

Дискретная случайная величина

Закон распределения ДСВ

$$\xi: \Omega \rightarrow E \subseteq \mathbb{R} \quad |E| \leq \aleph_0 \Rightarrow \text{ДСВ}$$

Пример. ДСВ X – кол-во гербов при бросании 2 монет

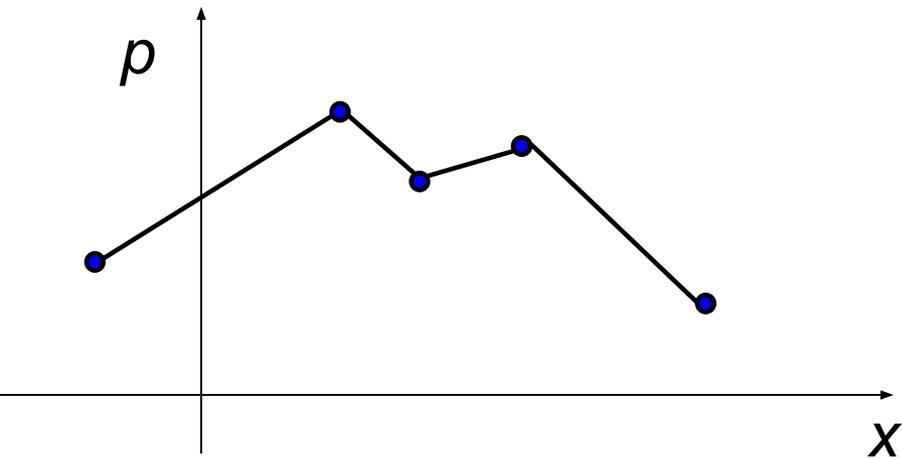
Ω	PP	PG	GP	GG
X	0	1	1	2
P	0.25	 	 	0.25

Закон распределения ДСВ X –
правило, сопоставляющее значениям
ДСВ соответствующие вероятности

Закон распределения ДСВ

Способы задания ЗР ДСВ

- 1) таблица распределения
- 2) общая формула
- 3) функция распределения
- 4) производящая функция



Многоугольник
распределения

1) Таблица распределения

X	x_1	x_2	$\dots x_n$
P	p_1	p_2	$\dots p_n$

$$0 \leq p_i \leq 1 \quad i = \overline{1, n}$$
$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

2) Общая формула

$$\left\{ P(X = x) = p_x \mid x \in E \right\}$$

$$P(X = k) = \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{6}{7} \right)^{k-1}, \quad k \in N$$

Закон распределения ДСВ

3 Функция распределения

Свойства ф.р.

$$F(x) = P(X < x)$$

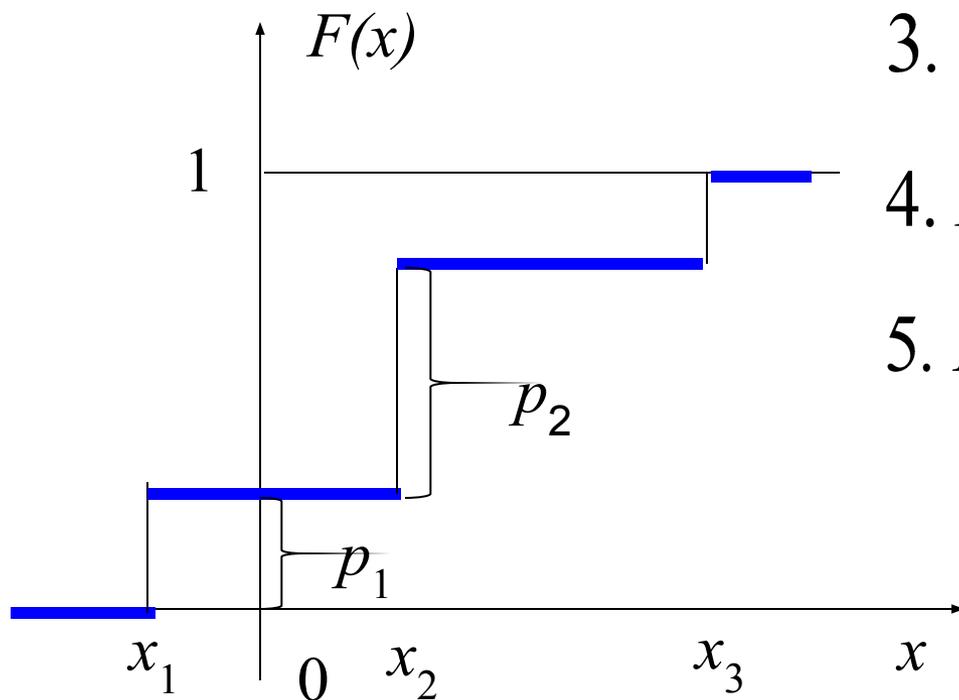
1. $0 \leq F(x) \leq 1 \quad \forall x \in (-\infty; +\infty)$

2. $(x_1 < x_2) \Rightarrow (F(x_1) \leq F(x_2))$

3. $F(x_0 - 0) = F(x_0)$

4. $F(-\infty) = 0, \quad F(+\infty) = 1$

5. $P(c \leq X < d) = F(d) - F(c)$



X	x_1	x_2	x_3
P	p_1	p_2	p_3

Числовые характеристики ДСВ

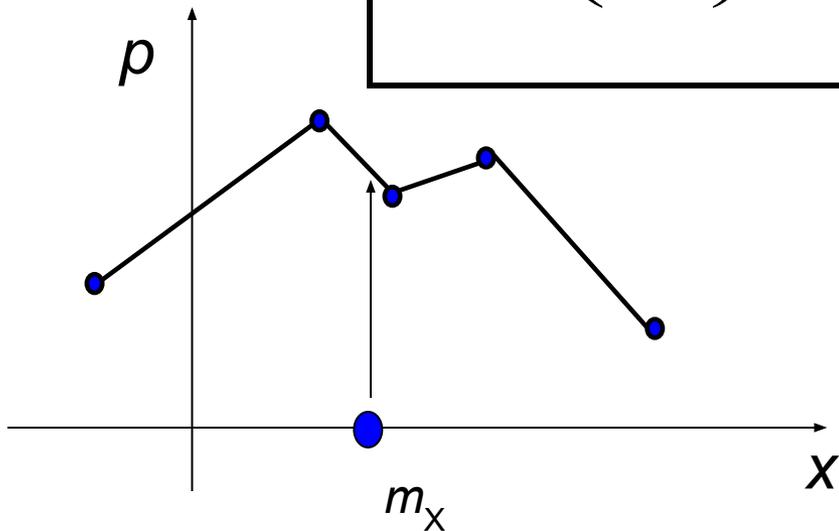
X	x_1	x_2	... x_n
P	p_1	p_2	... p_n

$$0 \leq p_i \leq 1 \quad i = \overline{1, n}$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Математическое ожидание

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$



Свойства м.о.

1. $M(a + bX) = a + b \cdot M(X)$
2. $M(X + Y) = M(X) + M(Y)$

Начальный момент
 k порядка

$$m_k = M(X^k) = \sum_{i=1}^n x_i^k p_i$$

Числовые характеристики ДСВ

Центральный момент k порядка

$$\mu_k = M \left(\left(\overset{\boxtimes}{X} \right)^k \right) = M \left((X - m_x)^k \right)$$

Дисперсия

$$D(X) = M \left((X - m_x)^2 \right)$$

- центральный момент
2 порядка

Свойства

1. $D(a) = 0$

2. $D(a + bX) = b^2 \cdot D(X)$

Вычислительная формула

$$D(X) = m_2(X) - m_x^2$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

Среднее квадратичное отклонение

Коэффициент вариации

$$v(X) = \frac{\sigma(X)}{|m(X)|} \cdot 100\%$$

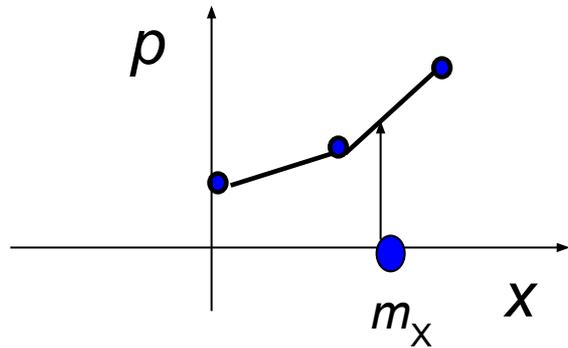
Числовые характеристики ДСВ

Пример Партия в шашки

X	0	1	2
P	0,2	0,3	0,5

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

$$M(X) = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,5 = 1,3$$



$$D(X) = m_2(X) - m_x^2$$

$$D(X) = 2,3 - (1,3)^2 = 2,3 - 1,69 = 0,61$$

$$m_2 = M(X^2) = 0^2 \cdot 0,2 + 1^2 \cdot 0,3 + 2^2 \cdot 0,5 = 2,3$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

$$v(X) = \left(\frac{\sigma}{m}\right) \cdot 100\%$$

$$\sigma(X) = \sqrt{0,61} = 0,78$$

$$v(X) = (0,78/1,3) \cdot 100\% = 60\%$$

Производящая функция ДСВ

- 4 Производящая функция – форма закона распределения ДСВ

ДСВ X задана формулой $\left\{ P(X = k) = p_k \mid k = 0, 1, 2, \dots \right\}$

$$\varphi(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k \cdot z^k, \quad 0 \leq z \leq 1$$

Свойства производящей функции

1. $\varphi(z), \varphi'(z), \dots$ – ряды сходятся абсолютно
2. $\varphi(1) = 1$ $\varphi(1) = \sum p_k = 1$
3. $\varphi'(1) = m_x$ $\varphi'(z) = \sum p_k \cdot k \cdot z^{k-1} \Rightarrow$
 $\varphi'(1) = \sum p_k \cdot k = m_x$

Производящая функция ДСВ

ДСВ X задана формулой $\{P(X = k) = p_k \mid k = 0, 1, 2, \dots\}$

$$\varphi(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k \cdot z^k, \quad 0 \leq z \leq 1$$

- производящая функция ДСВ X

Свойства 1. $\varphi(z), \varphi'(z), \dots$ – ряды сходятся абсолютно

2. $\varphi(1) = 1$

3. $\varphi'(1) = m_x$

4. $\varphi''(1) + \varphi'(1) = m_2(X)$

$$\varphi''(z) = \sum p_k \cdot k \cdot (k-1) \cdot z^{k-2}$$

$$\varphi''(1) = \sum p_k \cdot k^2 - \sum p_k \cdot k = m_2 - m_x$$

$$M(X) = \varphi'(1)$$

$$D(X) = \varphi''(1) + \varphi'(1) - (\varphi'(1))^2$$

Производящая функция ДСВ

Пример Партия в шашки $M(X)=1,3$ $D(X)=0,61$

X	0	1	2
P	0,2	0,3	0,5

$$\varphi(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k \cdot z^k, \quad 0 \leq z \leq 1$$

$$\varphi(z) = 0,2 \cdot z^0 + 0,3 \cdot z^1 + 0,5 \cdot z^2 = 0,2 + 0,3 \cdot z + 0,5 \cdot z^2$$

$$\varphi'(z) = 0,3 + 0,5 \cdot 2 \cdot z = 0,3 + z \quad \varphi''(z) = 1$$

$$M(X) = \varphi'(1) \Rightarrow M(X) = 0,3 + 1 = 1,3$$

$$m_2 = \varphi''(1) + \varphi'(1) \Rightarrow m_2 = 1 + 1,3 = 2,3$$

$$D(X) = m_2(X) - m_x^2 \Rightarrow D(X) = 2,3 - (1,3)^2 = 0,61$$