



Решение типовых задач по теме «Числовая окружность в координатной плоскости»

Повторим

Координаты основных точек
первого макета

	0								
x	1		0		-1		0		1
y	0		1		0		-1		0

Координаты основных точек
второго макета

x									
y									

Если точка M числовой окружности соответствует числу t , то она соответствует и числу вида $t+2\pi k$, где k – любое целое число ($k \in \mathbb{Z}$).

$$M(t) = M(t+2\pi k), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Задача

Центр числовой окружности совпадает с началом координат на координатной плоскости xOy . Найдите декартовы координаты заданных точек: а) $M\left(\frac{\pi}{4}\right)$; б) $N\left(-\frac{26\pi}{3}\right)$.

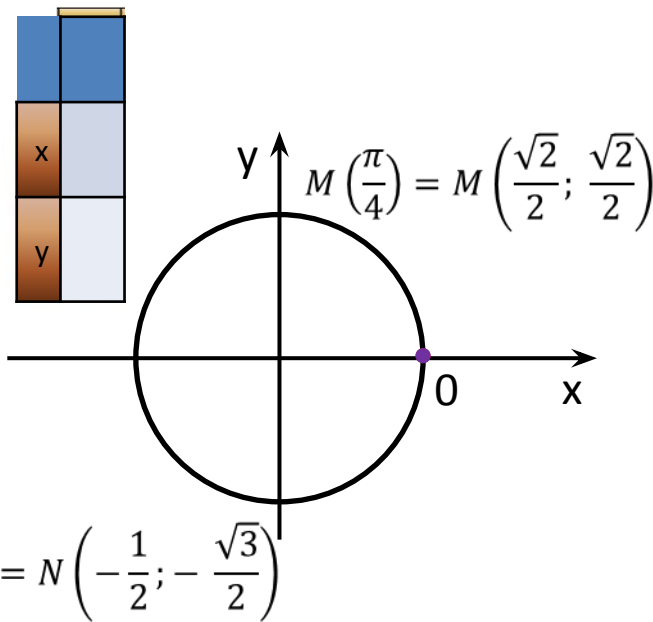
Решение:

а) $\frac{\pi}{4}$ — точка первого макета

$$M\left(\frac{\pi}{4}\right) = M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{б) } -\frac{26\pi}{3} &= -\frac{24\pi + 2\pi}{3} = \\ &= -\left(8\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = 4 \cdot (-2\pi) - \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

$$N\left(-\frac{26\pi}{3}\right) = N\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$



Задача

Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует точка с координатами:

а) $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$; б) $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Решение:

а) Точка $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ соответствует семейству точек $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

$$k = -1$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k = \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot (-1) = \frac{\pi}{6} - 2\pi = -\frac{11\pi}{6}$$

$$k = 0$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k = \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot 0 = \frac{\pi}{6} + 0 = \frac{\pi}{6}$$

Ответ: $\min_+ = \frac{\pi}{6}, \max_- = -\frac{11\pi}{6}$

	$\frac{\pi}{6}$
x	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
y	$\frac{1}{2}$

6) Точка $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ соответствует семейству точек $\frac{5\pi}{3} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

$$k = -1$$

$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi k = \frac{5\pi}{3} + 2\pi \cdot (-1) = \frac{5\pi}{3} - 2\pi = -\frac{\pi}{3}$$

$$k = 0$$

$$\frac{5\pi}{3} + 2\pi k = \frac{5\pi}{3} + 2\pi \cdot 0 = \frac{5\pi}{3} + 0 = \frac{5\pi}{3}$$

x	
y	

Ответ: $\min_+ = \frac{5\pi}{3}, \max_- = -\frac{\pi}{3}$

Задача

Найдите на числовой окружности точки с данной ординатой и запишите, каким числом t они соответствуют: а) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $y = -1$.

Решение:

а) проведем прямую $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

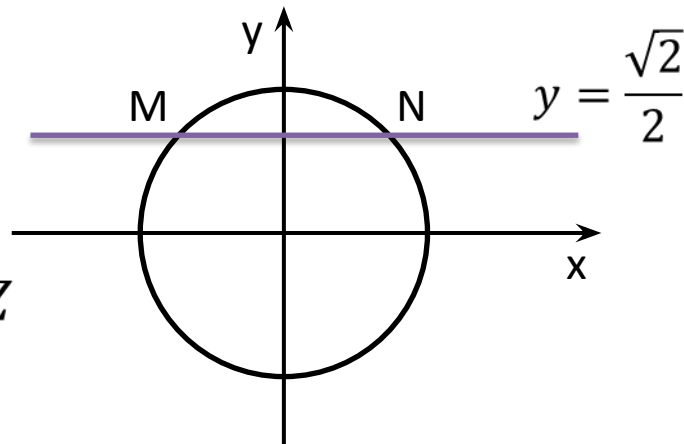
$$M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \text{ и } N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = M\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$N\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = N\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } M\left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi k\right), N\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

x		
y		



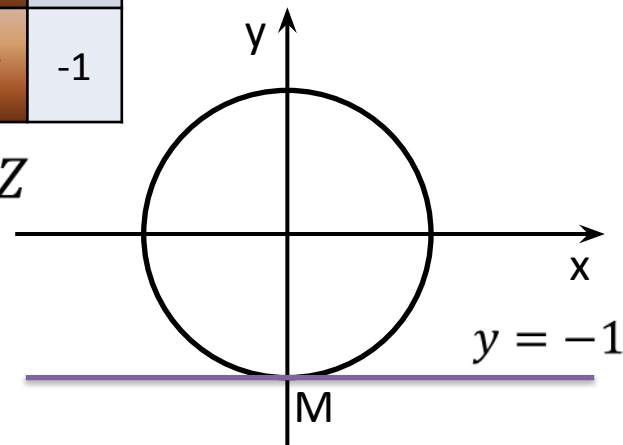
6) Проведем прямую $y = -1$.

$M(0; -1)$

$$M(0; -1) = M\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$M\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right) = M\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right) \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

x	0
y	-1



Ответ: $M\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

Задача

Найдите на числовой окружности точки с данной абсциссой и запишите, каким числом t они соответствуют: а) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $x = -1$.

Решение:

а) проведем прямую $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

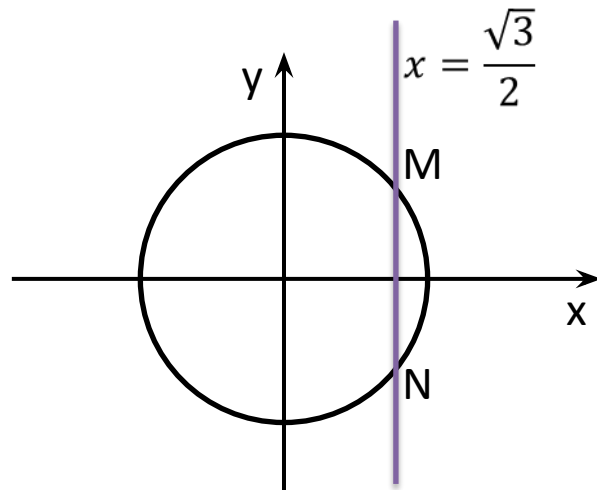
$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ и $N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

$N\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right) = N\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

$N\left(\frac{11\pi}{6} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$ где $k \in \mathbb{Z}$

x		
y		



Ответ: $M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), N\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

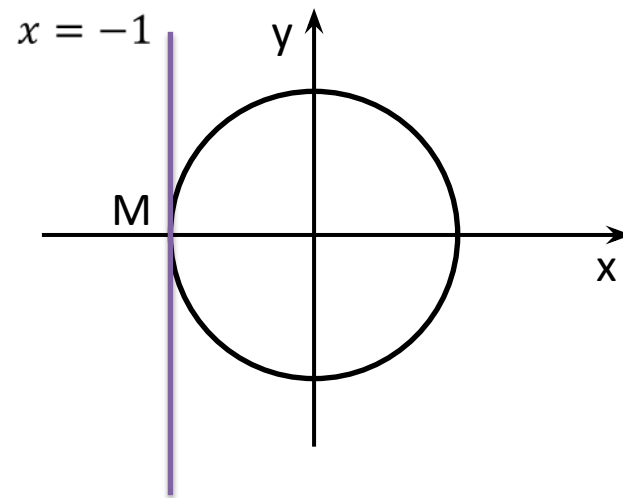
б) проведем прямую $x = -1$.

$M(-1; 0)$

x	-1
y	0

$$M(-1; 0) = M(\pi + 2\pi k), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $M(\pi + 2\pi k)$, где $k \in \mathbb{Z}$



Задача

Укажите знаки абсциссы и ординаты точки числовой окружности: а) $E(2)$; б) $L(6)$.

Решение:

а) Определим какой четверти числовой окружности принадлежит число 2.

$$\pi \approx 3,14$$

$$\frac{\pi}{2} \approx 1,57$$

$$\frac{2}{\pi} < 2 < \pi$$

$$x < 0, y > 0$$

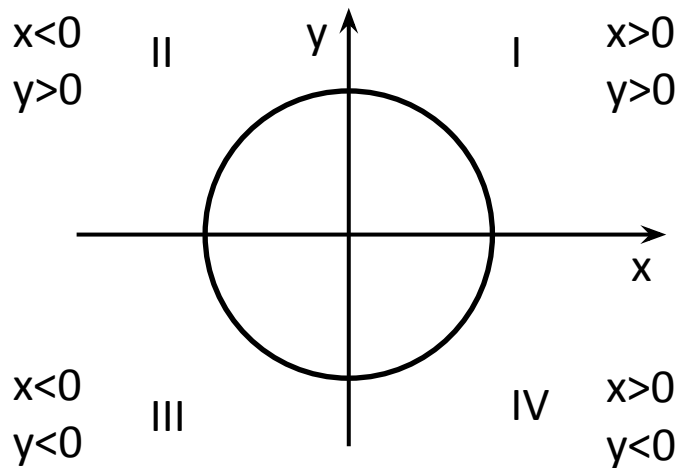
б) Определим какой четверти числовой окружности принадлежит число 6.

$$\frac{3\pi}{2} \approx 4,71$$

$$2\pi \approx 6,28$$

$$\frac{3\pi}{2} < 6 < 2\pi$$

$$x > 0, y < 0$$



Задача

Найдите на числовой окружности точки с абсциссой, удовлетворяющей заданному неравенству, и запишите, каким числом t они соответствуют: а) $x > 0$, б) $x < \frac{1}{2}$.

Решение:

а) построим прямую $x = 0$.

$M(0; 1)$ и $N(0; -1)$

$M(0; 1) = M\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

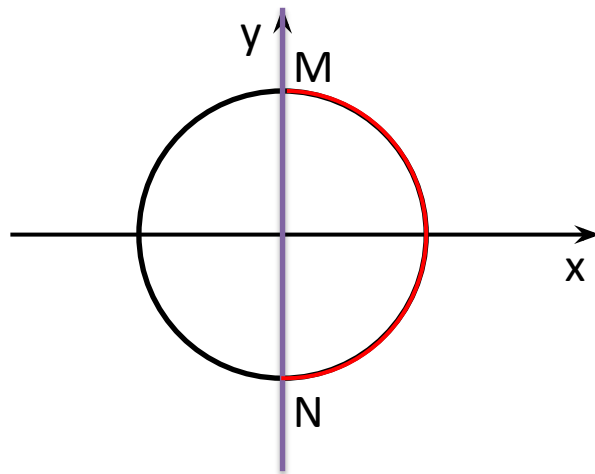
$N(0; -1) = N\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

$N\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$ где $k \in \mathbb{Z}$

$t \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $t \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, где $k \in \mathbb{Z}$

x	0	0
y	1	-1



б) построим прямую $x = \frac{1}{2}$.

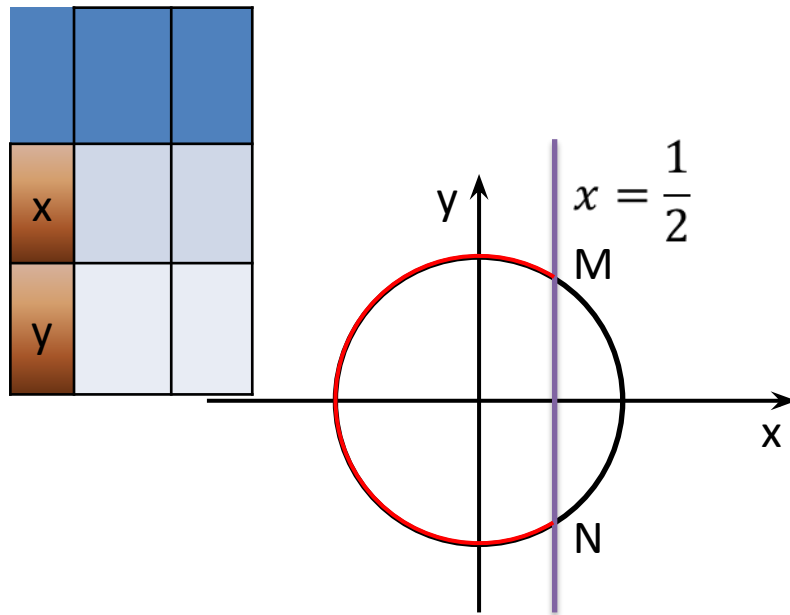
$$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ и } N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$N\left(\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = N\left(\frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $t \in \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$



Задача

Найдите на числовой окружности точки с ординатой, удовлетворяющей заданному неравенству, и запишите, каким числам t они соответствуют: а) $y > 0$, б) $y < \frac{1}{2}$.

Решение:

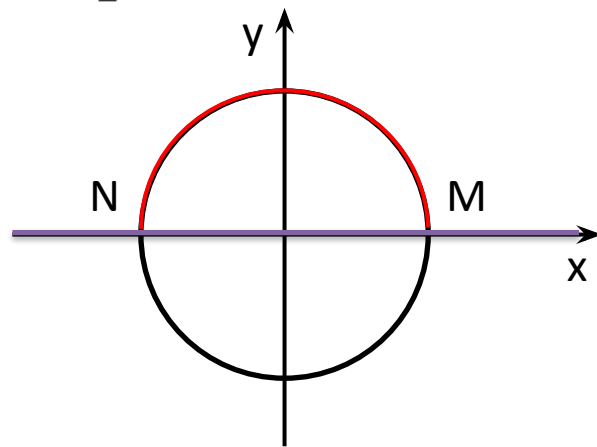
а) построим прямую $y = 0$.

$M(1; 0)$ и $N(-1; 0)$

$M(0; 1) = M(2\pi k)$, где $k \in \mathbb{Z}$

$N(0; -1) = N(\pi + 2\pi k)$, где $k \in \mathbb{Z}$

	0	
x	1	-1
y	0	0



$t \in (2\pi k; \pi + 2\pi k)$, где $k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $t \in (2\pi k; \pi + 2\pi k)$, где $k \in \mathbb{Z}$

б) построим прямую $y = \frac{1}{2}$.

$$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ и } N\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

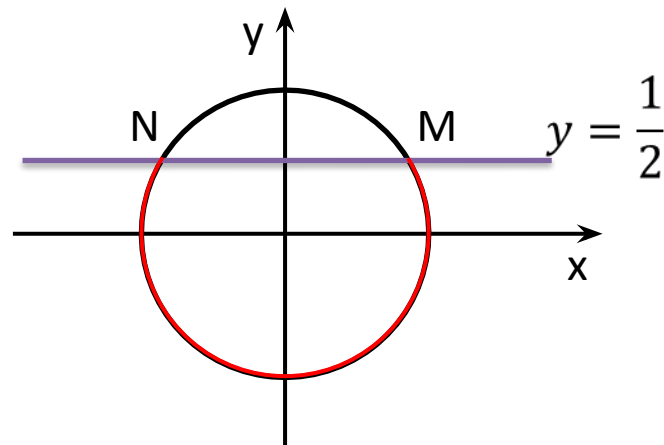
$$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = M\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$N\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right) = N\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$N\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi k\right) = N\left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k\right) \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

$$t \in \left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

x		
y		



Ответ: $t \in \left(-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k; \frac{\pi}{6} + 2\pi k\right), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$