## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА И ЗАКОНЫ

| Правила раскрытия скобок | |
|---|---|
| $a+(b+c)=a+b+c$ | $a+(b-c)=a+b-c$ |
| $a-(b+c)=a-b-c$ | $a-(b-c)=a-b+c$ |

| Законы сложения и умножения | | |
|---|---|---|
| $a+b=b+a$ | $a\cdot b=b\cdot a$ | $a(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ |
| $(a+b)+c=a+(b+c)$ | $(a\cdot b)c=a(b\cdot c)$ | $(a-b)c=a\cdot c-b\cdot c$ |

| Числа 0 и 1 в математических действиях | | |
|---|---|---|
| $a+0=a$ | $a\cdot 1=a$ | На нуль делить нельзя |
| $a-0=a$ | $a:1=a$ | |
| $a-a=0$ | $a:a=1,\ a\neq 0$ | |
| $a\cdot 0=0$ | $0:a=0,\ a\neq 0$ | |

## АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ДРОБЯМИ

| Сложение | Вычитание |
|---|---|
| $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ | $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$ |
| $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$ | $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}$ |
| **Умножение** | **Деление** |
| $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$ | $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$ |
| $\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{b\cdot c}$ | $\frac{a}{\frac{b}{c}}=\frac{a\cdot c}{b}$ |

## МНОГОЧЛЕНЫ

| Формулы сокращенного умножения | |
|---|---|
| Квадрат суммы | $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ |
| Квадрат разности | $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ |
| Куб суммы | $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ |
| Куб разности | $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ |
| Разность квадратов | $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ |
| Сумма кубов | $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ |
| Разность кубов | $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ |
| **Основные приемы разложения многочлена на множители** | |
| Вынесение общего множителя за скобку | $3ab+12a^2+6a=3a(b+4a+2)$ |
| | $4a^2b^3-16a^3b=4a^2b(b^2-4a)$ |
| Метод группировки | $ab+ac-b-c=a(b+c)-(b+c)=(b+c)(a-1)$ |
| Использование формул сокращенного умножения | $a^2+6ab+9b^2=(a+3b)^2$ |
| | $a^4+4=a^4+4a^2+4-4a^2=(a^2+2)^2-(2a)^2=(a^2-2a+2)(a^2+2a+2)$ |

# ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

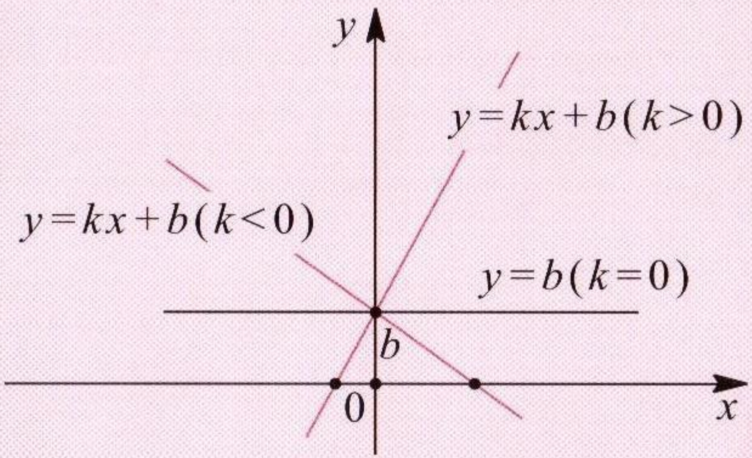
## Линейная функция

$y = kx + b, \ D(y) = R$

График функции – *прямая*

| | |
|---|---|
| $k = 0$ | $y = b$ – постоянная функция |
| $k \neq 0$ | $E(y) = R$ |
| $k > 0$ | возрастает на $R$ |
| $k < 0$ | убывает на $R$ |

Пересекает ось $(Oy)$ в точке $(0; b)$, а ось $(Ox)$ — $\left(-\frac{b}{k}; 0\right)$

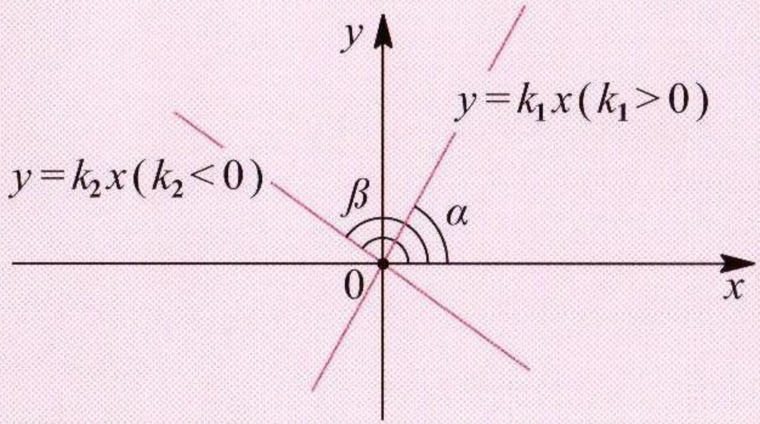



| | |
|---|---|
| $b = 0$ | $y = kx$ – прямая пропорциональность |

Проходящая через точки $O(0; 0)$ и $(1; k)$ – прямая

$k_1 = \operatorname{tg} \alpha; \ k_2 = \operatorname{tg} \beta$

| | |
|---|---|
| $k_1 = k_2$ | Графики функции – *параллельные прямые* |



## КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{a}=b \iff \begin{cases} b\ge 0, \\ b^2=a \end{cases}$ | $\sqrt{36}=6$, так как $6>0$; $6^2=36$ | $\sqrt{0,64}=0,8$ | $\sqrt{8100}=90$ |
| | $\sqrt{49}\ne 8$, так как $8^2\ne 49$ | $\sqrt{0,0004}=0,02$ | |
| | $\sqrt{16}\ne -4$, так как $-4<0$ | $2<\sqrt{8}<3$ | |
| | $\sqrt{-9}$ не определен | $0,8<\sqrt{0,8}<0,9$ | |

### Свойства

| | | |
|---|---|---|
| $(\sqrt{a})^2=a,\quad a\ge 0$ | $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$ | $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{\lvert a\rvert}\cdot\sqrt{\lvert b\rvert}$ |
| $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert,\quad a\in R$ | $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ | $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{\lvert a\rvert}}{\sqrt{\lvert b\rvert}}$ |
| | $(\sqrt{a})^r=\sqrt{a^r}$ | $\sqrt{a^r}=(\sqrt{\lvert a\rvert})^r$ |

| **Вынесение из-под корня** | **Внесение под корень** |
|---|---|
| $\sqrt{a^2\cdot b}=\lvert a\rvert\cdot\sqrt{b},\ \ b\ge 0$ | $\underset{b\ge 0}{a\sqrt{b}}=\begin{cases} -\sqrt{a^2\cdot b}, & a<0, \\ \sqrt{a^2\cdot b}, & a\ge 0 \end{cases}$ |
| $\sqrt{28}=\sqrt{4\cdot 7}=2\cdot\sqrt{7}$ | $7\cdot\sqrt{3}=\sqrt{3\cdot 7^2}=\sqrt{147}$ |
| $\sqrt{5b^2}=\lvert b\rvert\cdot\sqrt{5}$ | $-3\cdot\sqrt{11}=-\sqrt{99}$ |

## МОДУЛЬ

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

### Свойства

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\|a\| \geq 0$ | $\|-a\| = \|a\|$ | $\|a-b\| = \|b-a\|$ | $\|a\|-\|b\| \leq \|a \pm b\| \leq \|a\|+\|b\|$ |

### Геометрическая интерпретация модуля

Расстояние между точками $A(a)$ и $O(0)$ на прямой равно $|a|$


Расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$ на прямой равно $|a-b|$


### Уравнения с модулем

| $\|x\| = a$ | $\|x-b\| = a$ | $\|f(x)\| = \|g(x)\|$ | $\|f(x)\| = g(x)$ |
|---|---|---|---|
| а) если $a < 0$, решений нет;<br>б) если $a = 0$, $x = 0$;<br>в) если $a > 0$, $\left[\begin{array}{l} x = a \\ x = -a \end{array}\right.$ | а) если $a < 0$, решений нет;<br>б) если $a = 0$, $x = b$;<br>в) если $a > 0$, $\left[\begin{array}{l} x = b-a \\ x = b+a \end{array}\right.$ | $\left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right.$ | $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right. \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$ |

### Неравенства с модулем

| $\|x-b\| < a$ | $\|x-b\| \geq a$ | $\|f(x)\| < g(x)$ | $\|f(x)\| > g(x)$ |
|---|---|---|---|
| а) если $a \leq 0$, решений нет;<br>б) если $a > 0$, $b-a < x < b+a$ | а) если $a \leq 0$, $x \in R$;<br>б) если $a > 0$, $x \leq b-a$<br>или $x \geq b+a$ | $\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$ | $\left[\begin{array}{l} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x) \end{array}\right.$ |

$$|f(x)| > |g(x)| \iff f^2(x) > g^2(x) \quad \text{или} \quad (f(x)-g(x))(f(x)+g(x)) > 0$$

## УРАВНЕНИЯ

### Линейные уравнения

$kx+b=0$

| | | |
|---|---|---|
| если $k \neq 0$, то $x=-\dfrac{b}{k}$ | если $k=0$, $b=0$, то $x \in R$ бесконечное множество корней | если $k=0$, $b \neq 0$, то решений нет |

### Квадратные уравнения

| | полное | | | приведенное | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ | | | $x^2+px+q=0$ | | |
| **Дискриминант** | $D=b^2-4ac$ | | | $D=p^2-4q$ | | |
| | $D>0$ <br> $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$ | $D=0$ <br> $x=\dfrac{-b}{2a}$ | $D<0$ <br> корней нет | $D>0$ <br> $x_{1,2}=\dfrac{-p\pm\sqrt{D}}{2}$ | $D=0$ <br> $x=-\dfrac{p}{2}$ | $D<0$ <br> корней нет |
| **Теорема Виета** | $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2=\dfrac{c}{a}$ | | | $x_1+x_2=-p$; $x_1 \cdot x_2=q$ | | |
| **Разложение на множители** | $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ | | | $x^2+px+q=(x-x_1)(x-x_2)$ | | |

## УРАВНЕНИЯ

### Неполные квадратные уравнения

| $ax^2+bx=0$ | $ax^2+c=0$ | | $ax^2=0$ |
|---|---|---|---|
| $x(ax+b)=0$<br>$x_1=0;\ x_2=-\dfrac{b}{a}$ | $a\cdot c<0$<br>$x_{1,2}=\pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$ | $a\cdot c>0$<br>решений нет | $x=0$ |

### Биквадратные уравнения

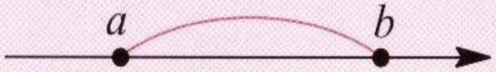
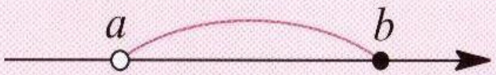
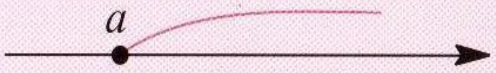
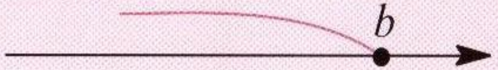
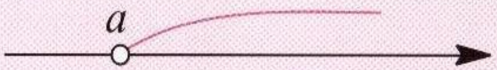
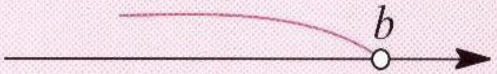
$$ax^4+bx^2+c=0,\quad x^2=y$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}};\quad x_{3,4}=\pm\sqrt{\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

### Иррациональные уравнения

| $\sqrt[2n]{f(x)}=g(x)$ | $\sqrt[2n]{f(x)}=\sqrt[2n]{g(x)}$ | $\sqrt[2n-1]{f(x)}=g(x)$ | $\sqrt[2n-1]{f(x)}=\sqrt[2n-1]{g(x)}$ |
|---|---|---|---|
| $n\in N$ | | | |
| $\begin{cases} g(x)\ge 0 \\ f(x)=[g(x)]^{2n} \end{cases}$ | $\begin{cases} f(x)\ge 0 \\ g(x)\ge 0 \\ f(x)=g(x) \end{cases}$ | $f(x)=[g(x)]^{2n-1}$ | $f(x)=g(x)$ |

## ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

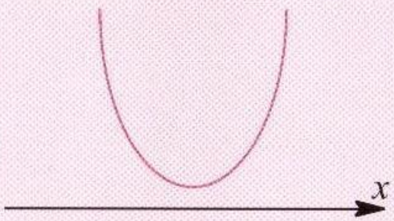
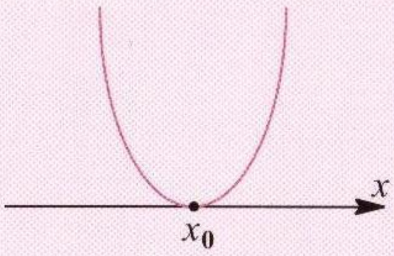
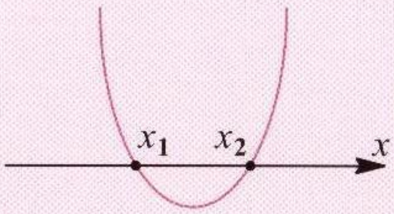
| Вид промежутка | Геометрическое изображение | Обозначение | Запись с помощью неравенств |
|---|---|---|---|
| **Интервал** |  | $(a;\ b)$ | $a < x < b$ |
| **Отрезок** |  | $[a;\ b]$ | $a \le x \le b$ |
| **Полуинтервал** |  | $(a;\ b]$ | $a < x \le b$ |
| |  | $[a;\ b)$ | $a \le x < b$ |
| **Луч** |  | $[a;\ +\infty)$ | $a \le x < +\infty$ |
| |  | $(-\infty;\ b]$ | $-\infty < x \le b$ |
| **Открытый луч** |  | $(a;\ +\infty)$ | $a < x < +\infty$ |
| |  | $(-\infty;\ b)$ | $-\infty < x < b$ |

# НЕРАВЕНСТВА

## Линейные неравенства

| $k \neq 0$ | $kx + b > 0$ | $kx + b < 0$ | $kx + b \geq 0$ | $kx + b \leq 0$ |
|---|---|---|---|---|
| $k > 0$ | $x \in \left(-\dfrac{b}{k};\ +\infty\right)$ | $x \in \left(-\infty;\ -\dfrac{b}{k}\right)$ | $x \in \left[-\dfrac{b}{k};\ +\infty\right)$ | $x \in \left(-\infty;\ -\dfrac{b}{k}\right]$ |
| $k < 0$ | $x \in \left(-\infty;\ -\dfrac{b}{k}\right)$ | $x \in \left(-\dfrac{b}{k};\ +\infty\right)$ | $x \in \left(-\infty;\ -\dfrac{b}{k}\right]$ | $x \in \left[-\dfrac{b}{k};\ +\infty\right)$ |

## Квадратные неравенства

| **Пояснение** / **Неравенство** | | $D < 0$ | $D = 0$ | $D > 0$ |
|---|---|---|---|---|
| | |   |   |   |
| $a > 0$ | $ax^2 + bx + c > 0$ | $x \in R$ | $x \in (-\infty;\ x_0) \cup$ $\cup (x_0;\ +\infty)$ | $x \in (-\infty;\ x_1) \cup$ $\cup (x_2;\ +\infty)$ |
| | $ax^2 + bx + c < 0$ | решений нет | | $x \in (x_1;\ x_2)$ |