Тригонометрические функции числового аргумента

Повторим:

$cos^2 t + sin^2 t = 1$ – основное тригонометрическое тождество

$$tg\, t = \frac{\sin t}{cos\, t}, t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$ctg\, t = \frac{\cos t}{sin\, t}, t \neq \pi k, k \in Z$$

Тригонометрические функции числового аргумента *t*.

$y = sin\,t$ $\quad$ $y = cos\,t$ $\quad$ $y = tg\,t$ $\quad$ $y = ctg\,t$

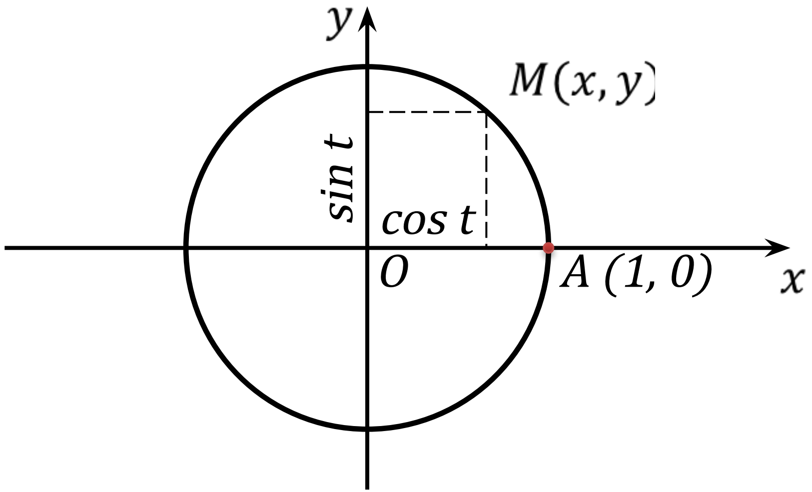
$t \Longrightarrow M(x, y)$

$x = cos\,t$

$y = sin\,t$

$$tg\,t = \frac{sin\,t}{cos\,t}$$

$$ctg\,t = \frac{cos\,t}{sin\,t}$$



$$tg\,t = \frac{sin\,t}{cos\,t}, t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

$$ctg\,t = \frac{cos\,t}{sin\,t}, t \neq \pi k, k \in Z$$

$$tg\,t\ \cdot ctg\,t = \frac{sin\,t}{cos\,t} \cdot \frac{cos\,t}{sin\,t} = 1, t \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z$$

$$tg\,t\ \cdot ctg\,t = 1, t \neq \frac{\pi k}{2}, k \in Z$$

Пример: $cos^2t + sin^2t = 1$

- Упростить выражение: а) $1 + tg^2\, t$, б) $1 + ctg^2\, t$.

Решение:

а) $1 + tg^2\, t = 1 + \frac{sin^2\, t}{cos^2\, t} = \frac{cos^2t + sin}{cos^2t} = \frac{1}{cos^2t}$

б) $1 + ctg^2\, t = 1 + \frac{cos^2\, t}{sin^2\, t} = \frac{sin^2t + cos}{sin^2t} = \frac{1}{sin^2t}$

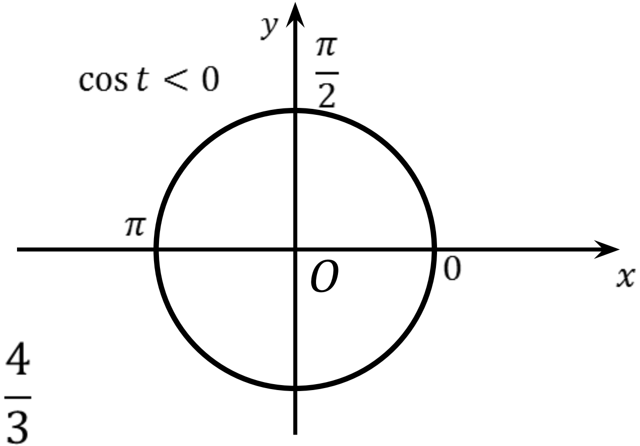
$1 + tg^2t = \frac{1}{cos^2t}, t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$

$1 + ctg^2t = \frac{1}{sin^2t}, t \neq \pi k, k \in Z$

Пример:

- Известно, что $\sin t = \frac{4}{5},\ \frac{\pi}{2} < t < \pi$. Найти значения $cos\ t, tg\ t, ctg\ t$.

Решение:



$$cos^2 t + sin^2 t = 1$$

$$cos^2 t = 1 - sin^2 t = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$cos^2 t = \frac{9}{25} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \cos t = \frac{3}{5} \\ \cos t = -\frac{3}{5} \end{array}\right. \quad tg\ t = \frac{\sin t}{\cos t} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$$

$$tg\ t \cdot ctg\ t = 1 \Rightarrow ctg\ t = \frac{1}{tg\ t} \quad ctg\ t = \frac{1}{-\frac{4}{3}} = -\frac{3}{4}$$

Ответ: $\cos t = -\frac{3}{5},\ \ tg\ t = -\frac{4}{3},\ ctg\ t = -\frac{3}{4}$.

Пример:

- Известно, что $tg\,t = -\frac{5}{12}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$. Найти значения $cos\,t, sin\,t, ctg\,t$.

Решение:

$$1 + tg^2 t = \frac{1}{cos^2 t}$$

$$\frac{1}{cos^2 t} = 1 + \left(-\frac{5}{12}\right)^2 = 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144} \Longrightarrow cos^2\,t = \frac{144}{169}$$

$$cos^2 t = \frac{144}{169} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \cos t = \frac{12}{13} \\ \cos t = -\frac{12}{13} \end{array}\right. \qquad tg\,t = \frac{\sin t}{\cos t} \Longrightarrow \sin t = tg\,t \cdot \cos t$$

$$\sin t = -\frac{5}{12} \cdot \left(-\frac{1}{1}\right. = \frac{5}{13} \qquad ctg\,t = \frac{1}{tg\,t} = -\frac{12}{5}$$

Ответ: $cos\,t = -\frac{12}{13}, sin\,t = \frac{5}{13}, ctg\,t = -\frac{12}{5}.$

Основные формулы, связывающие тригонометрические функции:

- $cos^2t + sin^2t = 1$
- $tg\,t = \dfrac{sin\,t}{cos\,t}, t \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$
- $ctg\,t = \dfrac{cos\,t}{sin\,t}, t \neq \pi k, k \in Z$
- $tg\,t\ \cdot ctg\,t = 1, t \neq \dfrac{\pi k}{2}, k \in Z$
- $1 + tg^2t = \dfrac{1}{cos^2t}, t \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$
- $1 + ctg^2t = \dfrac{1}{sin^2t}, t \neq \pi k, k \in Z$