

Область определения и множество значений тригонометрических функций

*Я не мог понять содержание вашей
статьи, так как она не оживлена
иксами и игреками.*

У. Томсон

Область определения и множество значений тригонометрических функции

$$y=\sin x, \quad y=\cos x, \quad y=\operatorname{tg} x, \quad y=\operatorname{ctg} x$$

функция	$D(y)$	$E(y)$
$y=\sin x$	\mathbb{R} или $(-\infty; \infty)$	$[-1; 1]$
$y=\cos x$	\mathbb{R} или $(-\infty; \infty)$	$[-1; 1]$
$y=\operatorname{tg} x$	\mathbb{R} , кроме	\mathbb{R} или $(-\infty; \infty)$
$y=\operatorname{ctg} x$	$\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ \mathbb{R} , кроме $\pi n, n \in \mathbb{Z}$	\mathbb{R} или $(-\infty; \infty)$

Поработаем устно

Найдите область определения функции

1 $y = \sin 3x$

2 $y = 2 \cos \frac{x}{5}$

3 $y = \operatorname{tg} 2x$

4 $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$D(y) : \mathbb{R}, \text{ кроме...}$

$$\frac{x}{3} = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$D(y) : \mathbb{R}, \text{ кроме...}$

Поработаем устно

Найдите область определения функции

$$5 \quad y = -5 \operatorname{tg} \frac{x}{6}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3\pi + 6\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$D(y) : \mathbb{R}, \text{ кроме...}$

$$6 \quad y = \frac{2}{3} \operatorname{ctg} 4x$$

$$4x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$D(y) : \mathbb{R}, \text{ кроме...}$

Множество значений тригонометрических функций

Письменно в классе: № 692(1;4;5)

691 Найти область определения функции:

$$\begin{array}{lll} 1) y = \sin 2x; & 2) y = \cos \frac{x}{2}; & 3) y = \cos \frac{1}{x}; \\ 4) y = \sin \frac{2}{x}; & 5) y = \sin \sqrt{x}; & 6) y = \cos \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}. \end{array}$$

692 Найти множество значений функции:

$$\begin{array}{ll} 1) y = 1 + \sin x; & 2) y = 1 - \cos x; \\ 3) y = 2 \sin x + 3; & 4) y = 1 - 4 \cos 2x; \\ 5) y = \sin 2x \cos 2x + 2; & 6) y = \frac{1}{2} \sin x \cos x - 1. \end{array}$$

Найти область определения функции (**693—695**).

693 1) $y = \frac{1}{\cos x}$; 2) $y = \frac{2}{\sin x}$; 3) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$; 4) $y = \operatorname{tg} 5x$.

Работаем совместно:

Найдите множество значений функции

1 $y = -\cos 3x - 1,5$

2 $y = -2 \sin 6x + 5$

3 $y = |\cos x| - 4,8$

4 $y = 6,5 - |\sin 6x|$

Выполняем самостоятельно :

Найдите множество значений функции

5 $y = \cos 4x + 4$

8 $y = 12 - |\sin x|$

6 $y = -3 \sin x - 2$

9 $y = 2(\cos^2 x - \sin^2 x)$

7 $y = -|\cos x| + 7$

10 $y = \cos^2 x - 2 \cos x$

Можем ли мы оценить значение выражения?

$$? \leq \sin^2 x \leq ?$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

Работаем совместно:

Найдите множество значений функции

10 $y = \cos^2 x - 2 \cos x$

$$a^2 - 2a$$

$$a^2 - 2a + 1 - 1$$

$$(a - 1)^2 - 1$$

14 $y = \sin x - 2 \cos x$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

11 $y = \sin^2 x + 4 \sin x - 1$

12 $y = \cos^2 x + 6 \cos x$

13 $y = \sin^2 x - 16 \sin x$

14 $y = \sin x - 2 \cos x$ $y = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

Метод введения
вспомогательного угла

$$y = \sin(x + y)$$

$$\sin^2 y + \cos^2 y = 1$$

$$a \sin x + b \cos x$$

$$c \left(\frac{a}{c} \sin x + \frac{b}{c} \cos x \right) \quad \left(\frac{a}{c} \right)^2 + \left(\frac{b}{c} \right)^2 = 1$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)^2 + \left(\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)^2 = 1$$

$$\frac{a^2}{a^2 + b^2} + \frac{b^2}{a^2 + b^2} = 1$$

15

$$y = -3 \sin x + 4 \cos x$$

695 1) $y = \frac{1}{2 \sin^2 x - \sin x}$; 2) $y = \frac{2}{\cos^2 x - \sin^2 x}$;

3) $y = \frac{1}{\sin x - \sin 3x}$; 4) $y = \frac{1}{\cos^3 x + \cos x}$.

696 Найти множество значений функции:

1) $y = 2 \sin^2 x - \cos 2x$; 2) $y = 1 - 8 \cos^2 x \sin^2 x$;

3) $y = \frac{1 + 8 \cos^2 x}{4}$; 4) $y = 10 - 9 \sin^2 3x$;

5) $y = 1 - 2 |\cos x|$; 6) $y = \sin x + \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$.

697 Найти наибольшее и наименьшее значения функции
 $y = 3 \cos 2x - 4 \sin 2x$.

698 Найти множество значений функции $y = \sin x - 5 \cos x$.

699 Найти множество значений функции
 $y = 10 \cos^2 x - 6 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x$.

Найдите множество значений функции

1

$$y = 3 \sin 2x - 1$$

$$-1 \leq \sin 2x \leq 1$$

$$-3 \leq 3 \sin 2x \leq 3$$

$$-4 \leq 3 \sin 2x - 1 \leq 2$$

$$E(y) : [-4; 2]$$

Найдите множество значений функции

2 $y = \frac{1}{2} \cos \frac{3x}{4} + 3$

$$-1 \leq \cos \frac{3x}{4} \leq 1$$

$$-\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \cos \frac{3x}{4} \leq \frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \cos \frac{3x}{4} + 3 \leq 3\frac{1}{2}$$

$$E(y) : [2,5; 3,5]$$

Найдите множество значений функции

$$3 \quad y = 5|\sin 2x| + 1$$

$$-1 \leq \sin 2x \leq 1$$

$$0 \leq |\sin 2x| \leq 1$$

$$0 \leq 5|\sin 2x| \leq 5$$

$$1 \leq 5|\sin 2x| + 1 \leq 6$$

$$E(y) : [1; 6]$$

Найдите множество значений функции

$$4 \quad y = \cos^2 x + 14 \cos x$$

$$y = \cos^2 x + 14 \cos x + 49 - 49$$

$$y = (\cos x + 7)^2 - 49 \quad -1 \leq \cos x \leq 1$$

$$6 \leq \cos x + 7 \leq 8$$

$$36 \leq (\cos x + 7)^2 \leq 64$$

$$-13 \leq (\cos x + 7)^2 - 49 \leq 15$$

$$E(y) : [-13; 15]$$

Найдите множество значений функции

5 $y = 2 \sin x - 5 \cos x$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad c = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$

$$y = \sqrt{29} \left(\frac{2}{\sqrt{29}} \sin x + \frac{-5}{\sqrt{29}} \cos x \right)$$

$$y = \sqrt{29} (\cos y \sin x + \sin y \cos x)$$

$$y = \sqrt{29} (\sin(x + y)) \qquad E(y) : [-\sqrt{29}; \sqrt{29}]$$

Домашнее задание № 12

§ 38

№ 692(2;3;6)

№ 696(2;4;6), 698