

*Частное учреждение образовательная организация
высшего образования Медицинский университет “Реавиз”*



Лекци

я 1

***Механические свойства
твердых тел.
Механические колебания.
Звук и ультразвук.***

Основная литература для подготовки:

1. А.Н. Ремизов. *Медицинская и биологическая физика: Учеб. для вузов / А.Н. Ремизов. А.Г. Максина. А.Я.Потапенко. М.: Дрофа 2003-2014.*
2. Ремизов А.Н., Максина А.Г. *Сборник задач по медицинской и биологической физике. 3-е изд., перераб. и дополн. – М.: Дрофа, 2008. – 192 с.*
3. Антонов В.Ф., Коржувев А.В. *Физика и биофизика. Курс лекций для студентов мед. вузов. – М.: ГОЭТАР-Медиа, 2004.*
4. Антонов В.Ф., Черныш А.М., Козлова Е.К., Коржувев А.В. *Физика и биофизика. Учебник для студентов мед. вузов. – М.: ГОЭТАР-Медиа, 2008.*
5. Антонов В.Ф., Черныш А.М., Пасечник В.И., Вознесенский С.А., Козлова Е.К. *Биофизика. Учебник для студентов мед. вузов. – М.: Владос, 2003-288 с.*

Дополнительная литература для подготовки:

1. **Антонов В.Ф.** *Физика и биофизика. Практикум: учебное пособие для студентов мед. и фарм. вузов / Антонов В.Ф., Черныш А.М., Козлова Е.К., Коржувев А.В. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2008.*
2. Лещенко В. Г. *Медицинская и биологическая физика: учеб. пособие / В.Г.Лещенко, Г.К. Ильич.- Минск : Новое знание ; М.: ИНФРА - М, 2014.-552 с.*

План

- 1. Основные понятия, описывающие механические свойства и характеристики твердых тел.**
- 2. Моделирование механических свойств вязкоупругих материалов.**
- 3. Механические свойства костной ткани.**
- 4. Звуковые волны. Физические характеристики звука.**

Области применения биоматериалов

1. *Стоматологические восстановительные материалы, к которым относятся **металлические и композитные пломбировочные материалы**, а также керамика для несъемного протезирования и материалы для съемных зубных протезов.*
2. *Имплантаты, например внутричелюстные, имплантаты челюстно – лицевых суставов.*
3. *Сердечно – сосудистые имплантаты, такие как протезы клапанов сердца и сосудов.*

1. **Механические свойства твердых тел.**

Определение :

Твердым телом в механике называют неизменяемую систему материальных точек, при любых движениях которой взаимные расстояния между точками системы остаются **неизменными**.

Определение :

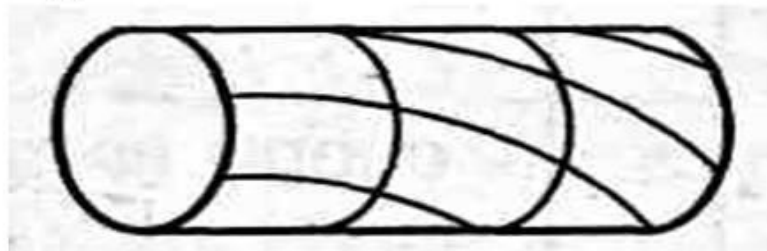
Деформацией твердого тела называют изменение формы или объема тела.

Определение :

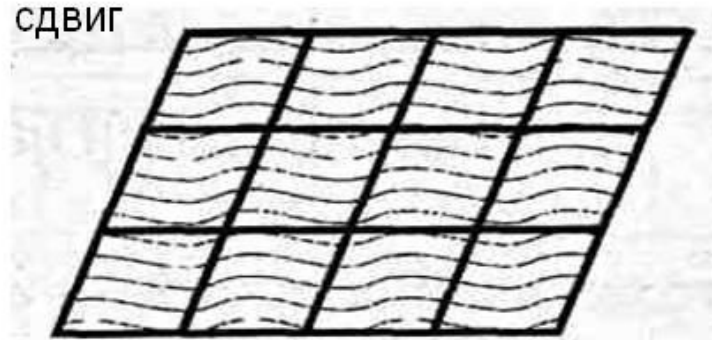
Деформацию, исчезающую после прекращения действия приложенных сил называют **Упругой**. **Пластическими** или остаточными деформациями называют такие деформации, которые сохраняются в теле по крайней мере частично, после прекращения действия внешних приложенных сил.

Виды деформации:

кручение



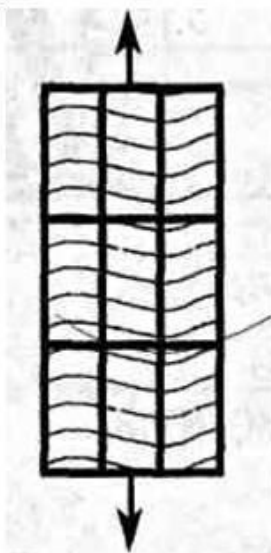
сдвиг



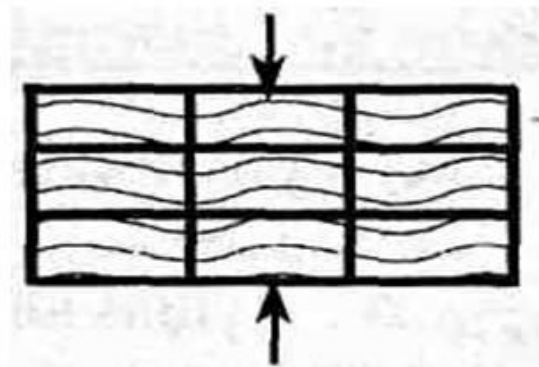
изгиб



растяжение

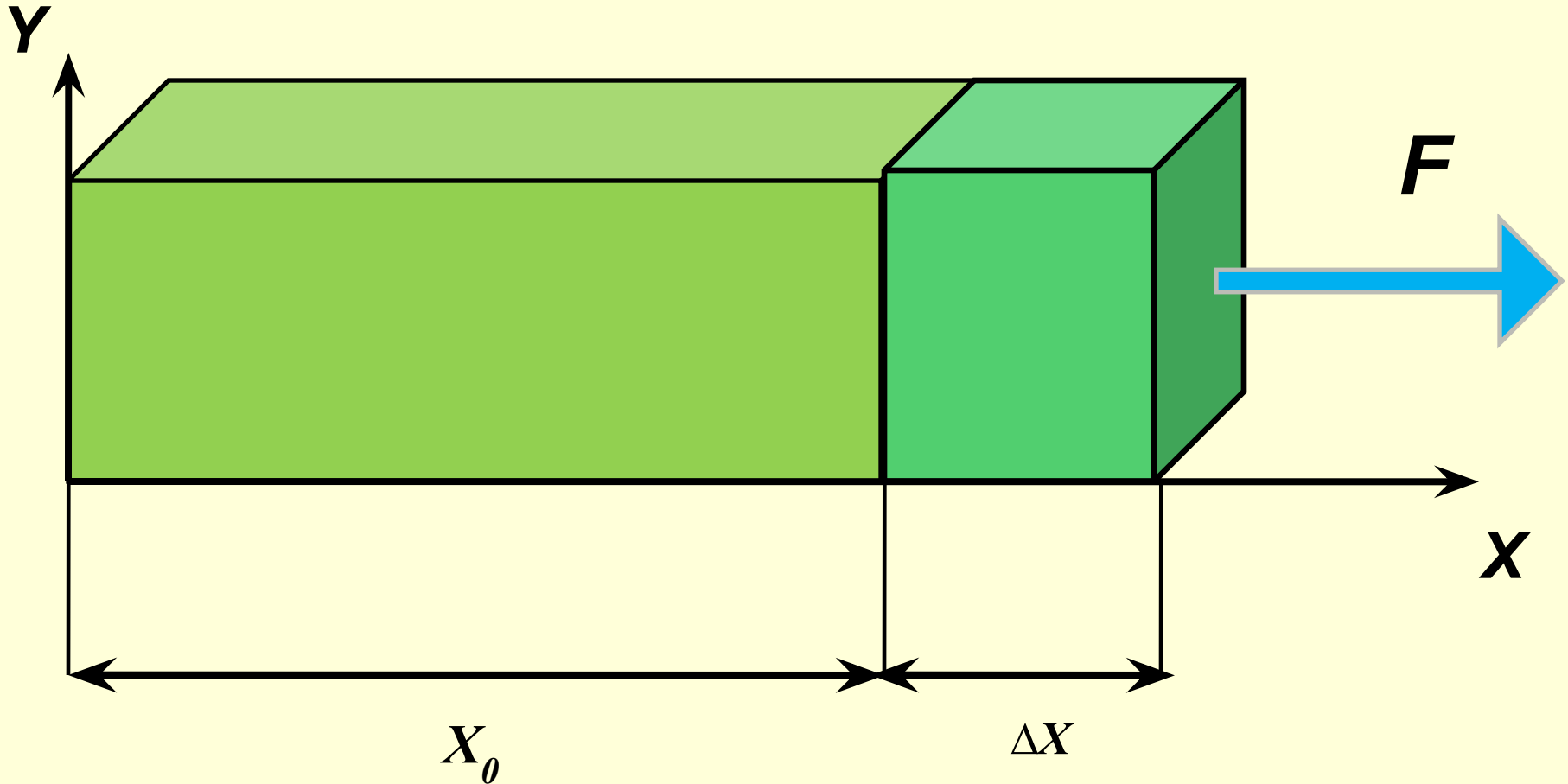


сжатие



Деформация растяжения(сжатия).

Рассмотрим наиболее простой случай деформации растяжение.



$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}$$

**- относительное
удлинение** (1.1)

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

**- механическое
напряжение** (1.2)

**F – сила, приложенная к телу
 S – площадь поперечного сечения тела**

Рассмотрим случай, когда деформация является малой, т. е. ΔX мало :

$$F = -k * \Delta x$$

- закон Гука

**k – коэффициент жесткости
 Δ - удлинение тела** (1.3)

Преобразуем данное выражение , умножим и разделим на x_0 :

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{k(x - x_0)}{S} * \frac{x_0}{x_0}$$

$$\sigma = \frac{k * x_0}{S} * \frac{(x - x_0)}{x_0}$$

E

ϵ

- закон Гука

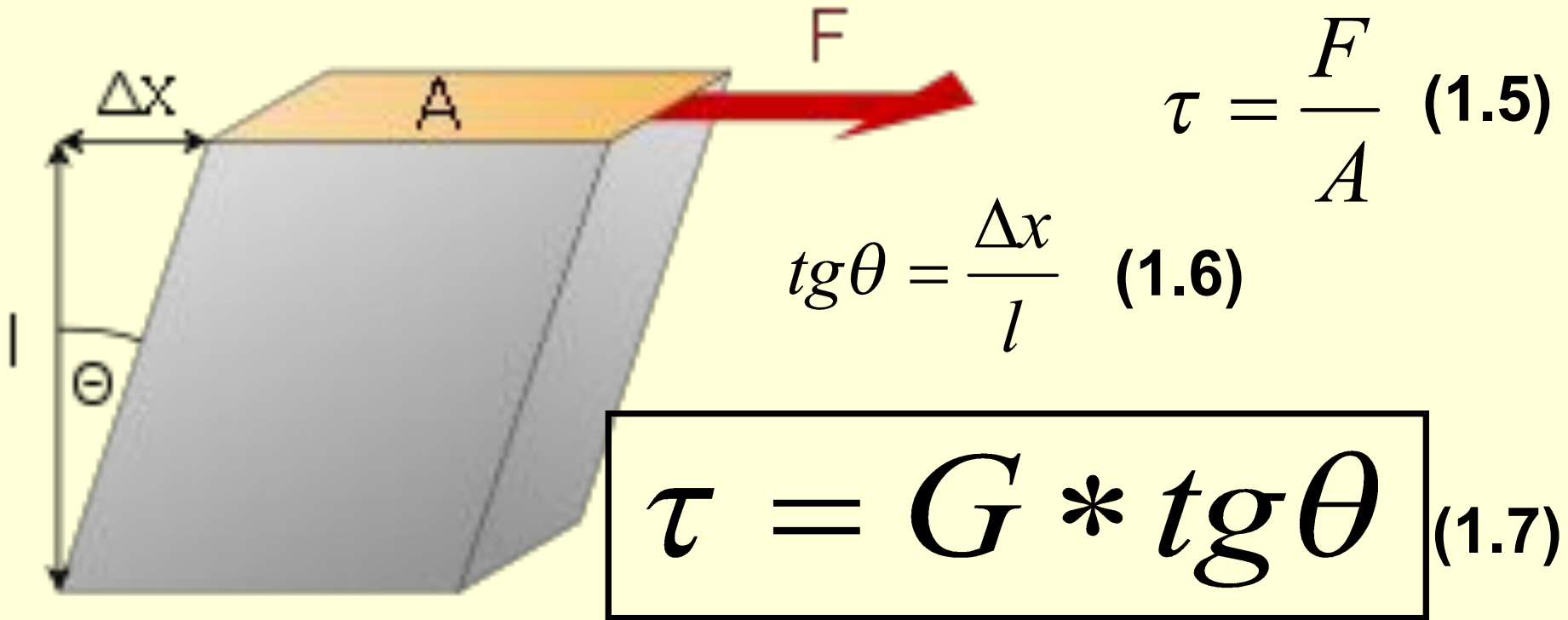
E – модуль Юнга (1.4)

ϵ – относительное удлинение (сжатие)

$$\sigma = E * \epsilon$$

Деформация сдвига.

Предположим, что на тело действует сила по касательной:



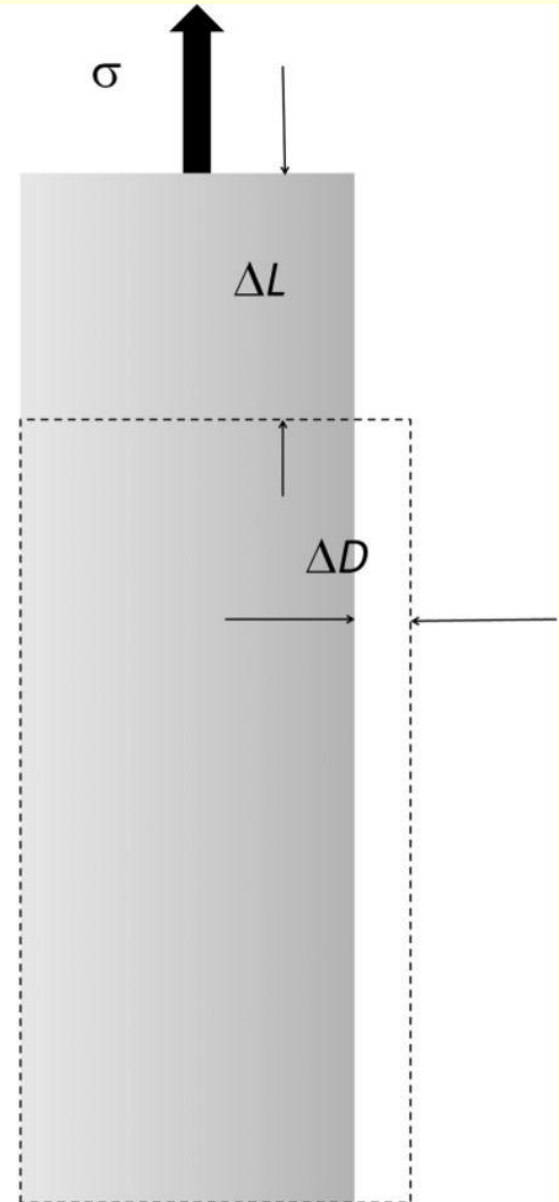
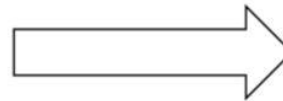
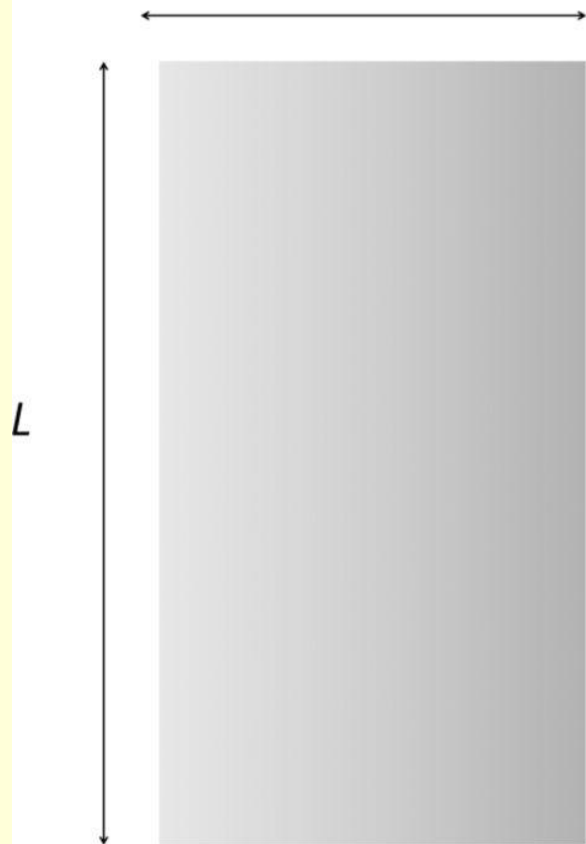
G – модуль сдвига, **θ** – угол сдвига

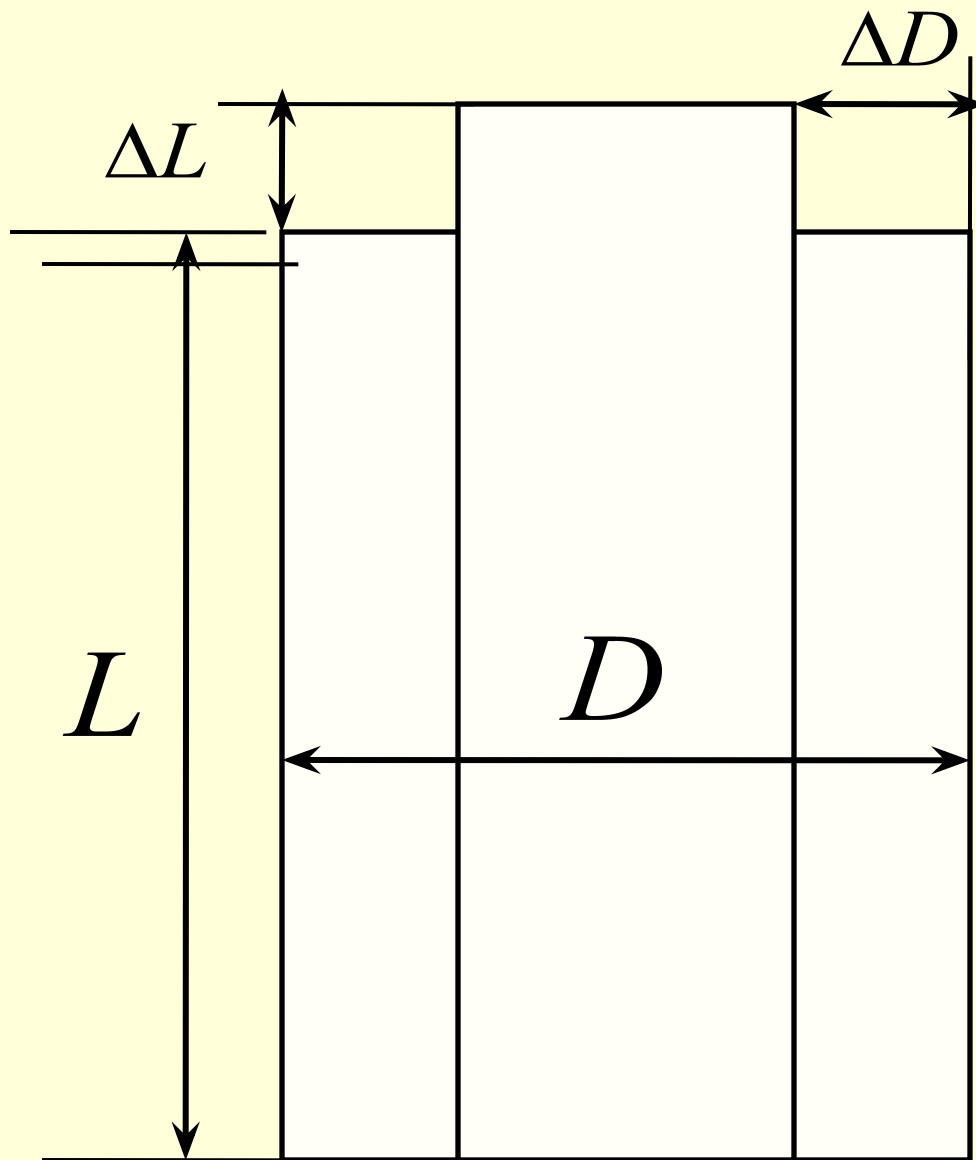
Для малых деформаций $\theta \approx 0$, тогда: $\tau = G * \theta$ (1.8)

Коэффициент Пуассона.

$$\nu = - \frac{\Delta D / D}{\Delta L / L}$$

(1.9)





Связь коэффициента Пуассона с другими коэффициентами.

1. Коэффициент **Пуассона** зависит только от свойств материала, из которого изготовлен образец, и связан с относительным изменением объема V образца при деформации :

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon(1 - 2\nu) \quad (1.10)$$

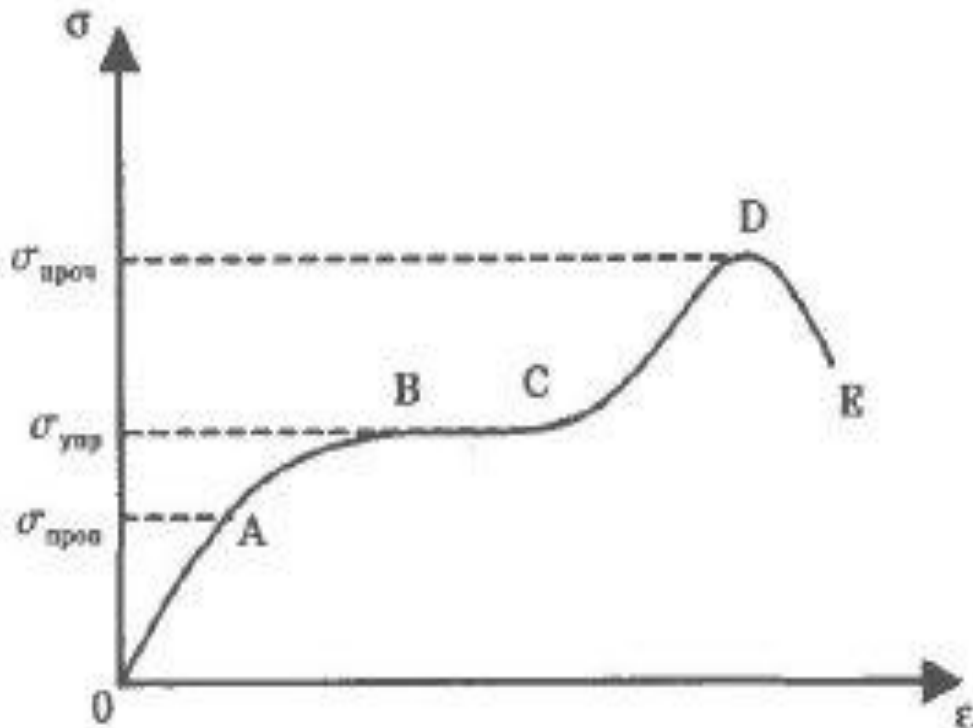
2. Коэффициент **Пуассона** связан с модулем сдвига G деформации сдвига:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.11)$$

Зависимость напряжения в материале от удлинения (сжатия). Пластическая деформация.

Предположим, что к некоторому образцу приложено растягивающее напряжение.

Построим график зависимости **напряжения σ** от **относительной деформации ϵ** .



$\sigma_{\text{проп}}$ - предел пропорциональности

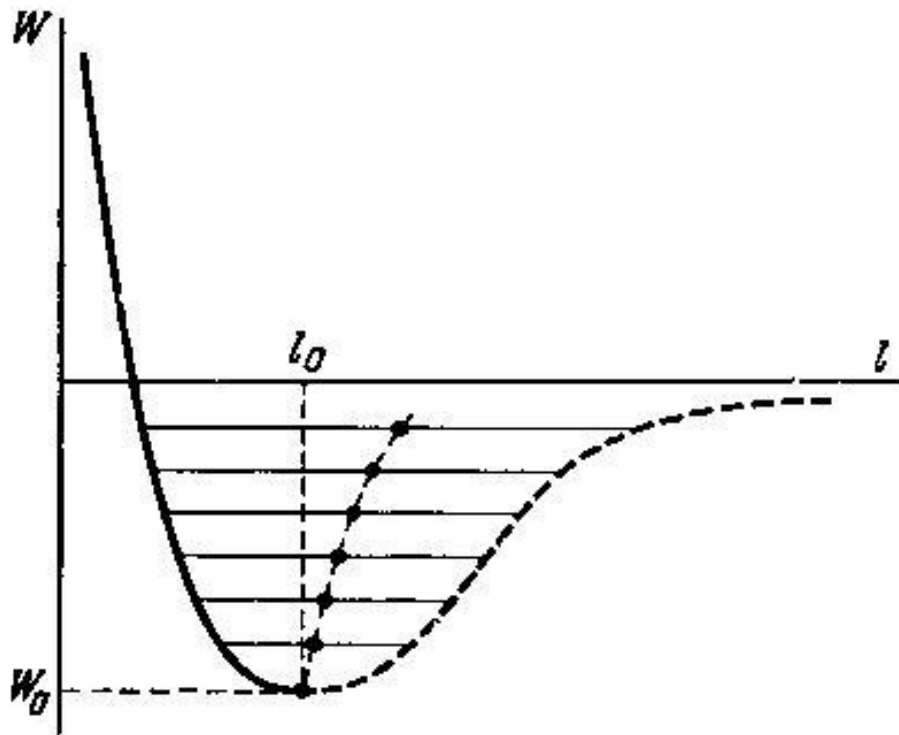
На участке **OA** вып-ся з-н Гука.

$\sigma_{\text{упр}}$ - предел упругости

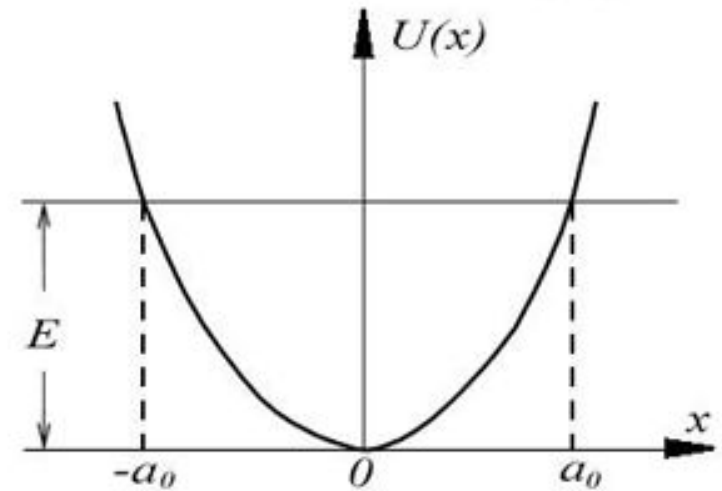
На участке **AB** не вып-ся з-н Гука, Однако деформация является **обратимой**.

Участок **BC** - область текучести.

$\sigma_{\text{проч}}$ - предел прочности



Зависимость энергии взаимодействия между двумя атомами от расстояния между ними.



Если расстояние между молекулами невелико, то данную потенциальную кривую можно приблизительно описать параболой, т.е сила пропорциональна Удлинению u , следовательно, выполняется закон Гука.

Значения предела прочности для некоторых стоматологических материалов

Таблица 86

Прочностные показатели поликарбоксилатных и цинкфосфатных цемента

Материал	Прочность, МН/м ²	
	растяжение	сжатие
Поликарбоксилатные цементы:		
для подкладок	100—140	90—120,0
» цементации	64,0	67,0
Фосфатные цементы:		
для подкладок	—	120,0
» цементации	5,0	100,0
дентин	53,0	210,0—350,0
эмаль	10,5	98,0—394,0

2.

Моделирование механических свойств вязкоупругих материалов.

Кость является **КОМПОЗИТНЫМ** материалом, состоящим из неорганического материала и коллагена. Деформацию таких материалов часто называют **вязкоупругой**.

Модель упругих свойств – **пружина**

Модель вязких свойств - **движение поршня**

Будем считать, что деформацию упругой части материала можно описать законом Гука.

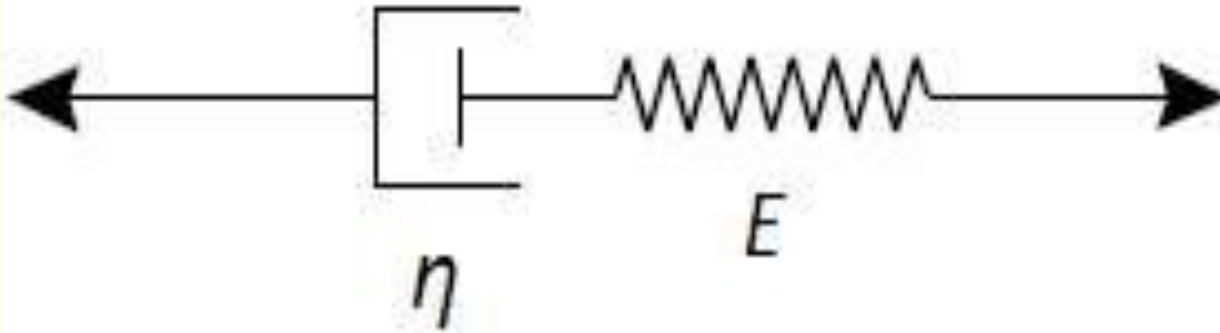
Движение поршня можно описать следующим уравнением :

$$F = r \frac{dx}{dt} \quad (1.12)$$

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.13)$$

η – вязкость материала
 σ - механическое напряжение
 ε - деформация

Модель Максвелла.



$$\varepsilon_{\text{упр}} = \sigma / E \quad (1.14)$$

$$\frac{d\varepsilon_{\text{упр}}}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} \quad (1.15)$$

Скорость вязкой деформации выразим из (1.13)

$$\frac{d\varepsilon_{\text{вяз}}}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} \quad (1.16)$$

Суммируя скорость при упругой и вязкой деформаций (1.15) и (1.16) найдем :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_{\text{упр}}}{dt} + \frac{d\varepsilon_{\text{вязк}}}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (1.17)$$

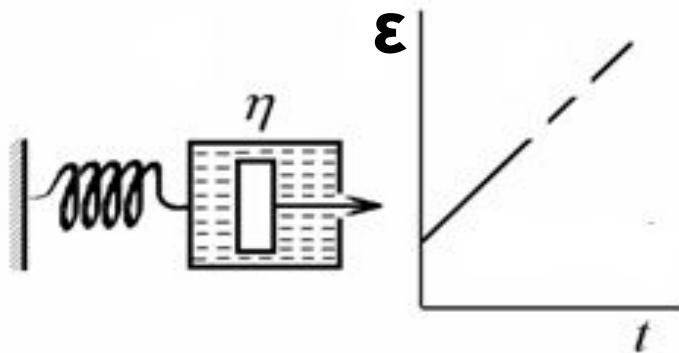
Возможны следующие два предельных случая :

1) $\sigma = const \quad \frac{d\sigma}{dt} = 0$ (случай, когда приложена постоянная нагрузка к телу)

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} \longrightarrow d\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} dt$$

$$\int_0^{\varepsilon} d\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} \int_0^{\varepsilon} dt \longrightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} t}$$

Это соответствует ползучести (1.18)



2) $\varepsilon = const$ (случай, когда сохраняется постоянная деформация тела) $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$

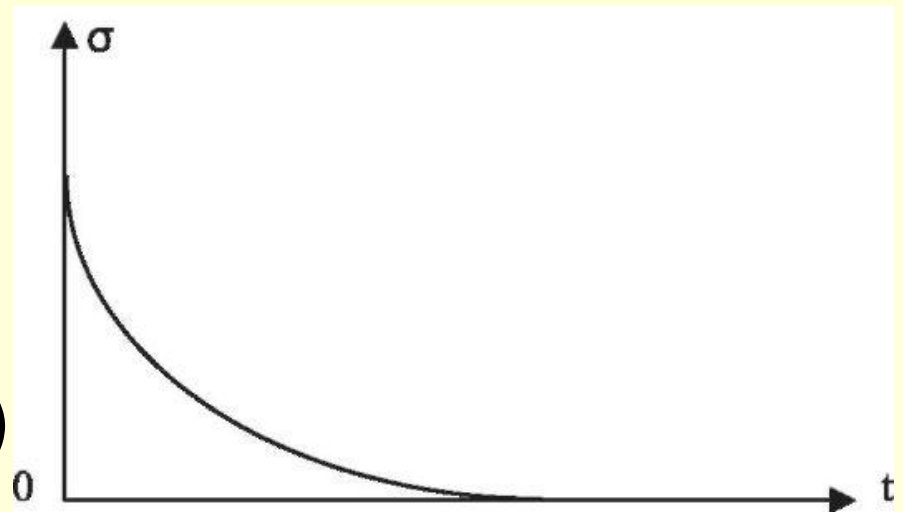
$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} = -\frac{\sigma}{\eta} \longrightarrow \frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E}{\eta} dt$$

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{d\sigma}{\sigma} d\varepsilon = -\frac{E}{\eta} \int_0^t dt \longrightarrow \ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = -\frac{E}{\eta} t$$

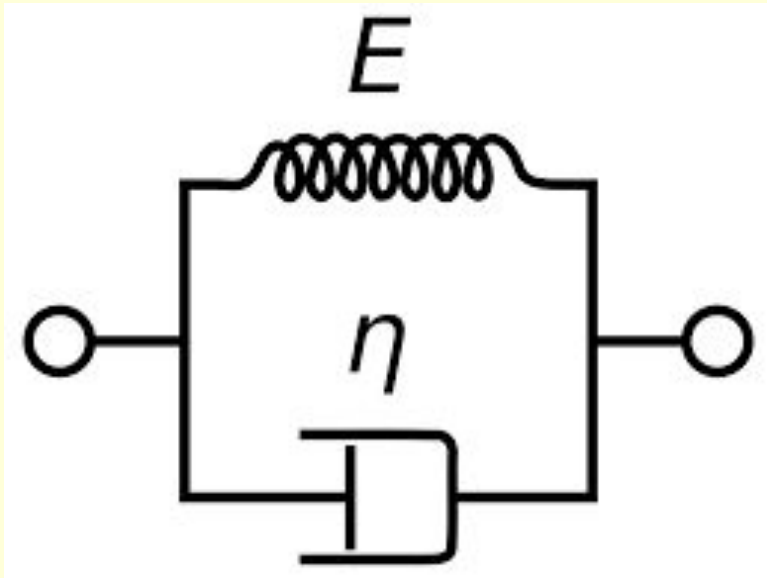
$$\sigma = \sigma_0 * e^{-\frac{E}{\eta} t}$$

Это соответствует
Релаксации напряжения

(1.19)



Модель Кельвина - Фойхта.



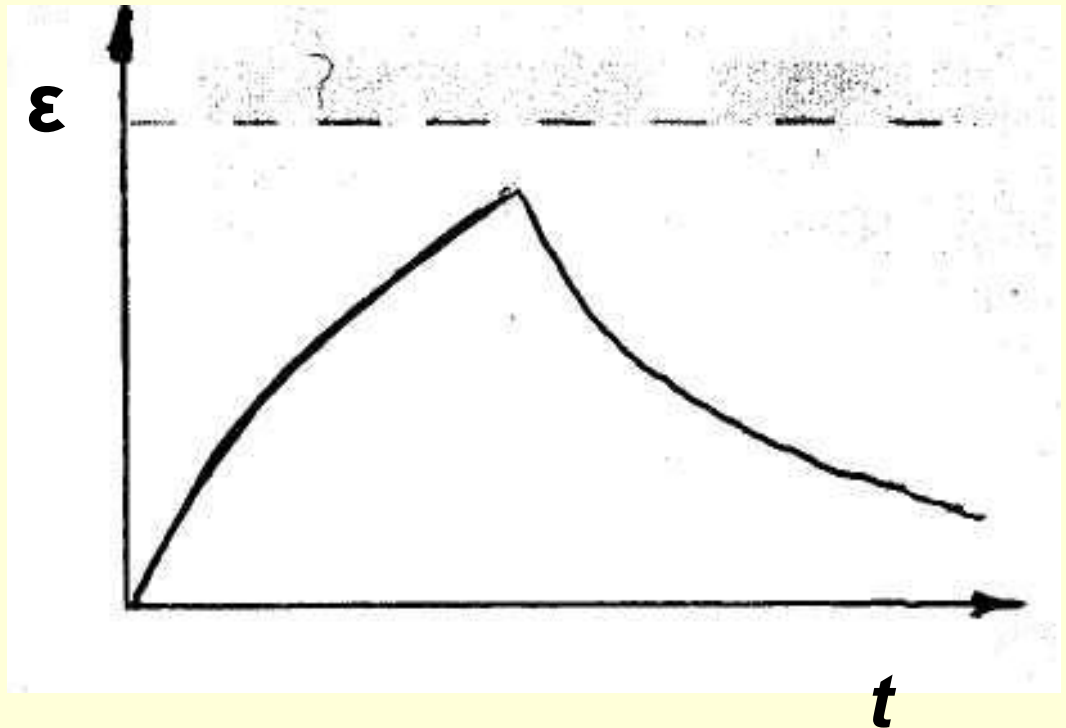
Если мгновенно создать напряжение, то :

$$\sigma = \sigma_{\text{упр}} + \sigma_{\text{вязк}} \quad (1.20)$$

Проведя аналогичные рассуждения можно получить следующее выражение:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \longrightarrow \quad \sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} * \left(1 - e^{-\frac{E}{\eta}t}\right) \quad (1.21)$$



Механические свойства биологических тканей

3

Костная ткань

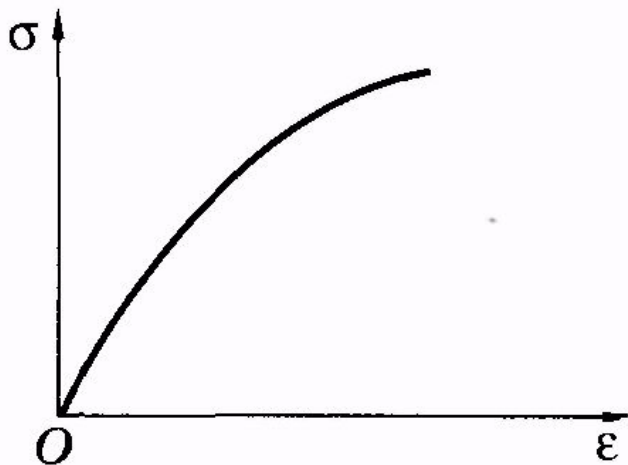
Кость - основной материал опорно-двигательного аппарата.

Можно считать, что $2/3$ массы компактной костной ткани составляет

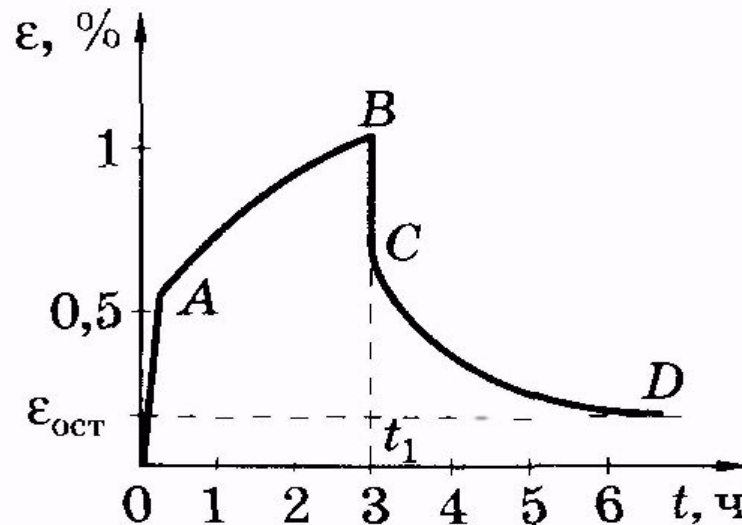
неорганический материал – гидроксилapatит $3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2$

Остальная часть **КОЛЛАГЕН** (волоконистый белок)

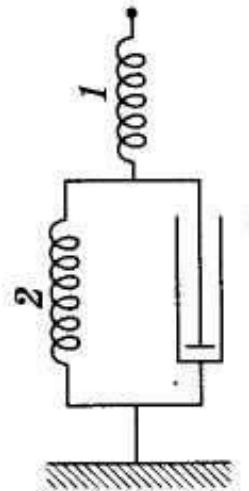
Плотность костной ткани - $2400 \text{ кг} / \text{м}^3$ ($2.4 \text{ г} / \text{см}^3$)

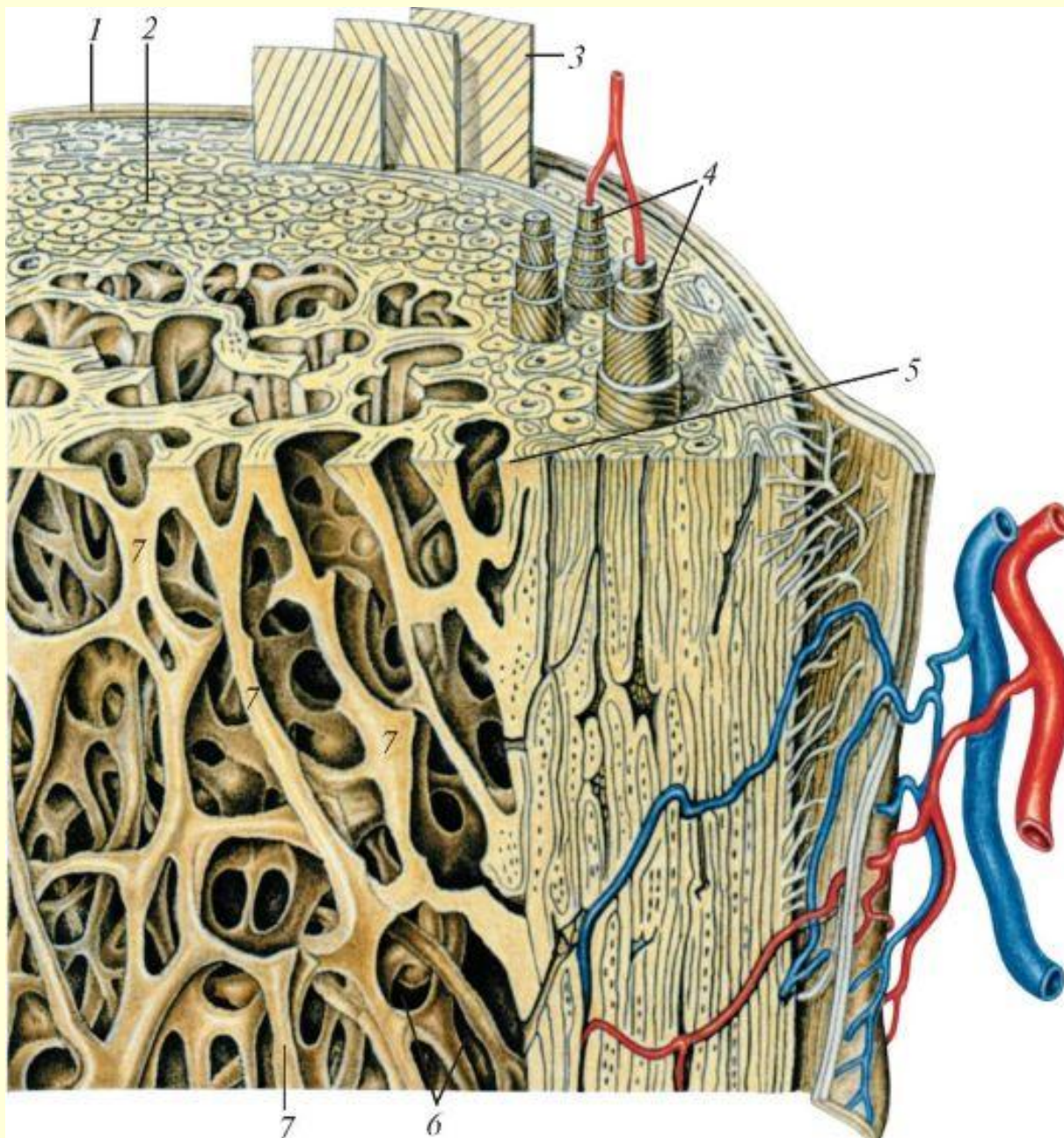


Зависимость напряжения от деформации



Кривая ползучести компактного вещ-ва кости





Строение трубчатой кости:

- 1 – надкостница**
- 2 – компактное вещество кости**
- 3 – слой наружных окружающих пластинок**
- 4 – остеоны**
- 5- слой внутренних окружающих пластинок**
- 6 – костномозговая полость**
- 7 - костные перекладины губчатой кости**

Механические свойства кости и некоторых материалов.

Материал	Модуль Юнга, ГПа	Предел прочности, МПа
Кость	10 ГПа	100 МПа
Сталь	200	500
Капрон стеклонаполненный	8	150
Органическое стекло	3.5	50

4.

***Звуковые волны.
Физические
характеристики звука.***

Механические колебания.



Звуковые волны



Ультразвуковые волны в стоматологии



Ультразвуковые волны в косметологии

Свободные колебания

Определение: *Свободными* колебаниями называют колебания, которые совершаются без внешних воздействий за счет первоначально полученной телом энергии.

Примеры: пружинный маятник, математический маятник.

Механические волны.

Уравнение механической волны.

Механической волной называют механические возмущения, распространяющиеся в пространстве и несущие энергию.

Рассмотрим механическую волну, распространяющуюся вдоль оси **Ox**, зависимость записывается в общем виде:

$$S = f(x, t) \quad (1.22)$$

S – зависимость смещения колеблющейся точки

x - расстояние

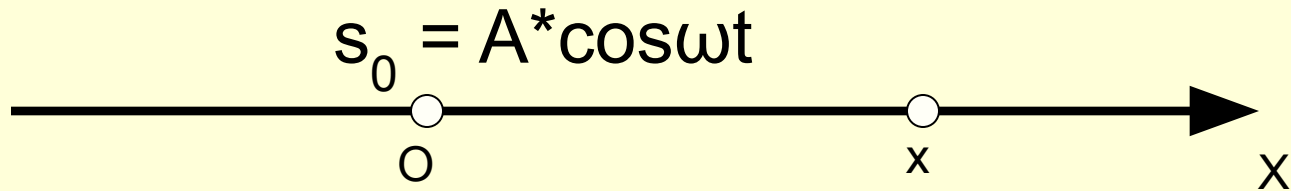
t - время

Возможны два случая :

1 – S и x – направлены по одной прямой (**продольные волны**)

2 - $S \perp x$ (**поперечные волны**)

1. Зададим колебание точки с координатой $x = 0$, $s = A \cos \omega t$



2. Тогда колебание, дошедшее до точки x , пройдет с некоторым запозданием т.е через время τ

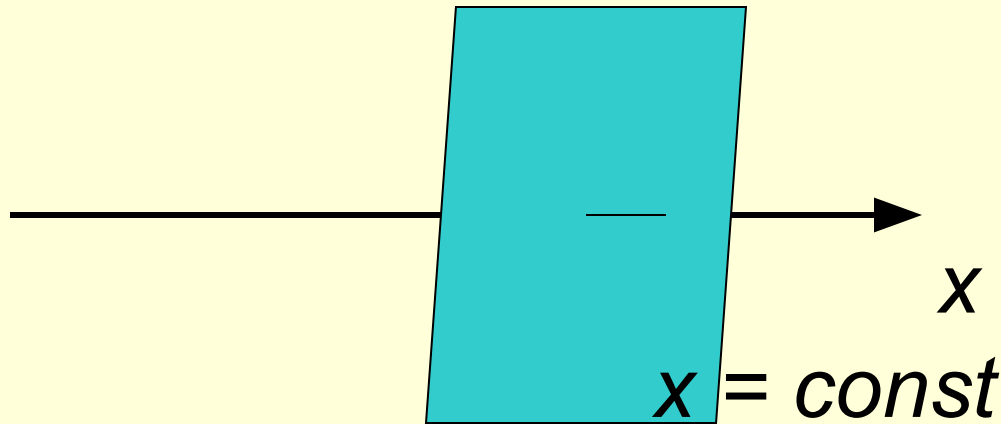
$$s = A \cos \omega(t - \tau)$$

$$s = A \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (1.23)$$

Уравнение плоской волны

Аргумент при косинусе $\varphi = \omega(t - x/v)$ - **фаза волны**

Множество точек, имеющих одинаковую фазу – называют **фронтом волны**



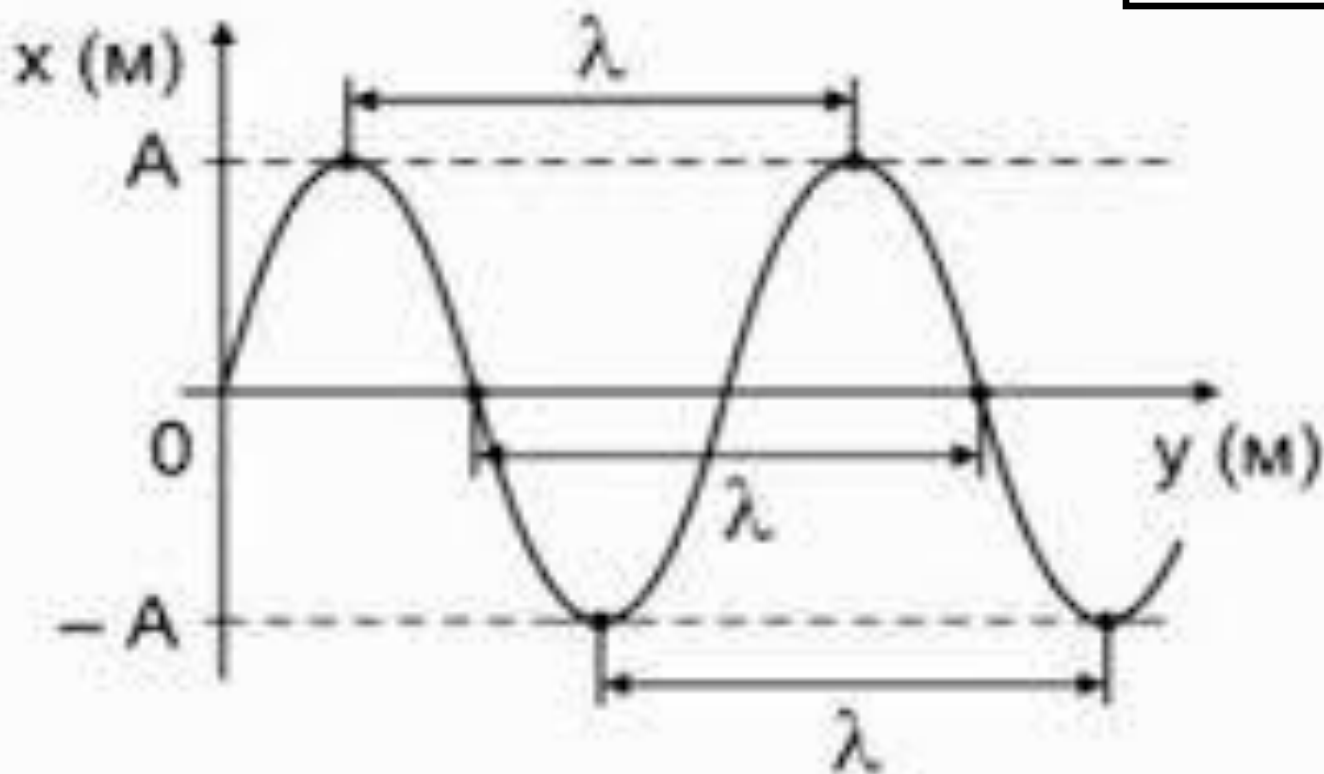
Скорость распространения фазы называют **фазовой скоростью**

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (1.24)$$

Длина волны – расстояние, пройденное волной за **1 период** колебания T .

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (1.25)$$

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$$



Звуковые волны. Скорость звука.

Звуковые колебания и волны – это частный случай механических колебаний и волн.

Звук – продольные механические волны.

В твердых телах скорость звука определяется так :

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

***E** – Модуль Юнга*

***ρ** - плотность среды*

(1.26)

Направление
движения частиц



Направление
распространения волны

λ

Продольная волна

Направление
движения частиц



Направление
распространения волны

λ

Поперечная волна

Физические характеристики звука.

- 1. Скорость звука***
- 2. Длина волны звука***
- 3. Частота звука***
- 4. Интенсивность звуковой волны***

Поток энергии. Интенсивность волны.

Выделим объем среды, в котором распространяется волна

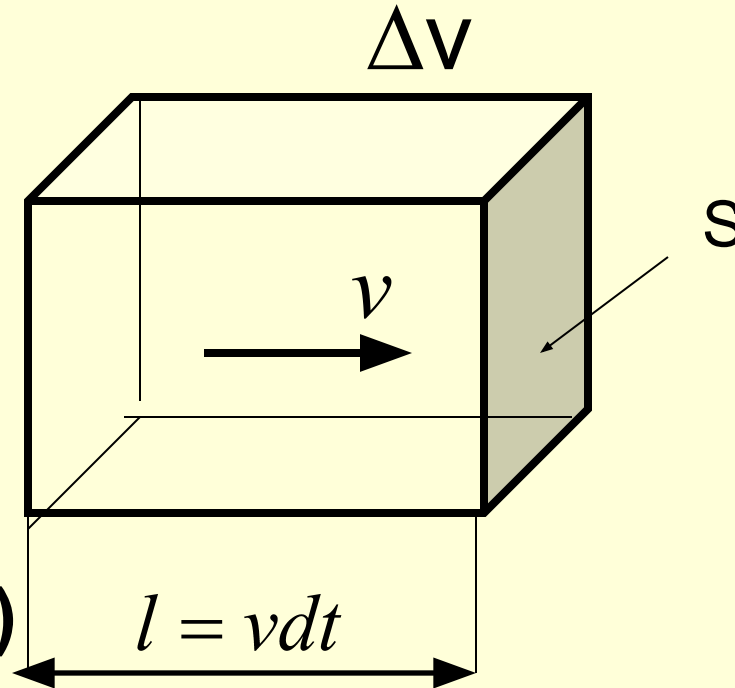
Количественной характеристикой переносимой энергии волной является

поток энергии Φ

$$[\Phi] = 1 \text{ Вт}$$

$$\Phi = \frac{\Delta W}{dt}$$

(1.27)



$$\langle w_\rho \rangle = \frac{\Delta W}{\Delta V}$$

$$\Phi = \langle w_\rho \rangle v S \quad (1.28)$$

$\langle w_\rho \rangle$ - средняя **объемная плотность энергии**

Поток энергии волн, отнесенный к площади поверхности, ориентированной перпендикулярно направлению распространения волн называют плотностью потока энергии волн или **интенсивностью**

$$I = \Phi / S = \langle w_\rho \rangle v \quad [I] = \text{Вт/м}^2 \quad (1.29)$$

Энергия, переносимая упругой волной складывается из **потенциальной энергии** деформации и **кинетической энергии** колеблющихся частиц среды.

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 v \quad - \text{вектор Умова} \quad (1.30)$$

Если имеется источник звука, то интенсивность волны на некотором расстоянии от него определяется так :

$$I = \frac{P_{\text{ист}}}{4\pi R^2} \quad \begin{array}{l} P_{\text{ист}} - \text{мощность источника} \\ R - \text{расстояние до точки} \end{array} \quad (1.31)$$

Удельный акустический импеданс.

$$Z = \rho c$$

$$[Z] = \text{кг} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$$

(1.32)

c – скорость звуковой волны

ρ – плотность среды

волновое сопротивление (для плоской волны)

Волновое сопротивление – это характеристика среды, определяющая условия отражения и преломления звуковых волн на границе раздела двух сред.

Таблица плотностей, скоростей звука и импеданса для некоторых биологических сред.

Материал	ρ (кг/м ³)	v_s (м/с)	$Z (= \rho v_s)$ (кг/м/с)
Воздух (20°C)	1,20	343	413
Вода	$1,00 \times 10^3$	1,480	$1,48 \times 10^6$
Жир	$0,92 \times 10^3$	1,450	$1,33 \times 10^6$
Мышцы	$1,04 \times 10^3$	1,580	$1,64 \times 10^6$
Кость	$2,23 \times 10^3$	3,500	$7,80 \times 10^6$
Кровь	$1,03 \times 10^3$	1,570	$1,61 \times 10^6$
Мягкие ткани среднее ^{a)}	$1,06 \times 10^3$	1,540	$1,63 \times 10^6$
Легкие	286	630	$1,80 \times 10^5$

(Примечание : для всех сред кроме воздуха и легких для скоростей звука есть множитель 10^3)

Пусть звуковая волна нормально падает к границе раздела двух сред

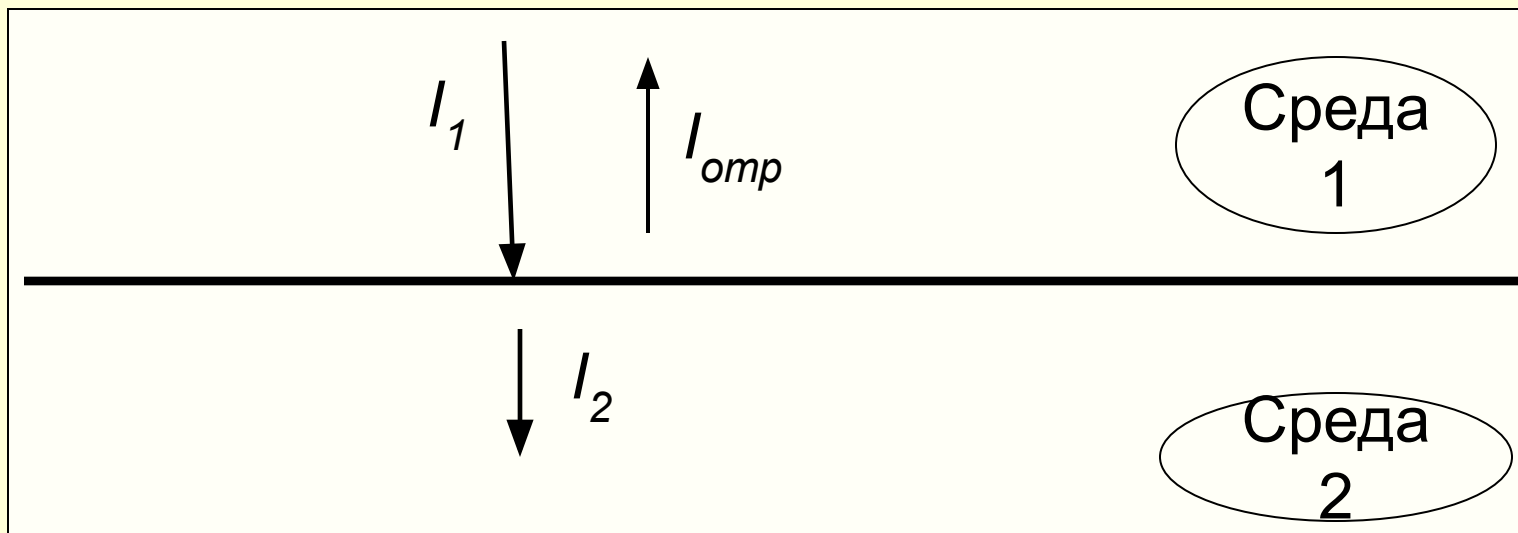
$$\beta = \frac{I_2}{I_1}$$

Коэффициент проникновения звуковой волны
(1.33)

$$\beta = 4 \frac{\frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2}}{\left(\frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2} + 1\right)^2}$$

Формула Рэлея

(1.34)



Максимальное значение, которое может принимать β равно

$$\beta = 1$$

Из формулы Рэлея следует, что

$$c_1 \rho_1 = c_2 \rho_2$$

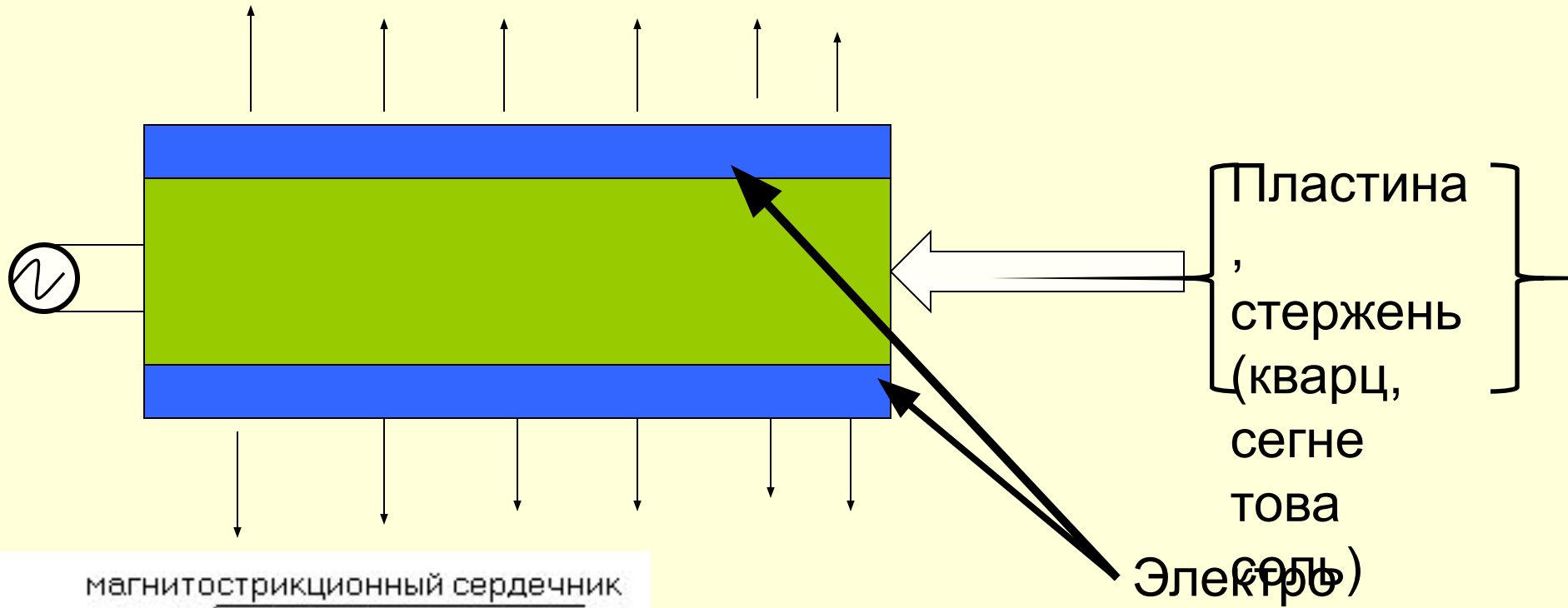
При равенстве волновых сопротивлений звуковая волна пройдет границу раздела двух сред без отражения

Граница раздела тканей	Отраженная фракция (в %)	Переданная фракция (в %)
Вода / мягкие ткани	0.23	99.77
Жир / мышца	1.08	98.92
Кость / мышца	41.23	58.77
Воздух / мягкие ткани	99.9	0.1

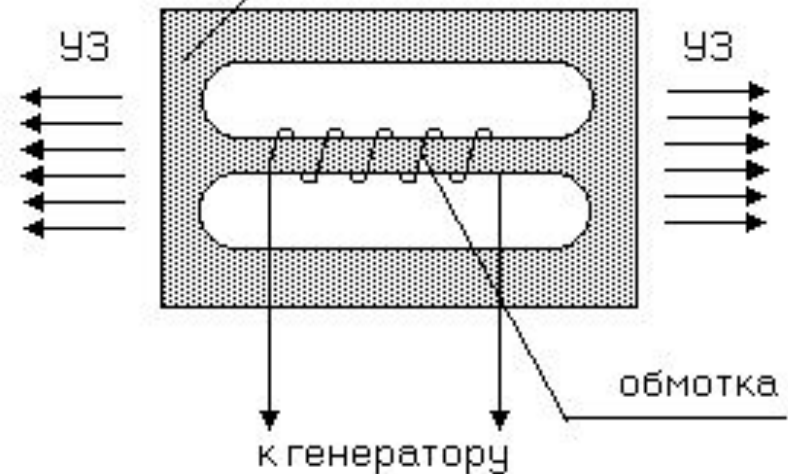
Определение: *Ультразвуком называют механические колебания и волны, которые имеют частоты более 20 кГц.*

Методы получения ультразвука

1. Основан на ***обратном пьезоэлектрическом*** эффекте.
2. Основан на ***магнитострикционном*** эффекте.



магнитострикционный сердечник



Механический ультразвуковой преобразователь

Магнитострикционный преобразователь

Использование ультразвука в стоматологии



Ультразвуковая чистка зубов



*Оценка плотности костной ткани
(остеометрия)*



Удаление зубного камня ультразвуком