

Начало

Оглавление

Составитель

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

(учебная дисциплина)

Составители

*доценты кафедры математики
и моделирования ВГУЭС*

Шуман Галина Ивановна

Волгина Ольга Алексеевна



ВГУЭС

Начало

Оглавление

Составитель

Комплéксные числа



ВГУЭС

Начало

Оглавление

Составитель

Содержание

§ 1. Основные понятия

**§ 2. Геометрическое изображение
комплексных чисел**

§ 3. Формы записи комплексных чисел

§ 4. Действия над комплексными числами



§ 1. Основные понятия

- ◆ Величина i , определяемая условием $i^2 = -1$, называется **мнимой единицей**.

Число вида $z = x + yi$, где x и y – действительные числа, называется **комплексным числом**.

Число x называется **действительной частью** комплексного числа z и обозначается $x = \operatorname{Re}z$, а y – **мнимой частью** z , $y = \operatorname{Im}z$.



§ 1. Основные понятия

- ◆ Если $x = 0$, то число $z = yi$ называется **чисто мнимым**, если $y = 0$, то число $z = x$ отождествляется с действительным числом x , а это означает, что множество R всех действительных чисел является подмножеством множества C всех комплексных чисел, то есть $R \subset C$.



§ 1. Основные понятия

- ◆ Два комплексных числа $z_1 = x_1 + y_1i$ и $z_2 = x_2 + y_2i$ называются **равными** ($z_1 = z_2$), если соответственно равны их действительные и мнимые части: $x_1 = x_2, y_1 = y_2$.

Комплексное число $-z = -x - yi$ называется **противоположным** комплексному числу $z = x + yi$.



Начало

Оглавление

Составитель

§ 1. Основные понятия

- ◆ Комплексное число $x - yi$ называется **сопряженным** с комплексным числом $z = x + yi$ и обозначается \bar{z} .

Понятия «больше» и «меньше» для комплексных чисел не вводятся.



§ 2. Геометрическое изображение

Начало

Оглавление

Составитель

- ◆ Комплексные числа удобно изображать точками $M(x; y)$ на комплексной плоскости. На оси Ox расположены действительные числа, на оси Oy – мнимые числа; ось Ox называется действительной осью, ось Oy – мнимой осью.



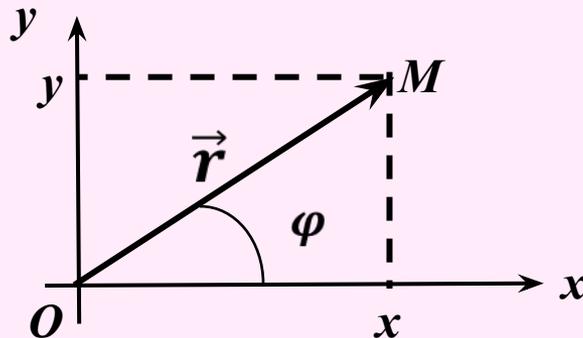
§ 2. Геометрическое изображение

Начало

Оглавление

Составитель

- ◆ Комплексное число $z = x + yi$ можно задавать с помощью радиус-вектора $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$. Длина вектора \vec{r} , изображающего комплексное число z , называется **модулем** этого числа и обозначается $|z|$ или r . $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.



§ 2. Геометрическое изображение

Начало

Оглавление

Составитель

- ◆ Величина угла между положительным направлением действительной оси и вектором \vec{r} , изображающим комплексное число, называется **аргументом** этого комплексного числа, обозначается ***Arg z*** или **φ** .

Аргумент комплексного числа $z = 0$ не определен.



§ 2. Геометрическое изображение

Начало

Оглавление

Составитель

- ◆ $Arg z = \arg z + 2\pi k, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, где $\arg z$ - главное значение аргумента, заключенное в промежутке $(-\pi; \pi]$, то есть $-\pi < \arg z \leq \pi$ (иногда в качестве главного значения аргумента берут величину, принадлежащую промежутку $[0; 2\pi)$).



§ 3. Формы записи КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Начало

Оглавление

Составитель

- ◆ Запись числа $z = x + yi$ называется **алгебраической формой** комплексного числа. Из рисунка видно, что $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, $\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}$. Следовательно, $z = r \cos \varphi + ir \sin \varphi$ или $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ - **тригонометрическая форма** записи комплексного числа.



§ 3. Формы записи КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Начало

Оглавление

Составитель



$$\operatorname{arg} z = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} & \text{для внутренних точек} \\ & I, IV \text{ четвертей,} \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \pi & \text{для внутренних точек} \\ & II \text{ четверти,} \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \pi & \text{для внутренних точек} \\ & III \text{ четверти} \end{cases}$$



§ 4. Действия над комплексными числами

Начало

Оглавление

Составитель

- ◆ **Суммой** двух комплексных чисел

$z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ называется комплексное число, определяемое равенством

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2).$$

Разностью двух комплексных чисел z_1 и z_2 называется комплексное число, определяемое равенством

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2).$$



§ 4. Действия над КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ

Начало

Оглавление

Составитель

- ◆ **Произведением** двух комплексных чисел z_1 и z_2 называется комплексное число, определяемое равенством

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2).$$

- ◆ **Частным** двух комплексных чисел z_1 и z_2 называется комплексное число, определяемое равенством

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}.$$

