Системы эконометрических уравнений

Подготовил: Тягливый А.С.
Студент 1 курса Магистерской подготовки экономика.

- **1. система независимых уравнений (*когда каждая зависимая переменная y рассматривается как функция одного и того же набора факторов x*)**

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1, \\ y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n. \end{cases}$$

- Набор факторов в каждом уравнении может варьироваться. Так, модель вида

$$
\begin{aligned}
y_1 &= f\left(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\right)\\
y_2 &= f\left(x_1, x_3, x_4, x_5\right)\\
y_3 &= f\left(x_2, x_3, x_5\right)\\
y_4 &= f\left(x_3, x_4, x_5\right)
\end{aligned}
$$

- также является системой независимых уравнений.

- **Каждое уравнение системы независимых уравнений может рассматриваться самостоятельно. Для нахождения его параметров используется метод наименьших квадратов.**

2. системы рекурсивных уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2m}x_m + \varepsilon_2, \\ y_3 = b_{31}y_1 + b_{32}y_2 + a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3m}x_m + \varepsilon_3, \\ \dots \\ y_n = b_{n1}y_1 + b_{n2}y_2 + \dots + b_{nn-1}y_{n-1} + a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nm}x_m + \varepsilon_n. \end{cases}$$

зависимая переменная включает в каждое последующее уравнение в качестве факторов все зависимые переменные предшествующих уравнений наряду с набором собственно факторов *x*.

- Примером такой системы может служить *модель производительности труда и фондоотдачи вида*:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

- где y_1- производительность труда;
- y_2 - фондоотдача;
- x_1 - фондовооруженность труда;
- x_2 -энерговооруженность труда;
- x_3 - квалификация рабочих.

- **3. система взаимозависимых уравнений (системы совместных, одновременных уравнений).**

$$
\begin{cases}
y_1 = b_{12} \cdot y_1 + b_{13} \cdot y_3 + \ldots + b_{1n} \cdot y_n + a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1m} \cdot x_m + \varepsilon_1, \\
y_2 = b_{21} \cdot y_1 + b_{23} \cdot y_3 + \ldots + b_{2n} \cdot y_n + a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2m} \cdot x_m + \varepsilon_2, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
y_n = b_{n1} \cdot y_1 + b_{n2} \cdot y_2 + \ldots + b_{nn-1} \cdot y_{n-1} + a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nm} \cdot x_m + \varepsilon_n.
\end{cases}
$$

- Пример: *модель динамики цены и заработной платы вида*

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1, \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \varepsilon_2, \end{cases}$$

- y_1 - *темп изменения месячной заработной платы;*
- y_2 - *темп изменения цен;*
- x_1 - *процент безработных;*
- x_2 - *темп изменения постоянного капитала;*
- x_3 - *темп изменения цен на импорт сырья.*

- В отличие от предыдущих систем каждое уравнение **системы одновременных уравнений** не может рассматриваться самостоятельно, и для нахождения его параметров традиционный **МНК неприменим**.

- Система совместных, одновременных уравнений обычно содержит эндогенные и экзогенные переменные.
- **Эндогенные переменные** (*y*). Это зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе.
- **Экзогенные переменные** (x). Это предопределенные переменные, влияющие на эндогенные переменные, но не зависящие от них.

- **структурные коэффициенты модели:**
- b_i - коэффициент при эндогенной переменной,
- a_j - коэффициент при экзогенной переменной

- для определения структурных коэффициентов модели структурная форма модели преобразуется в *приведенную форму модели*.
- **Приведенная форма модели** представляет собой систему линейных функций эндогенных переменных от экзогенных:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \ldots + \delta_{1m} \cdot x_m, \\ \hat{y}_2 = \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \ldots + \delta_{2m} \cdot x_m, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hat{y}_n = \delta_{n1} \cdot x_1 + \delta_{n2} \cdot x_2 + \ldots + \delta_{nm} \cdot x_m, \end{cases}$$

- δ_i -коэффициенты приведенной формы модели.

- **Пример:**
- **Для структурной модели вида**

$$\begin{cases} y_1 = b_{12} \cdot y_2 + a_{11} \cdot x_1, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot x_2. \end{cases}$$

- **приведенная форма модели имеет вид**

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2, \\ y_2 = \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2. \end{cases}$$

- из первого уравнения получаем:

$$y_2 = \frac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{12}}.$$

- Тогда система одновременных уравнений будет представлена как

$$\begin{cases} y_2 = \dfrac{y_1 - a_{11}x_1}{b_{12}}, \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot x_2. \end{cases}$$

- Отсюда имеем:

$$y_1 - a_{11}x_1 = b_{12}b_{21}y_1 + b_{12}a_{22}x_2$$

$$y_1 - b_{12}b_{21}y_1 = a_{11}x_1 + b_{12}a_{22}x_2$$

$$y_1 = \frac{a_{11}}{1 - b_{12}b_{21}}x_1 + \frac{b_{12}a_{22}}{1 - b_{12}b_{21}}x_2$$

- Таким образом, мы представили первое уравнение структурной формы модели в виде **уравнения приведенной формы модели**:

$$y_1 = \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 .$$

- Отсюда

$$\delta_{11} = \frac{a_{11}}{1 - b_{12} b_{21}} \qquad \delta_{12} = \frac{b_{12} a_{22}}{1 - b_{12} b_{21}} x_2 .$$

- Аналогично получаем:

$$\delta_{21} = \frac{a_{11}b_{21}}{1 - b_{12}b_{21}}$$

$$\delta_{22} = \frac{a_{22}}{1 - b_{12}b_{21}}.$$

- **Проблема идентификации.**

- **Идентификация - единственность соответствия между приведенной и структурной формами модели.**

- ***С позиции идентифицируемости структурные модели можно подразделить на три вида:***

- ***идентифицируемые;***
- ***неидентифицируемые;***
- ***сверхидентифицируемые.***

- Модель **идентифицируема,** если все структурные ее коэффициенты определяются однозначно, единственным образом по коэффициентам приведенной формы модели, т. е. если число параметров структурной модели равно числу параметров приведенной формы модели.

- Модель **неидентифицируема,** если число приведенных коэффициентов меньше числа структурных коэффициентов, и в результате структурные коэффициенты не могут быть оценены через коэффициенты приведенной формы модели.

- Модель **сверхидентифицируема**, если число приведенных коэффициентов больше числа структурных коэффициентов. В этом случае на основе коэффициентов приведенной формы можно получить два или более значений одного структурного коэффициента.

- обозначим
- *H* -число эндогенных переменных в *j* – м уравнении системы,
- *D* - число экзогенных переменных, которые содержатся в системе, но не входят в данное уравнение,
- то условие идентифицируемости модели может быть записано в виде:
- —уравнение идентифицируемо;
- — уравнение неидентифицируемо;
- — уравнение сверхидентифицируемо.

- Модель считается **идентифицируемой**, если **каждое уравнение системы идентифицируемо.**

- Если **хотя бы одно из уравнений** системы **неидентифицируемо**, то и вся модель считается **неидентифицируемой**.

- **Сверхидентифицируемая** модель содержит **хотя бы одно сверхидентифицируемое** уравнение.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

!!!!!