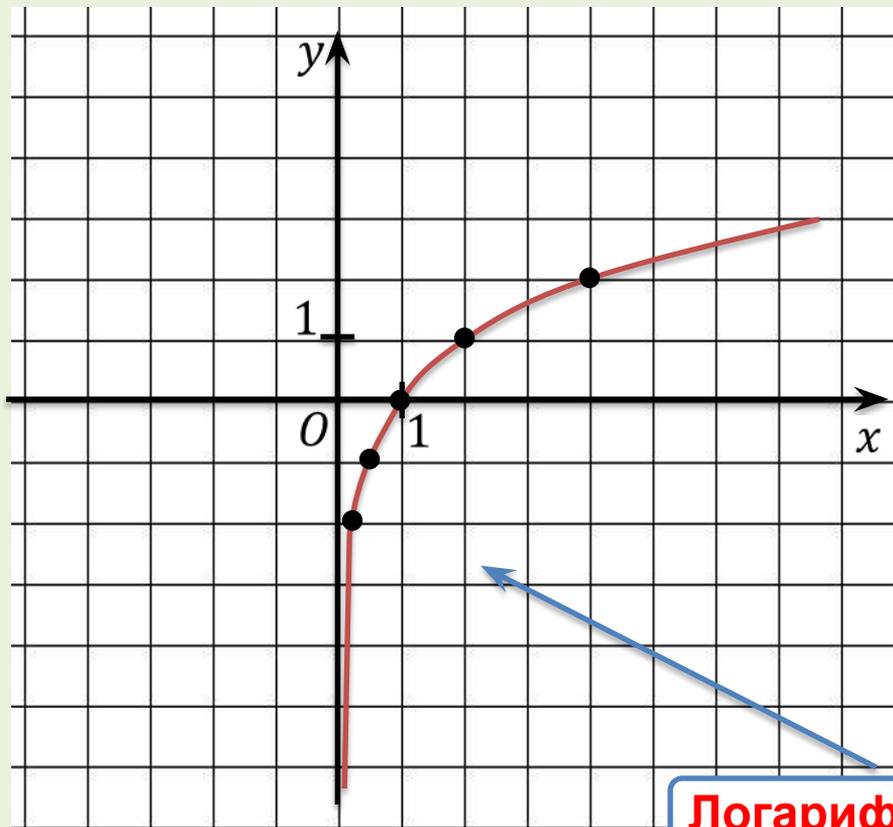
Возрастает

Убывает

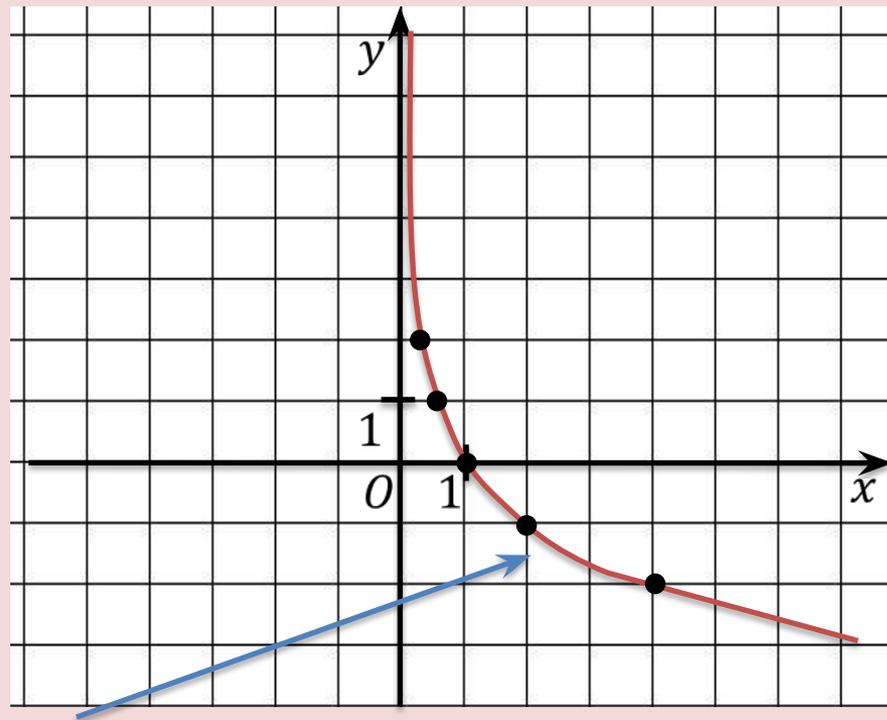
Непрерывна

Непрерывна

$$y = \log_a x, a > 1$$



$$y = \log_a x, 0 < a < 1$$



Логарифмическая  
кривая