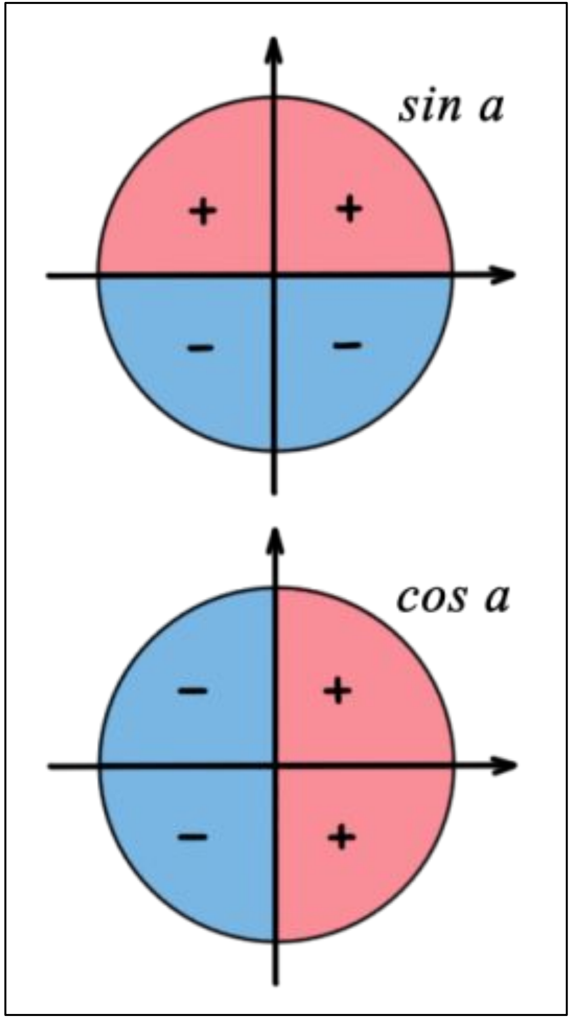
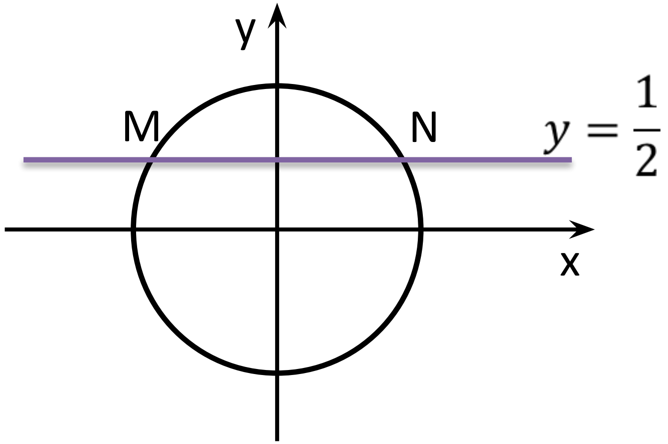



# Синус и косинус.

# Решите устно:

- Найти на числовой окружности точки с ординатой $y = \frac{1}{2}$ и записать, каким числам t они соответствуют.



- Если точка М числовой окружности соответствует числу t, то абсциссу точки М называют косинусом числа t и обозначают cos t, а ординату точки М называют синусом числа t и обозначают sin t.

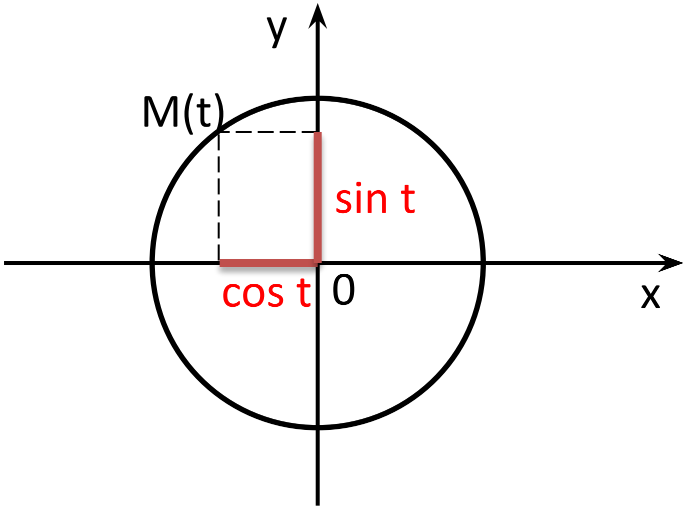
если M(t)=M(x; y), то

x=cost,

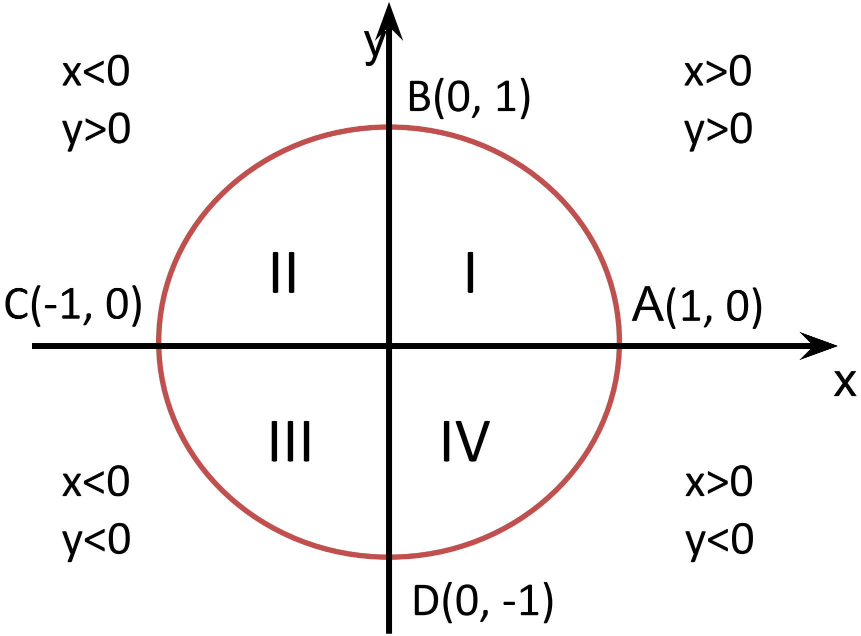
y=sin t.

$$-1 \leq \sin t \leq 1,$$

$$-1 \leq \cos t \leq 1.$$



# Таблица знаков синуса и косинуса по четвертям окружности




| | Четверть окружности | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1-я | 2-я | 3-я | 4-я |
| cos t | + | - | - | + |
| sin t | + | + | - | - |

Уравнение числовой окружности имеет вид $x^2 + y^2 = 1$, применив формулы x=cos t, y=sin t, получим важное равенство, связывающее sin t и cos t:

$$cos^2 t + sin^2 t = 1.$$

## Координаты основных точек первого макета

| | **0** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 1 | | 0 | | -1 | | 0 | | 1 |
| y | 0 | | 1 | | 0 | | -1 | | 0 |

## Значения sin t, cos t для основных точек первого макета

| t | **0** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cos t | 1 | | 0 | | -1 | | 0 | | 1 |
| sin t | 0 | | 1 | | 0 | | -1 | | 0 |

## Координаты основных точек второго макета

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| x | | | | | | | | |
| y | | | | | | | | |

## Значения sin t, cos t для основных точек второго макета

| t | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cos t | | | | | | | | |
| sin t | | | | | | | | |

# Пример:

- Вычислить cos t и sin t, если: $t = -\frac{37\pi}{3}$.

Решение:

$$t = -\frac{37\pi}{3} = -\frac{42\pi - 5\pi}{3} = -7 \cdot (2\pi) + \frac{5\pi}{3}$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \qquad \cos\left(-\frac{37\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \sin\left(-\frac{37\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

| t | |
|---|---|
| cos t | |
| sin t | |

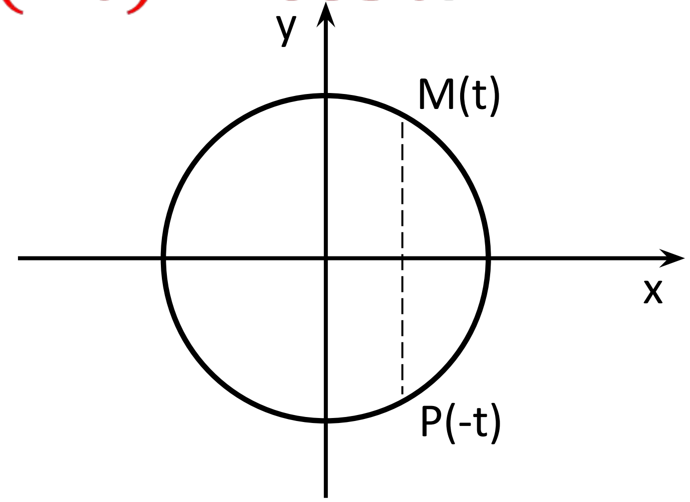
- **Свойство 1:** Для любого значения t справедливы равенства:

$$\sin(-t) = -\sin t,$$
$$\cos(-t) = \cos t.$$

Доказательство:

$\cos(-t) = \cos t$,

$\sin(-t) = -\sin t$.



Свойство 2: Для любого значения t справедливы равенства:

$$\sin(t + 2\pi k) = \sin t\,;$$

$$\cos(t + 2\pi k) = \cos t.$$

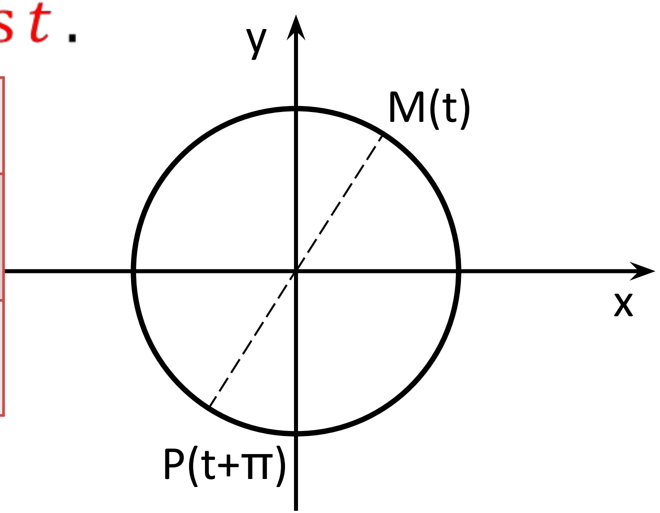
**Свойство 3:** Для любого значения t справедливы равенства:

$$\sin(t+\pi) = -\sin t\,,$$
$$\cos(t+\pi) = -\cos t\,.$$

Например,

$$\sin\frac{7\pi}{6} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$
$$\cos\frac{5\pi}{4} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

| t | |
|---|---|
| cos t | |
| sin t | |




Доказательство:

$$\cos(t+\pi) = -\cos t\,,$$
$$\sin(t+\pi) = -\sin t.$$

Свойство 4: Для любого значения t справедливы равенства:

$$\sin\left(t+\frac{\pi}{2}\right)=\cos t,$$

$$\cos\left(t+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin t.$$

# Доказательство
:

◡$AM$=◡BP ⟹ $\Delta\, OKM = \Delta\, OLP$

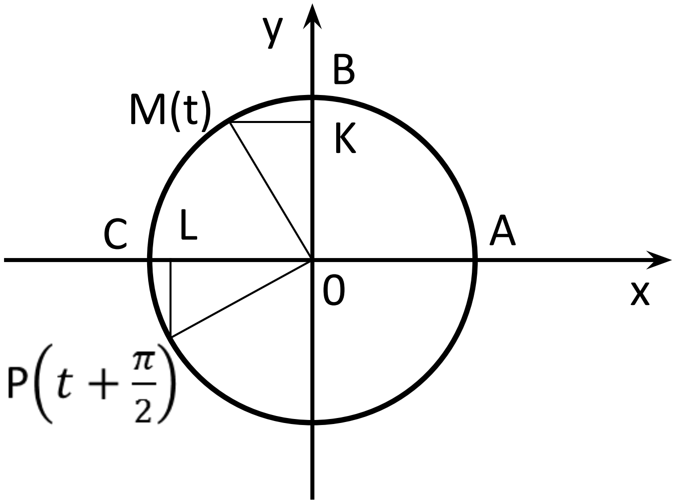
$OK = OL$

$MK = PL$

⟹

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t$$

$$\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t$$



# Пример:

- Доказать тождество: $\sin(\pi - t) = \sin t$ .

Решение:

$\sin(\pi - t) = \sin(-t + \pi)$ .

$\sin(t + \pi) = -\sin t$

Применив свойство 3, получим:

$\sin(-t + \pi) = -\sin(-t)$ .

Применив свойство 1, получим:

$-\sin(-t) = \sin t \Rightarrow \sin(\pi - t) = \sin t$.