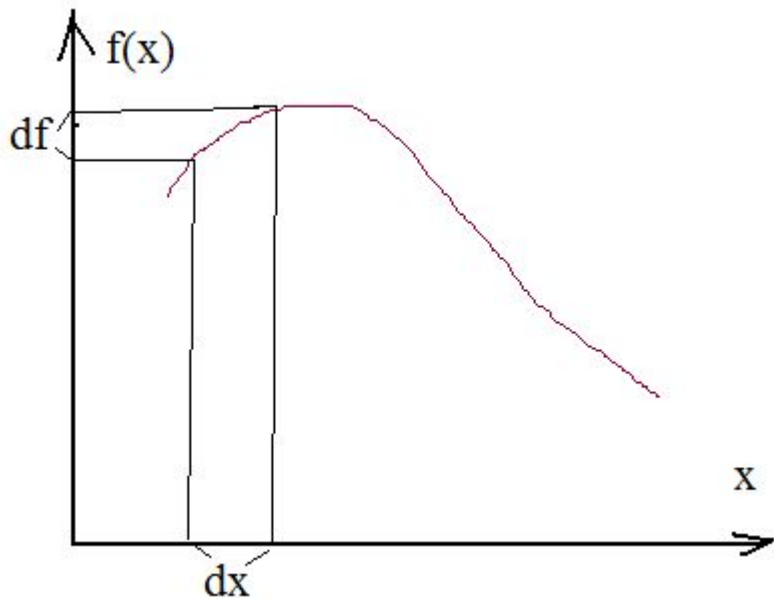


1. Производная и дифференциал

Производная функции $y = f(x)$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{df}{dx}.$$



Пример: $v = \frac{ds}{dt} = s'$

dy - дифференциал функции dx - дифференциал аргумента.

$$dy = f'(x) \cdot dx.$$

Для функции многих переменных $f(x, y)$ ее *полный дифференциал*

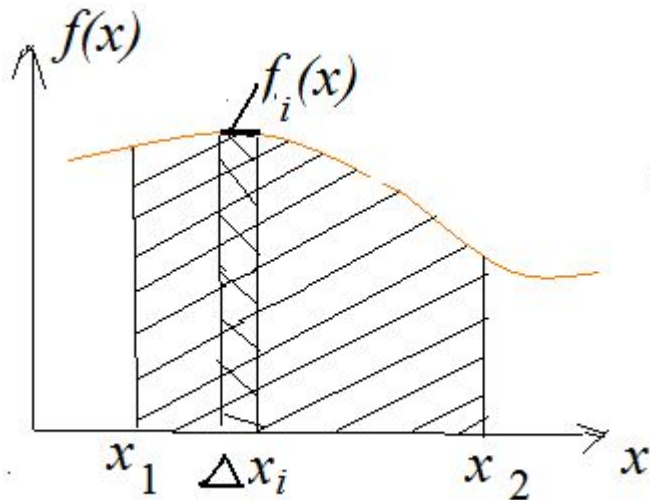
$$d f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} d x + \frac{\partial f}{\partial y} d y ,$$

где $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ - *частные производные* функции. Это производные по

одному из аргументов, вычисленные в предположении, что остальные аргументы постоянны.

2. Интеграл.

2.1 Определенный интеграл



Сумму $\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$ при столь малых Δx_i , что на каждом из этих интервалов $f(x) = \text{const}$, обозначают $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ и называют **определенным интегралом** от $f(x)$ в интервале (x_1, x_2) .

Графически этот интеграл представляет площадь фигуры под кривой

Пример: работа силы при конечном перемещении вдоль Ox :

$$A_{12} = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) dx.$$

2.2 Неопределенный интеграл

Если в задаче необходимо узнать не численный ответ:

$$F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx ,$$

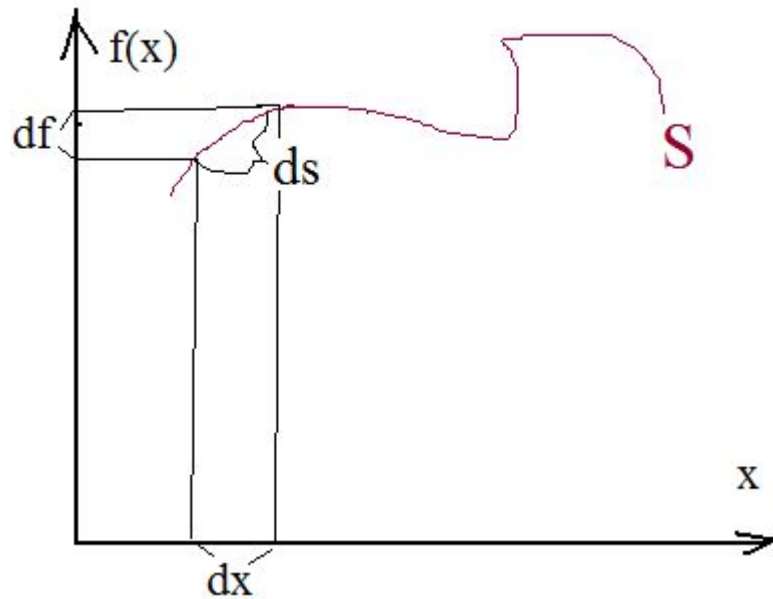
а саму зависимость $F(x)$, то находят неопределенный интеграл от функции $f(x)$:

$$\int f(x) dx = F(x) + C .$$

Здесь C – произвольная постоянная, определяемая при решении конкретной задачи.

2.3 Криволинейный интеграл

$f(x)$, но $f(s)$ и $x(s)$.



Интегрирование ведется не по кривой

$f(x)$, а по заданной кривой S .

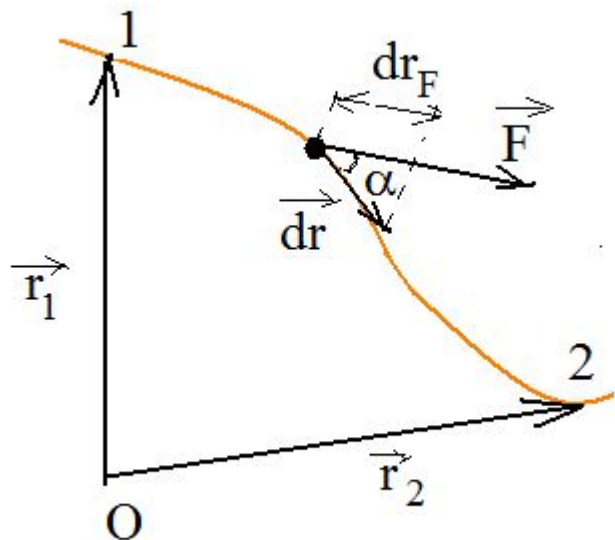
Пример: работа
силы

Работа переменной силы по криволинейной траектории.

Механическая работа, или работа силы является количественной мерой изменения механических видов энергии.

Пусть тело движется по траектории 1-2 под действием сил $\vec{F}(r)$. Работа силы выражается криволинейным интегралом:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F dr \cdot \cos\alpha = \int_1^2 F dr_F = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$



$$dr_F = dr \cos\alpha$$

$$F_r = F \cos\alpha$$