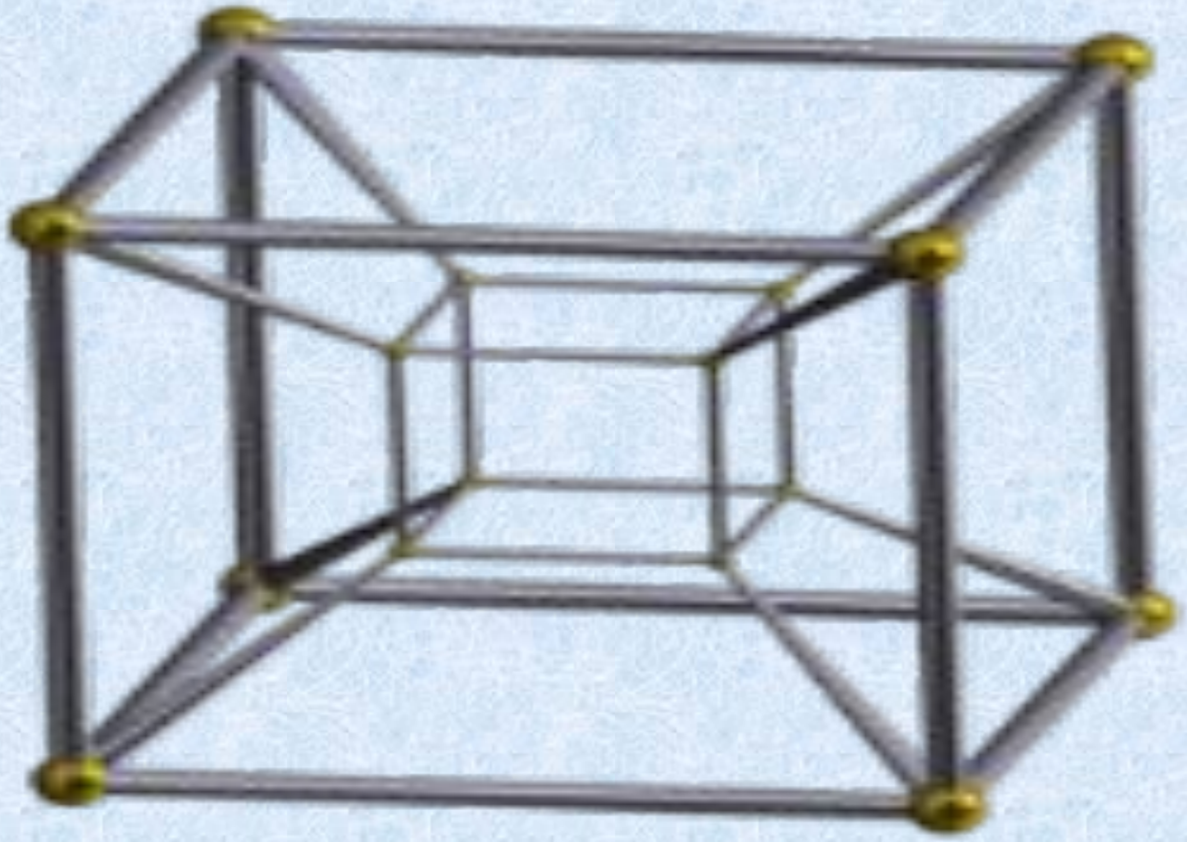
# Презентация на тему: Четвертое измерение

Выполнили: студенты 2 курса группы
0814-1(0) Постнов Кирилл; Кочетков Андрей
Проверила:Молодкина Л.А.

Рассмотрим:

1. Четырёхмерное пространство;
2. Гиперкуб ,развертка гиперкуба;
3. Гиперсфера;
4. Ортогональная проекция;
5. Центральная проекция;
6. Современные здания и постройки.

**Четырёхмерное пространство** (обозначения: «**4D**», ) — в математике абстрактное понятие, производимое путём обобщения правил трёхмерного пространства. Оно изучалось математиками и философами на протяжении почти двух столетий как ради простого интереса, так и ради возможностей, которые это понятие открывает в математике и смежных областях.

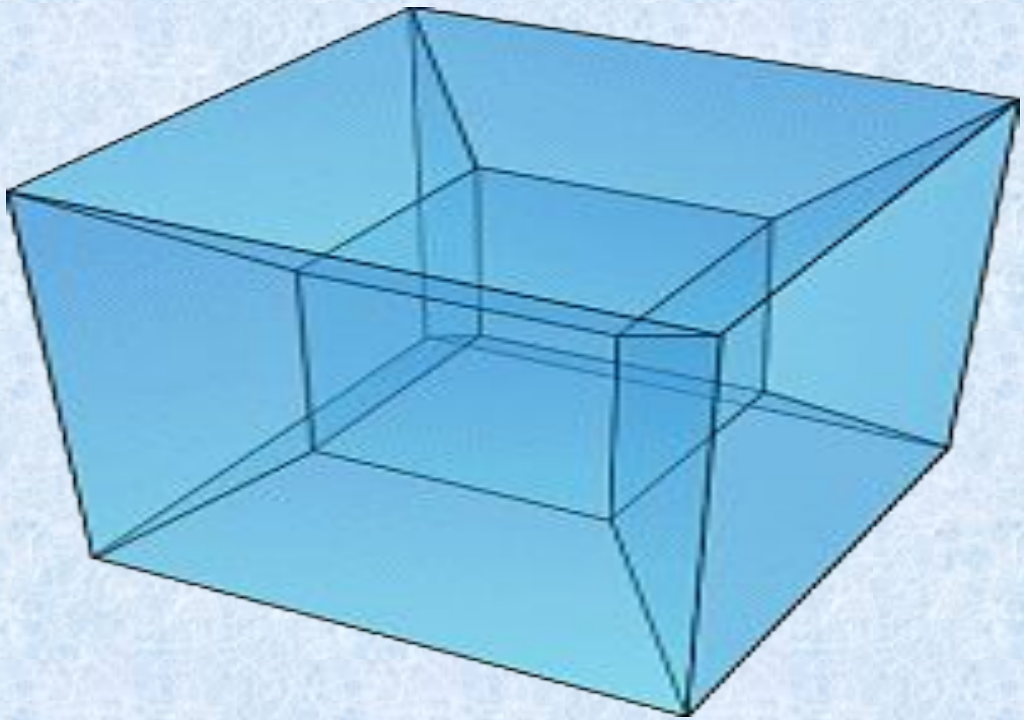


Алгебраически оно получено путём применения правил векторов и координатной геометрии к пространству с четырьмя измерениями. В частности, вектор с четырьмя компонентами может быть использован для представления позиции в четырёхмерном пространстве. Это Евклидово пространство, поэтому имеет метрику и норму, и таким образом все измерения рассматриваются одинаково. **Евклидово пространство** – это линейное пространство с некоторым образом введенной операцией "скалярного произведения".

В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ ОБЪЕДИНЕНЫ В ЕДИНЫЙ ЧЕТЫРЁХМЕРНЫЙ КОНТИНУУМ, НАЗЫВАЕМЫЙ ПРОСТРАНСТВОМ МИНКОВСКОГО, МЕТРИКА КОТОРОГО РАССМАТРИВАЕТ ВРЕМЕННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ИНАЧЕ, ЧЕМ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ. ТАКИМ ОБРАЗОМ, ПРОСТРАНСТВО МИНКОВСКОГО ЯВЛЯЕТСЯ ПСЕВДОЕВКЛИДОВЫМ, А НЕ ЕВКЛИДОВЫМ.

В геометрии **гиперкуб** - это *n*-мерная аналогия квадрата (*n* = 2) и куба (*n* = 3). Это замкнутая выпуклая фигура, состоящая из групп параллельных линий, расположенных на противоположных краях фигуры, и соединенных друг с другом под прямым углом.

Эта фигура также известная под названием **тессеракт** (tesseract). Тессеракт относится к кубу, как куб относится к квадрату. Более формально, тессеракт может быть описан как правильный выпуклый четырехмерный политоп (многогранник), чья граница состоит из восьми кубических ячеек.



# Элементы гиперкубов

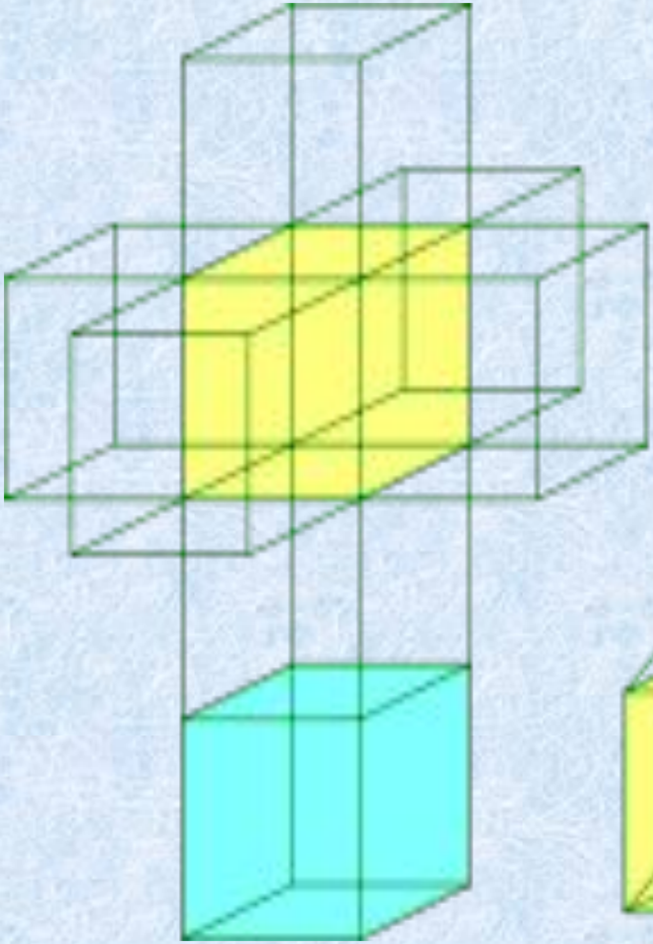
| n-куб | Название | Вершина (0-грань) | Ребро (1-грань) | Грань (2-грань) | Ячейка (3-грань) | (4-грань) | (5-грань) | (6-грань) | (7-грань) | (8-грань) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-куб | Точка | 1 | | | | | | | | |
| 1-куб | Отрезок | 2 | 1 | | | | | | | |
| 2-куб | Квадрат | 4 | 4 | 1 | | | | | | |
| 3-куб | Куб | 8 | 12 | 6 | 1 | | | | | |
| 4-куб | Тессеракт | 16 | 32 | 24 | 8 | 1 | | | | |
| 5-куб | Пентеракт | 32 | 80 | 80 | 40 | 10 | 1 | | | |
| 6-куб | Хексеракт | 64 | 192 | 240 | 160 | 60 | 12 | 1 | | |
| 7-куб | Хептеракт | 128 | 448 | 672 | 560 | 280 | 84 | 14 | 1 | |
| 8-куб | Октеракт | 256 | 1024 | 1792 | 1792 | 1120 | 448 | 112 | 16 | 1 |
| 9-куб | Эненеракт | 512 | 2304 | 4608 | 5376 | 4032 | 2016 | 672 | 144 | 18 |

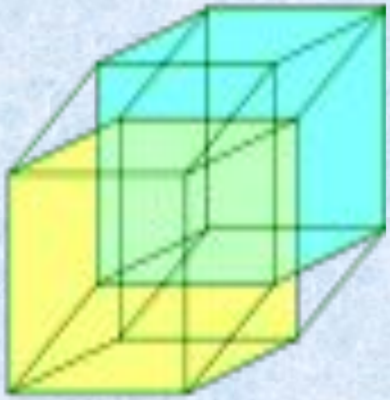
# Свойства гиперкуба

| Свойство | Значение |
|---|---|
| Длина ребра | a |
| Размерность | N |
| Гиперобъём | $V_N = a^N$ |
| Гиперплощадь поверхности | $S_N = 2Na^{N-1}$ |
| Длина диагонали | $L_N = a\sqrt{N}$ |

## Развертка гиперкуба.

Тессеракт может быть развернут в восемь кубов, подобно тому как куб может быть развернут в шесть квадратов. Развертка гиперкуба называется сетью. Существует 261 различных вариантов сетей.



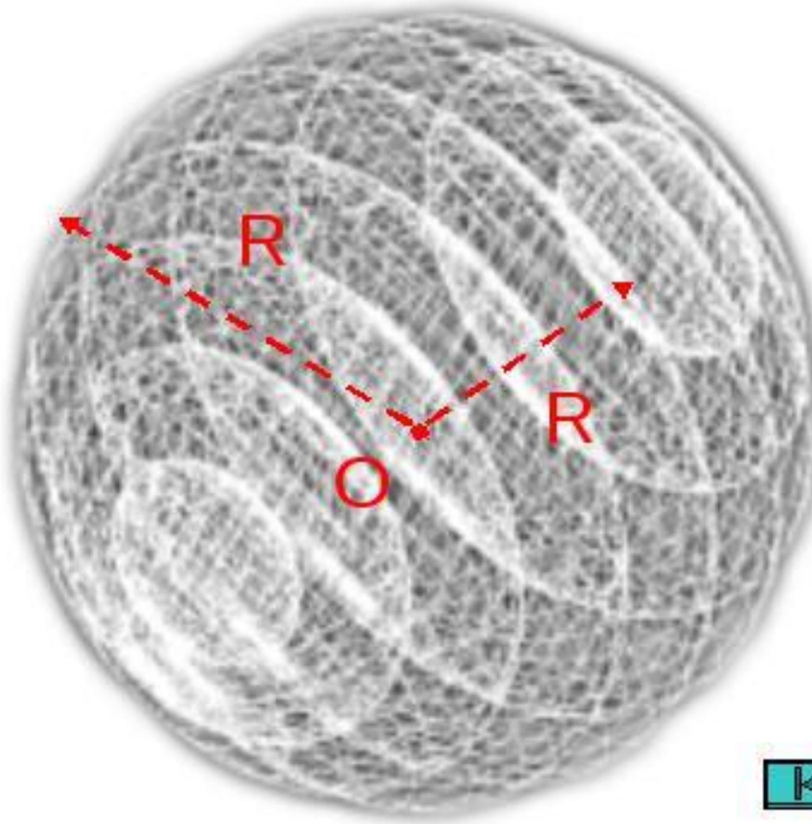


# Гиперсфера

*Гиперсфера* – геометрическая фигура, состоящая из всех точек четырехмерного пространства, расположенных на данном расстояние от данных точек.

**O** – центр гиперсферы

**R** – радиус гиперсферы



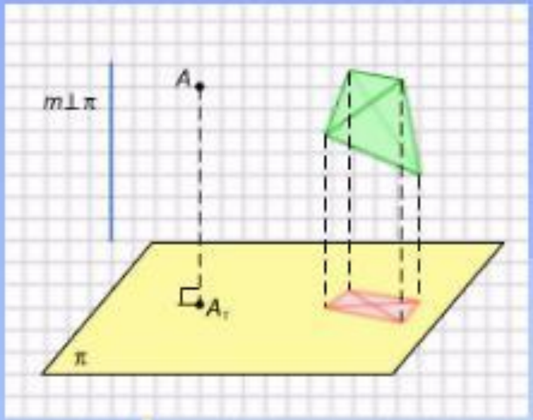
**Гиперсфера** — **[гиперповерхность]** **в - [мерном] [евклидовом пространстве], образованная точками равноудалёнными от заданной точки, называемой *центром сферы*.**

- при n=1 гиперсфера вырождается в две точки, равноудалённые от центра;.
- при n=2 она представляет собой [окружность];
- при n=3 гиперсфера является [сферой]
- при n=4 гиперсфера является 3-

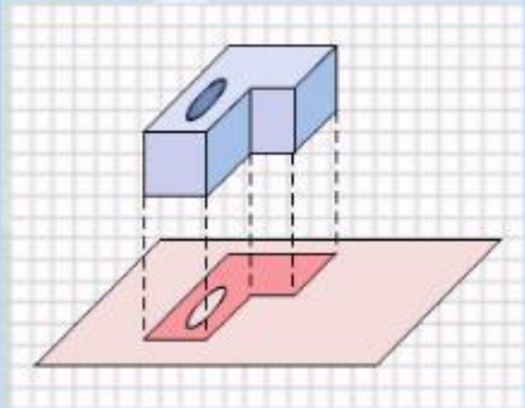
Площади и объёмы гиперсфер и гипершаров при единичном радиусе

| Размерность | 1 (длина) | 2 (площадь) | 3 (объём) | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Единичная сфера | $2\pi$ | $4\pi$ | $2\pi^2$ | $\frac{8}{3}\pi^2$ | $\pi^3$ | $\frac{16}{15}\pi^3$ | $\frac{1}{3}\pi^4$ | $\frac{32}{105}\pi^4$ |
| Десятичная запись | 6.2832 | 12.5664 | 19.7392 | 26.3189 | 31.0063 | 33.0734 | 32.4697 | 29.6866 |
| Единичный шар | $2$ | $\pi$ | $\frac{4}{3}\pi$ | $\frac{1}{2}\pi^2$ | $\frac{8}{15}\pi^2$ | $\frac{1}{6}\pi^3$ | $\frac{16}{105}\pi^3$ | $\frac{1}{24}\pi^4$ |
| Десятичная запись | 2.0000 | 3.1416 | 4.1888 | 4.9348 | 5.2638 | 5.1677 | 4.7248 | 4.0587 |

# Ортогональная проекция




Ортогональная проекция точки и фигуры.

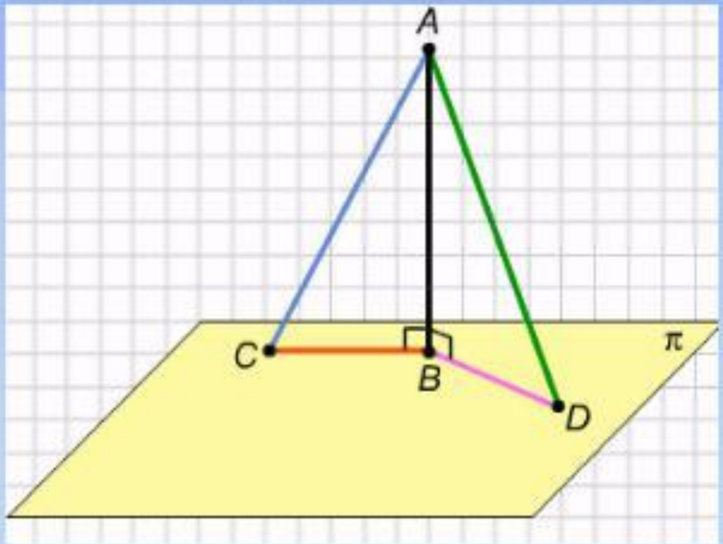


Ортогональная проекция детали.

*Ортогональной проекцией* точки *A* на данную плоскость называется проекция точки на эту плоскость параллельно прямой, перпендикулярной этой плоскости. *Ортогональная проекция фигуры* на данную плоскость р состоит из ортогональных проекций на плоскость р всех точек этой фигуры. Ортогональная проекция часто используется для изображения пространственных тел на плоскости, особенно в технических чертежах. Она дает более реалистическое изображение, чем произвольная параллельная проекция, особенно круглых тел.

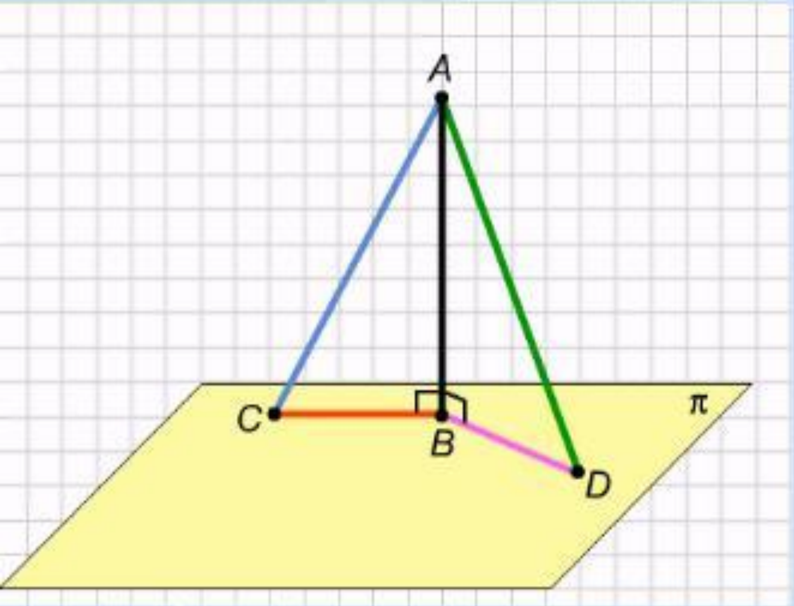
# Свойства ортогональной проекции

**Доказательство.**
Пусть из точки *A* к плоскости p проведены перпендикуляр *AB* и две наклонные *AC* и AD; тогда отрезки BC и *BD* — ортогональные проекции этих отрезков на плоскость p.
Докажем первое утверждение: любая наклонная длиннее как перпендикуляра, так и ортогональной проекции наклонной на эту плоскость.
Рассмотрим, например, наклонную AC и треугольник *ABC,* образованный перпендикуляром AB, этой наклонной AC, и ее ортогональной проекцией BC.
Этот треугольник прямоугольный с прямым углом в вершине B и гипотенузой AC, которая, как мы знаем из планиметрии, длиннее каждого из катетов, т.е. и перпендикуляра AB, и проекции BC.




Из точки A к плоскости pi проведены перпендикуляр AB и две наклонные AC и AD.

# Свойства ортогональной проекции

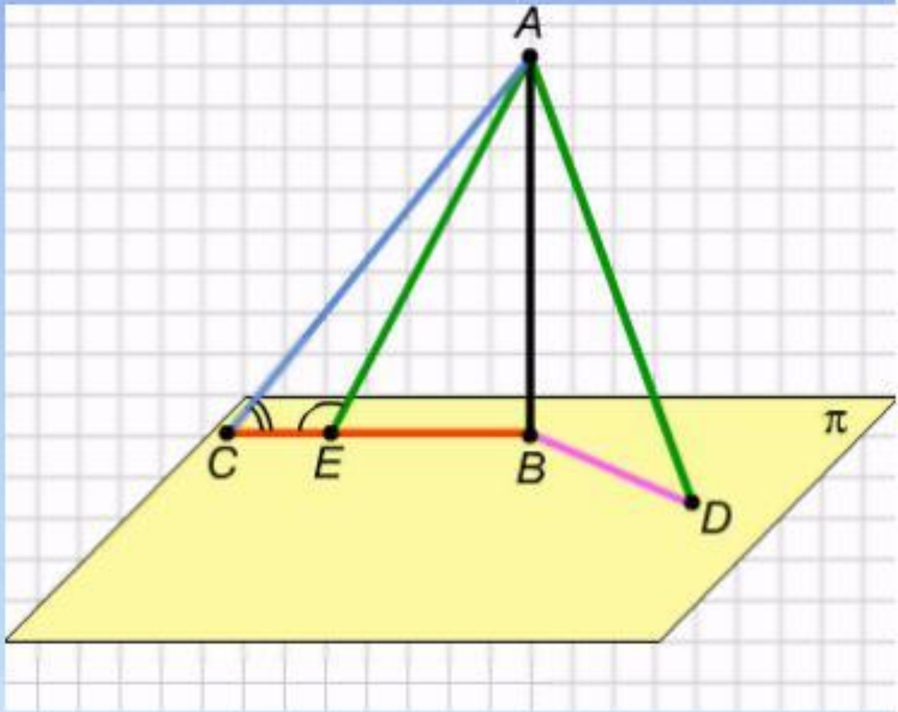



Треугольники *ABC* и *ABD* равны по катету и гипотенузе.

Теперь докажем второе утверждение, а именно: равные наклонные имеют и равные ортогональные проекции, и наоборот, наклонные, имеющие равные проекции, также равны. Рассмотрим прямоугольные треугольники ABC и *ABD.* Они имеют общий катет AB. Если наклонные AC и *AD* равны, то прямоугольные треугольники ABC и ABD равны по катету и гипотенузе, и тогда BC=BD. Обратно, если равны проекции BC и BD, то эти же треугольники равны по двум катетам, и тогда у них равны и гипотенузы AC и *AD.*

# Свойства ортогональной проекции

Докажем третье утверждение: одна наклонная длиннее другой тогда и только тогда, когда ортогональная проекция первой наклонной длиннее ортогональной проекции второй наклонной. Пусть, например, *BC* > *BD*. Отложим на отрезке *BC* точку E такую, что *BD=BE.* Тогда и *AD=AE.* В треугольнике *ACE угол A*EC тупой и поэтому больше угла ACE, следовательно, сторона *AC* больше стороны *AE,* равной *AD.* Обратно, пусть *AC* > *AD*. Возможны три случая: а) *BC=BD;* б) *BC* < *BD;* с) *BC* > *BD*. Если *BC=BD,* то по доказанному выше в пункте 2, *AC=AD,* что противоречит условию. Если *BC* < *BD,* как мы только что доказали, *AC* < *AD,* что опять противоречит условию. Остается третья возможность: *BC* > *BD*. Теорема доказана.




Если BC больше BD, то *AC* больше стороны *AE,* равной *AD.*

Центральная проекция – это проекция, которая образуется с помощью проецирующихся лучей, проходящих через одну точку.
Изображение предметов при помощи центральной проекции встречается очень часто, особенно для предметов, обладающих большими размерами.

Представление о центральной проекции можно получить, если изучить изображение, которое дает человеческий глаз.

Для построения центральной проекции объекта нужно между глазом и изучаемым предметом поместить прозрачный экран и отметить на нем точки пересечения лучей, которые идут от глаза человека к отдельным точкам предмета. При соединении всех точек на экране получаем изображение (проекцию) фигуры (рис. 2). Эта проекция называется центральной.

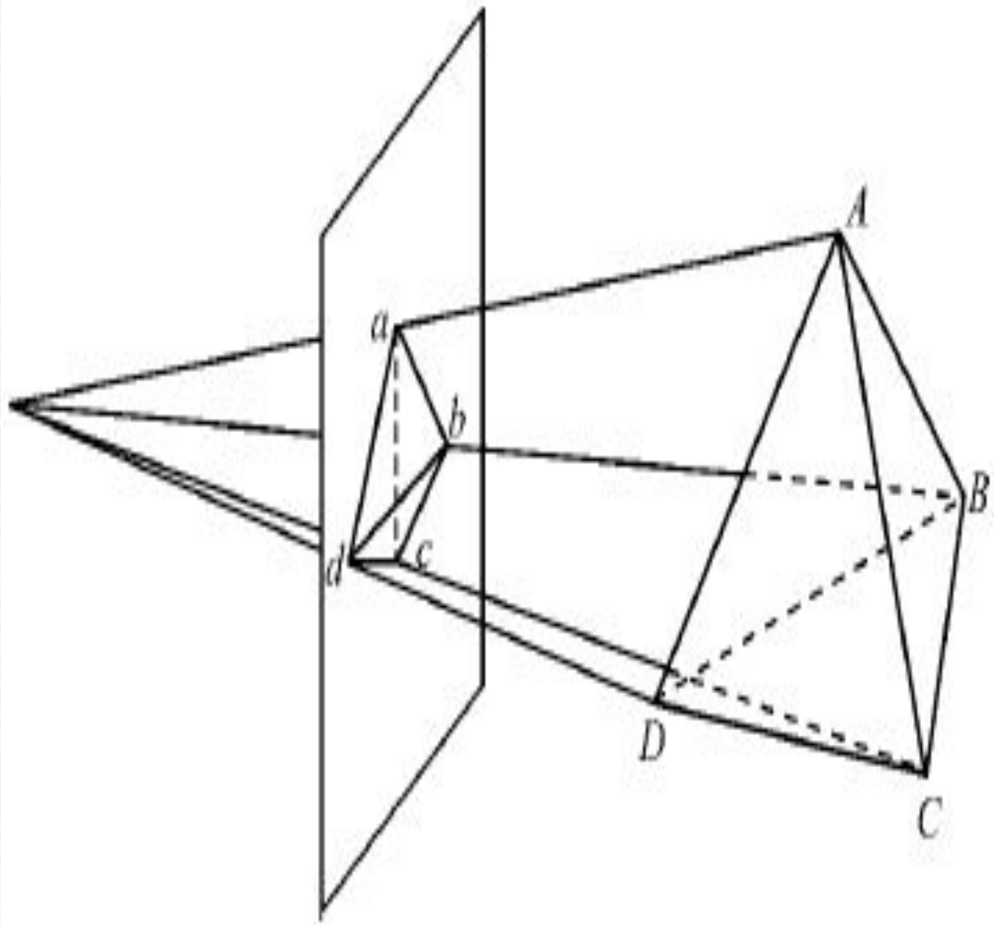
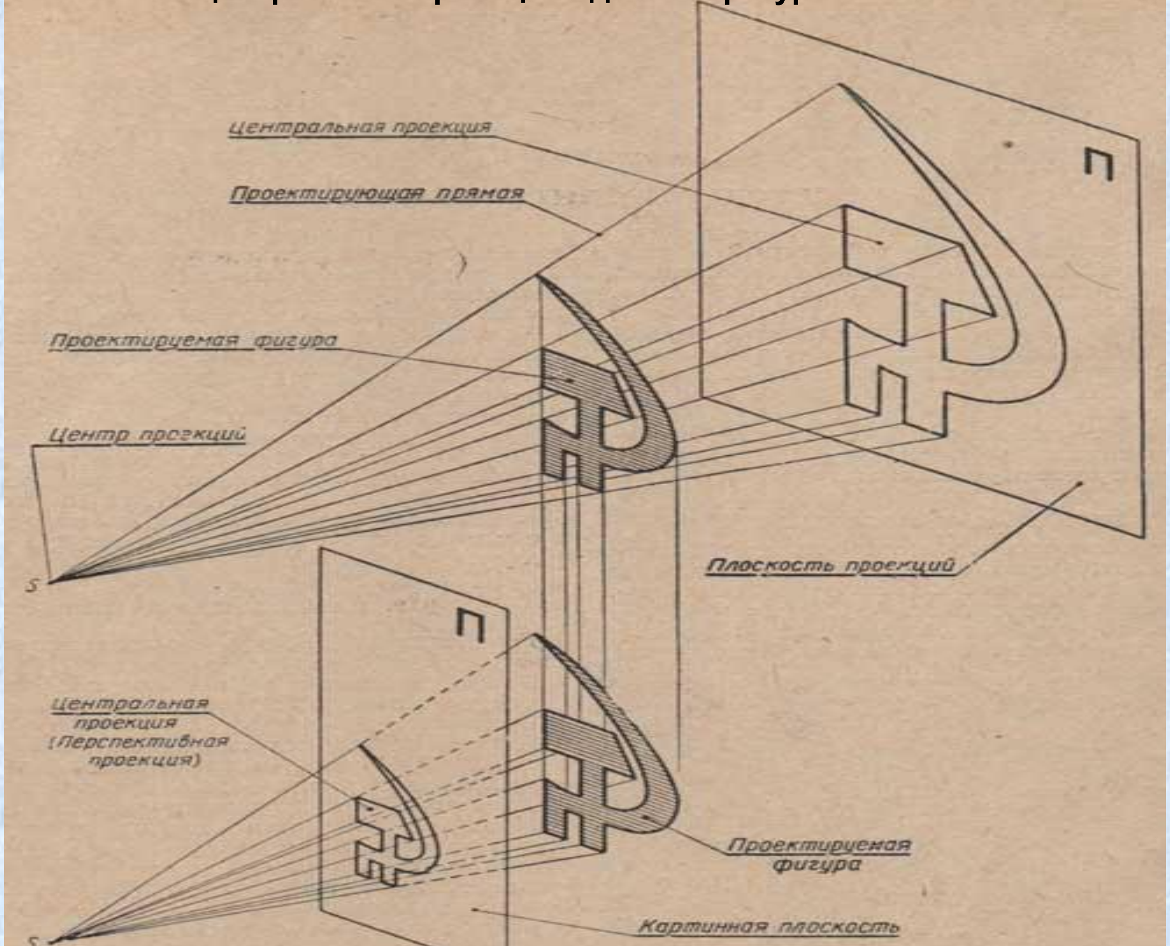


Рис. 2. Проекция фигуры

**Метод центрального проектирования применяется при построении перспективы, так как полученные этим способом изображения являются весьма наглядными. Перспективное изображение лежит в основе фотографии.**

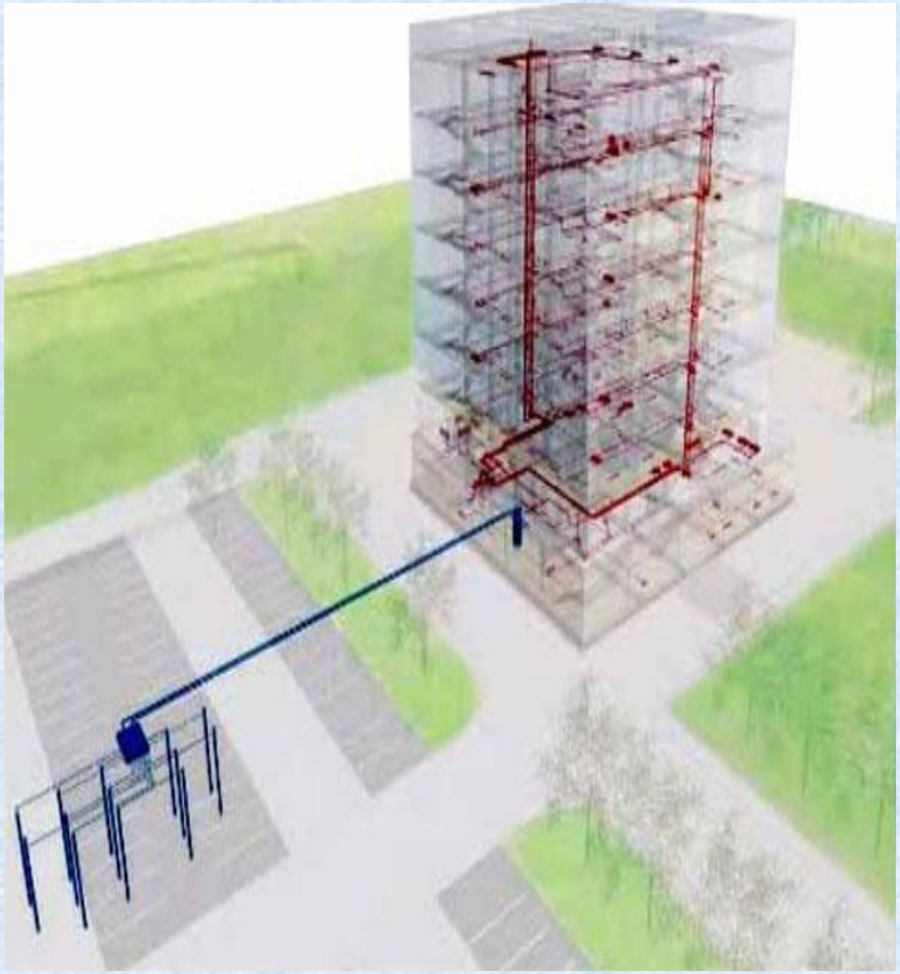
**Станция метро «Павелецкая» московского метрополитена. Это - перспектива зала станции. Представим себе в пространстве плоскость П называемую плоскостью проекций или «картинной плоскостью», и вне плоскости проекций П какую-либо точку S, называемую центром проекций ([фиг,188]). Чтобы спроектировать расположенный между ними контур серпа и молота на плоскость проекций П, надо через точку S и вершины фигуры провести прямые до пересечения с плоскостью проекций. Такие прямые называются проектирующими прямыми. Полученные точки пересечения проектирующих прямых с плоскостью проекций соединим соответствующим образом, получим изображение серпа и молота, которое называется центральной проекцией данной фигуры**

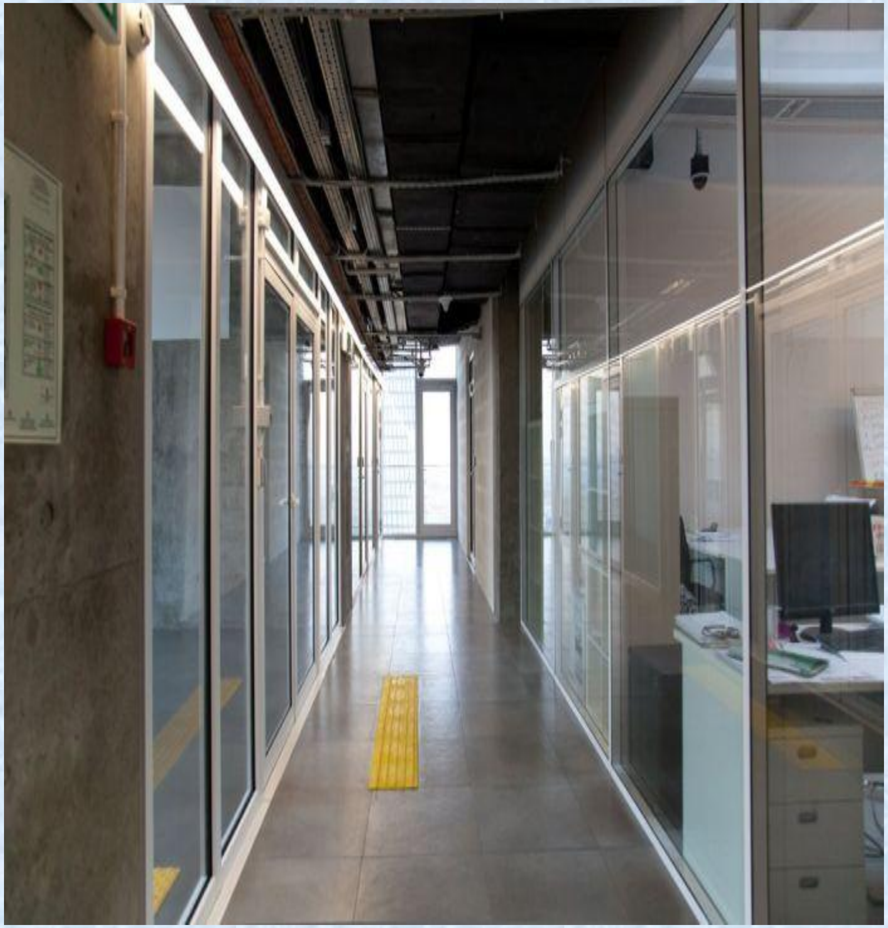



Фиг. 188.

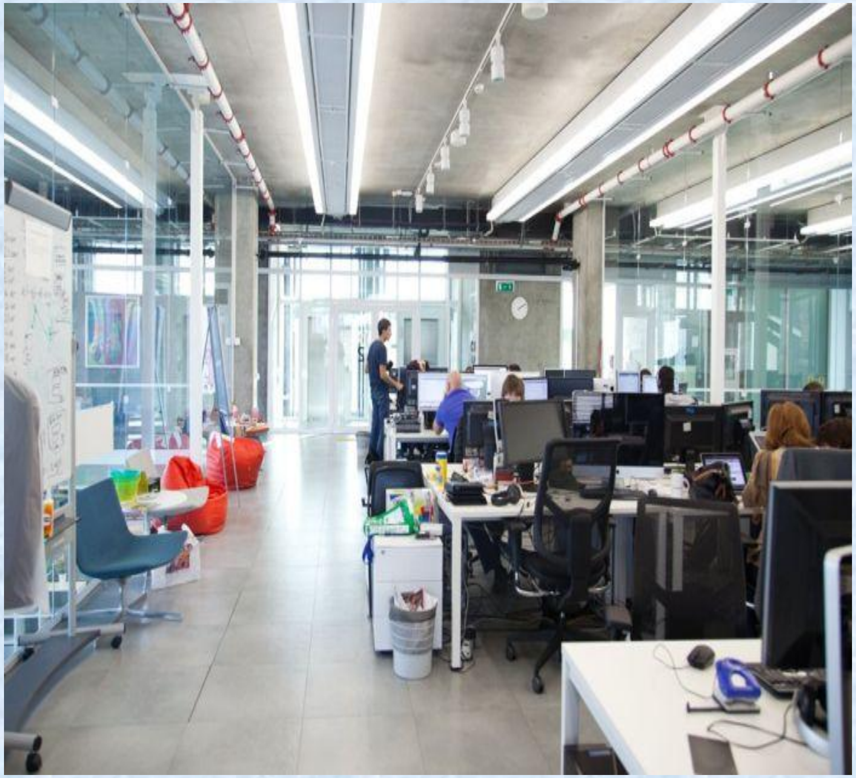
# Современные здания и постройки.

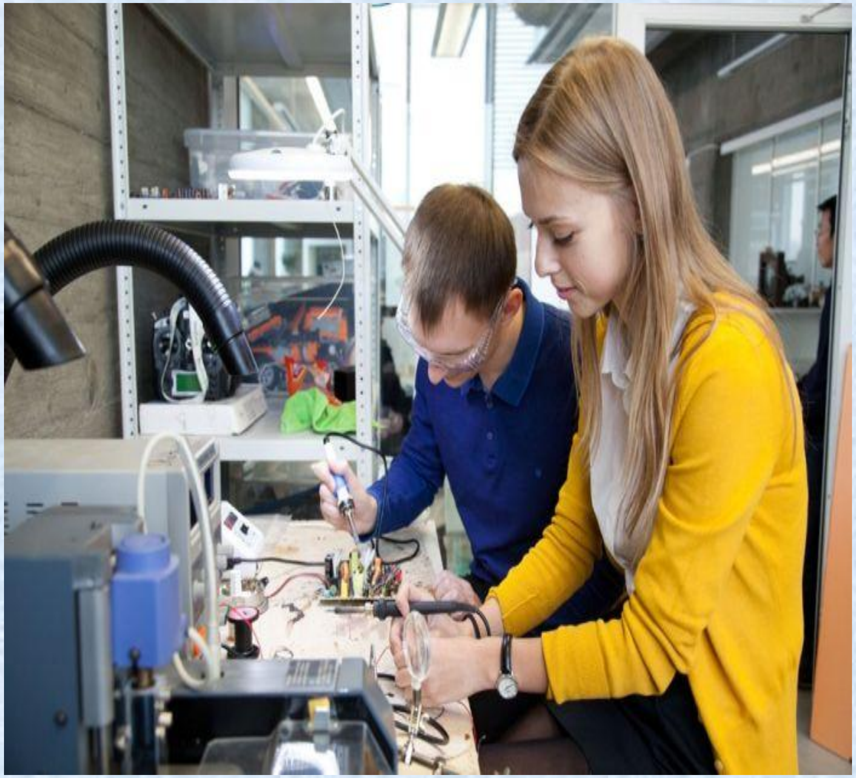
**«Гиперкуб», первое здание инновационного центра «Сколково»**





Skoltech





**Большая арка Дефанс (Grande Arche de la Défense) - это монументальное здание, расположенное на западе парижского пригорода в квартале Дефанс на территории коммуны Пюто.**

**История возникновения Большой арки Дефанс в Париже**

В 1983 году по инициативе президента Франсуа Миттерана был объявлен конкурс на современную арку – «Лицо Дефанса». Задумка была призвана продолжить историческую ось Парижа, которая проходит через Лувр, обелиск на пл. Согласия и Триумфальную арку. На конкурс было прислано 484 проекта с разных стран мира. Победителем стал датский архитектор Йохан Отто фон Спрекельсен со своим неординарным новаторским проектом современной арки.

**Национальная библиотека Беларуси** (полное название — Государственное учреждение «Национальная библиотека Беларуси») — главная универсальная научная библиотека **Белоруссии**. Директором является профессор, доктор педагогических наук Р. С. Мотульский.

**Здание представляет собой ромбокубоктаэдр высотой 73,6 м (23 этажа) и весом 115 000 тонн (не считая книг). Площадь застройки составляет 19,5 тыс. м²; общая площадь здания — 113,7 тыс. м², в том числе книгохранилища — 54,9 тыс. м²; строительный объём здания — 420,6 тыс. м³, в том числе фондохранилища — 200,6 тыс. м³.**

**Необычной является подсветка здания, представляющая собой гигантский (площадью 1985 м²) многоцветный экран (медиафасад) на основе светодиодных кластеров, который включается ежедневно с заходом солнца и работает до полуночи. Рисунок и узоры на нём постоянно меняются.**