

# Степенная функция

*Ш.А. Алимов*

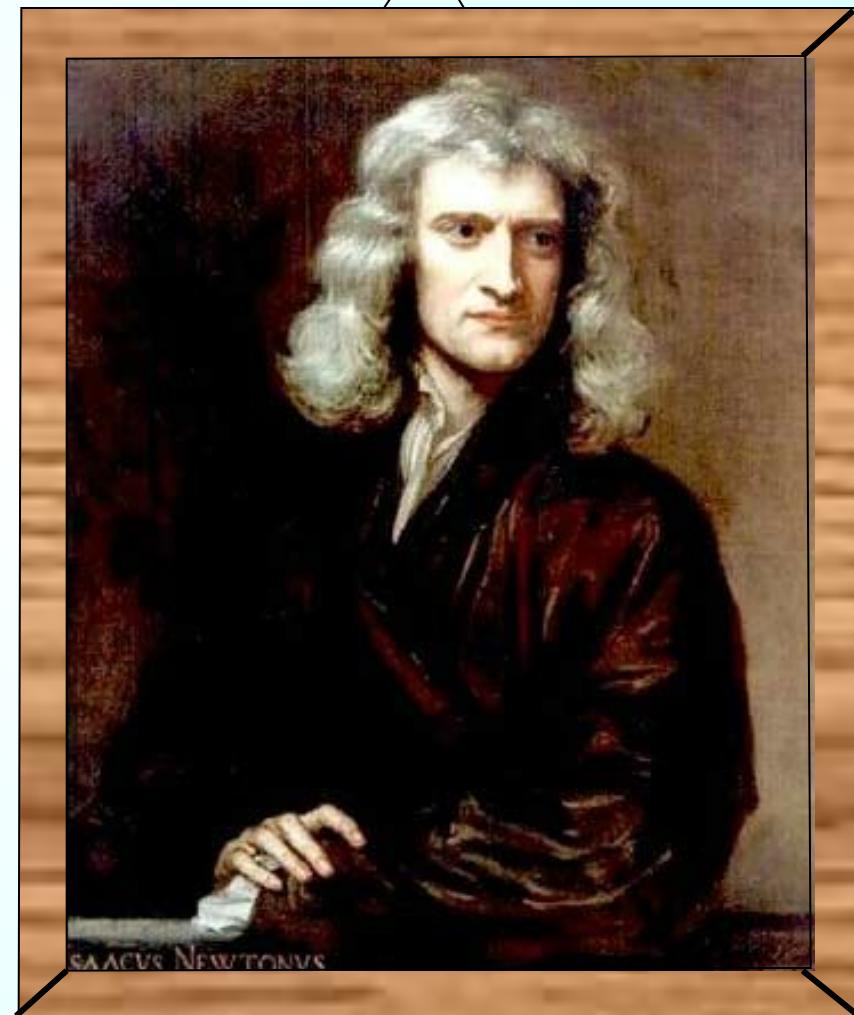
*Алгебра и начала анализа  
10 класс*

Методическая разработка Савченко Е.М.  
МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

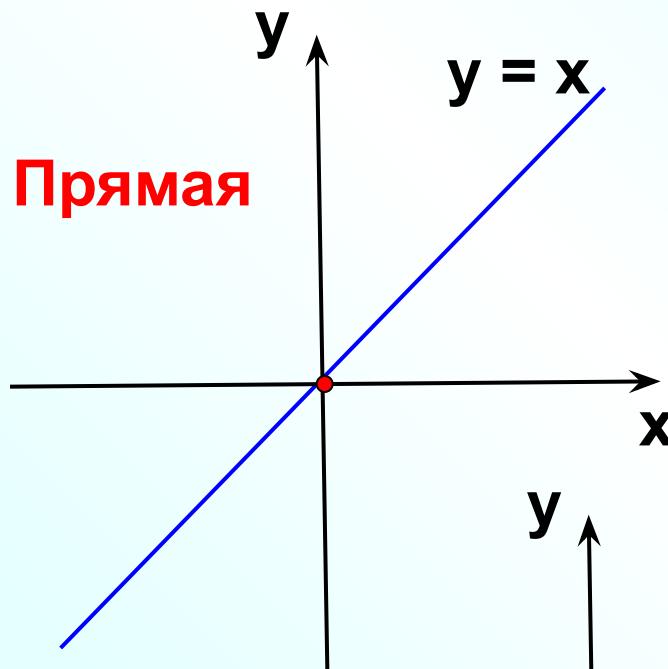
**Как алгебраисты вместо АА, ААА, ... пишут  $A^2, A^3, \dots$**

**так я вместо  $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}$  пишу  $a^{-1}, a^{-2}, a^{-3}, \dots$**

**Ньютон И.**



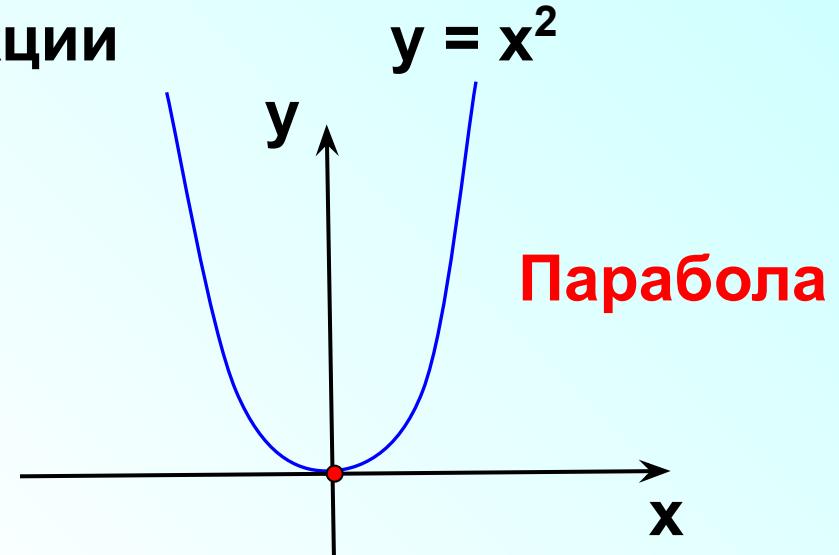
# Нам знакомы функции



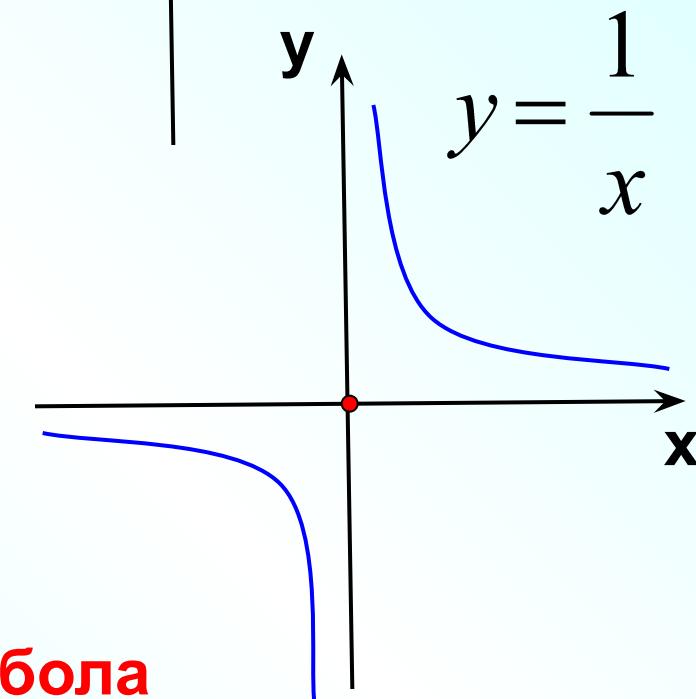
Прямая



Кубическая парабола



Парабола



Гипербола

$$y = x,$$

$$y = x^2,$$

$$y = x^3,$$

$$y = \frac{1}{x}$$

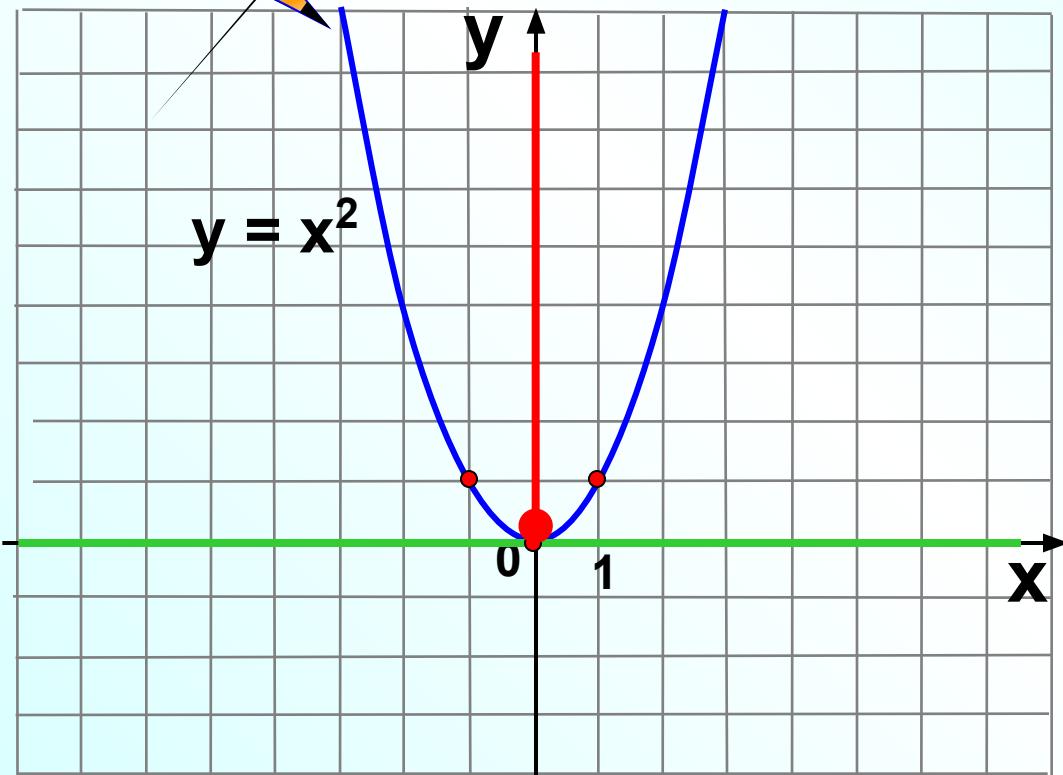
**Все эти функции являются частными случаями степенной функции**

**у = x<sup>p</sup>, где p – заданное действительное число**

**Свойства и график степенной функции зависят от свойств степени с действительным показателем, и в частности от того, при каких значениях  $x$  и  $p$  имеет смысл степень  $x^p$ .**

## Показатель $p = 2n$ – четное натуральное число

$$y = x^2, \quad y = x^4, \quad y = x^6, \quad y = x^8, \dots$$



### График четной функции

симметричен относительно оси Оу.

### График нечетной функции

симметричен относительно начала координат – точки О.

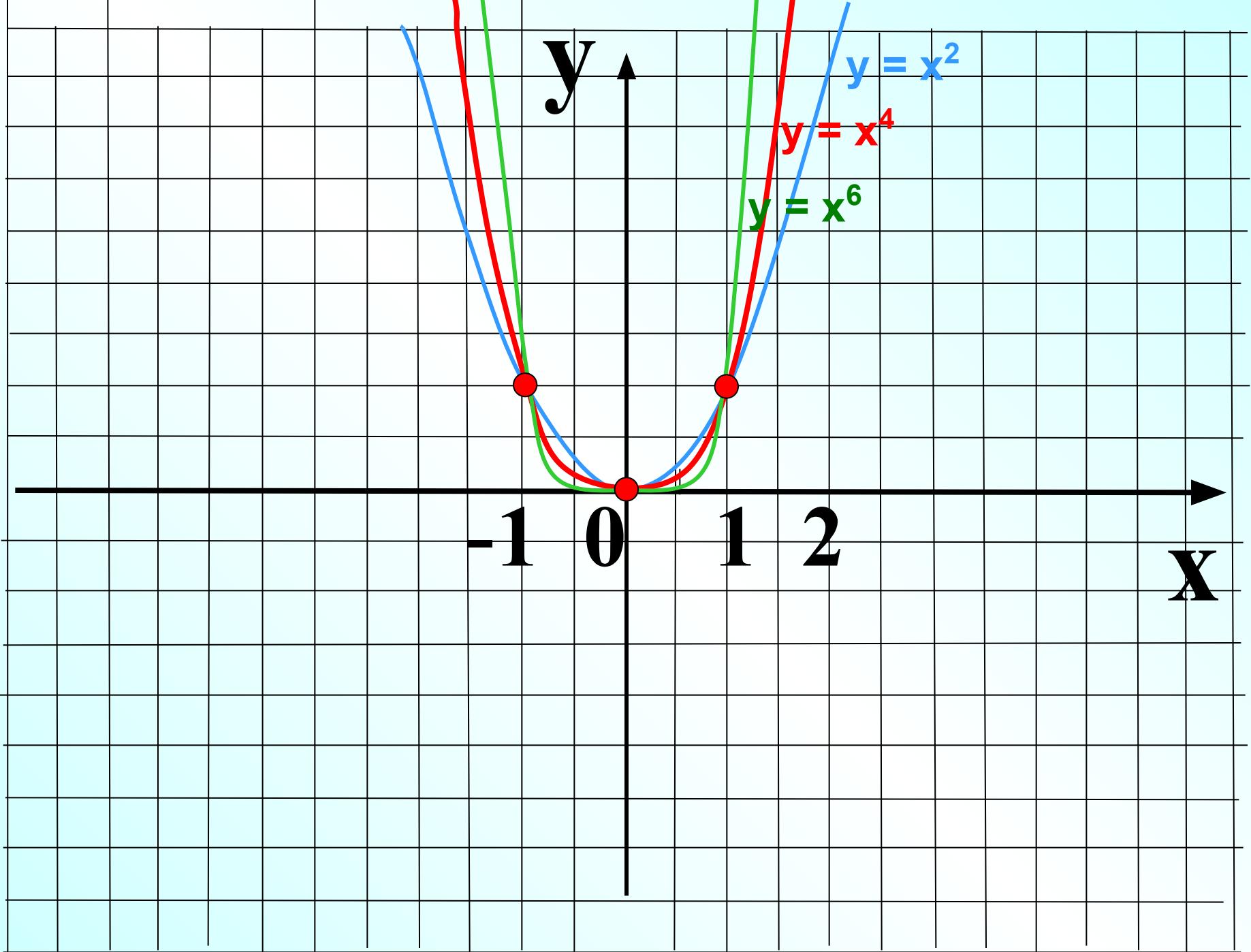
$$D(y): x \in R$$

$$E(y): y \geq 0$$

Функция  $y=x^{2n}$  четная,  
т.к.  $(-x)^{2n} = x^{2n}$

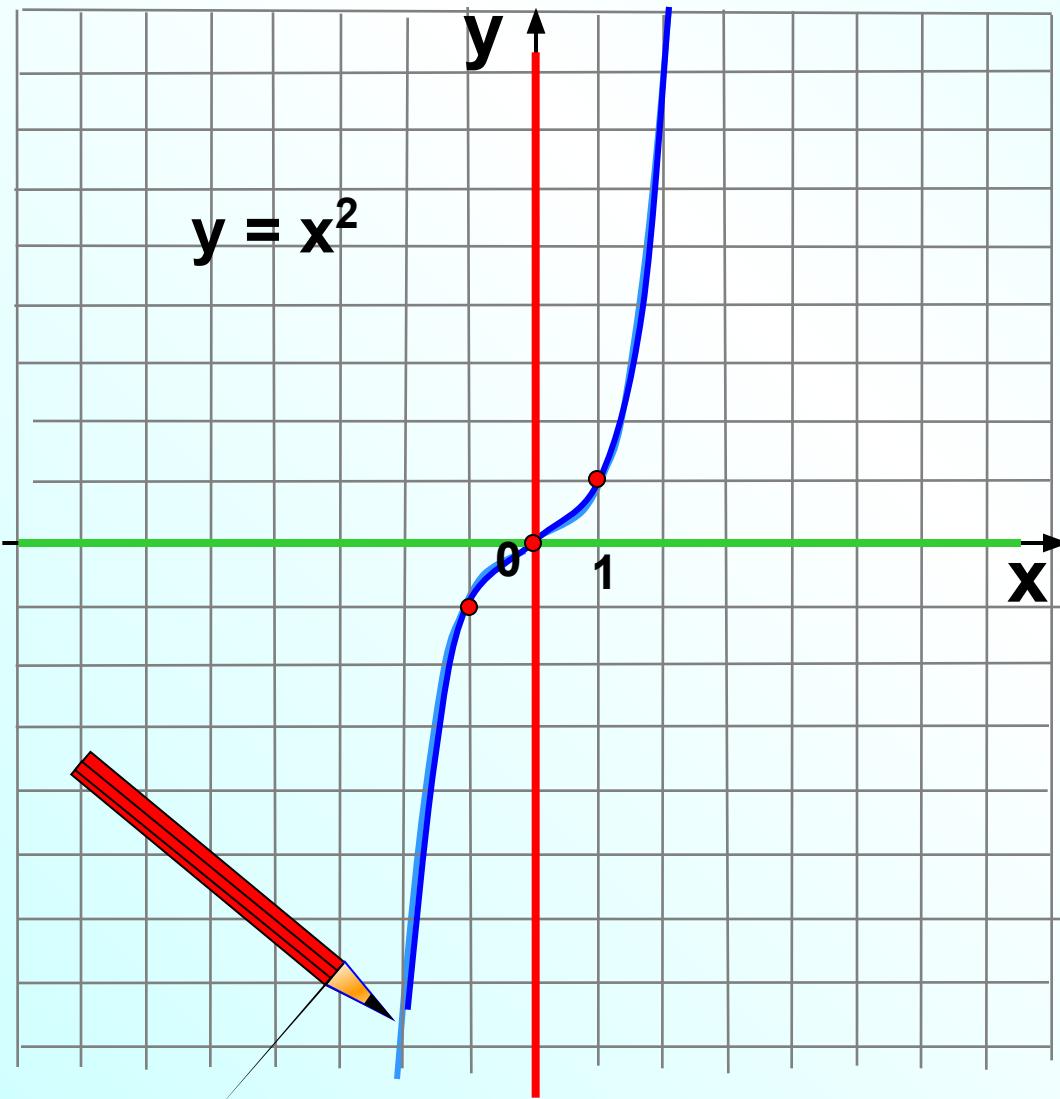
Функция убывает на  
промежутке  $(-\infty; 0]$

Функция возрастает  
на промежутке  $[0; +\infty)$



**Показатель  $p = 2n-1$  – нечетное натуральное число**

$$y = x^3, \quad y = x^5, \quad y = x^7, \quad y = x^9, \dots$$

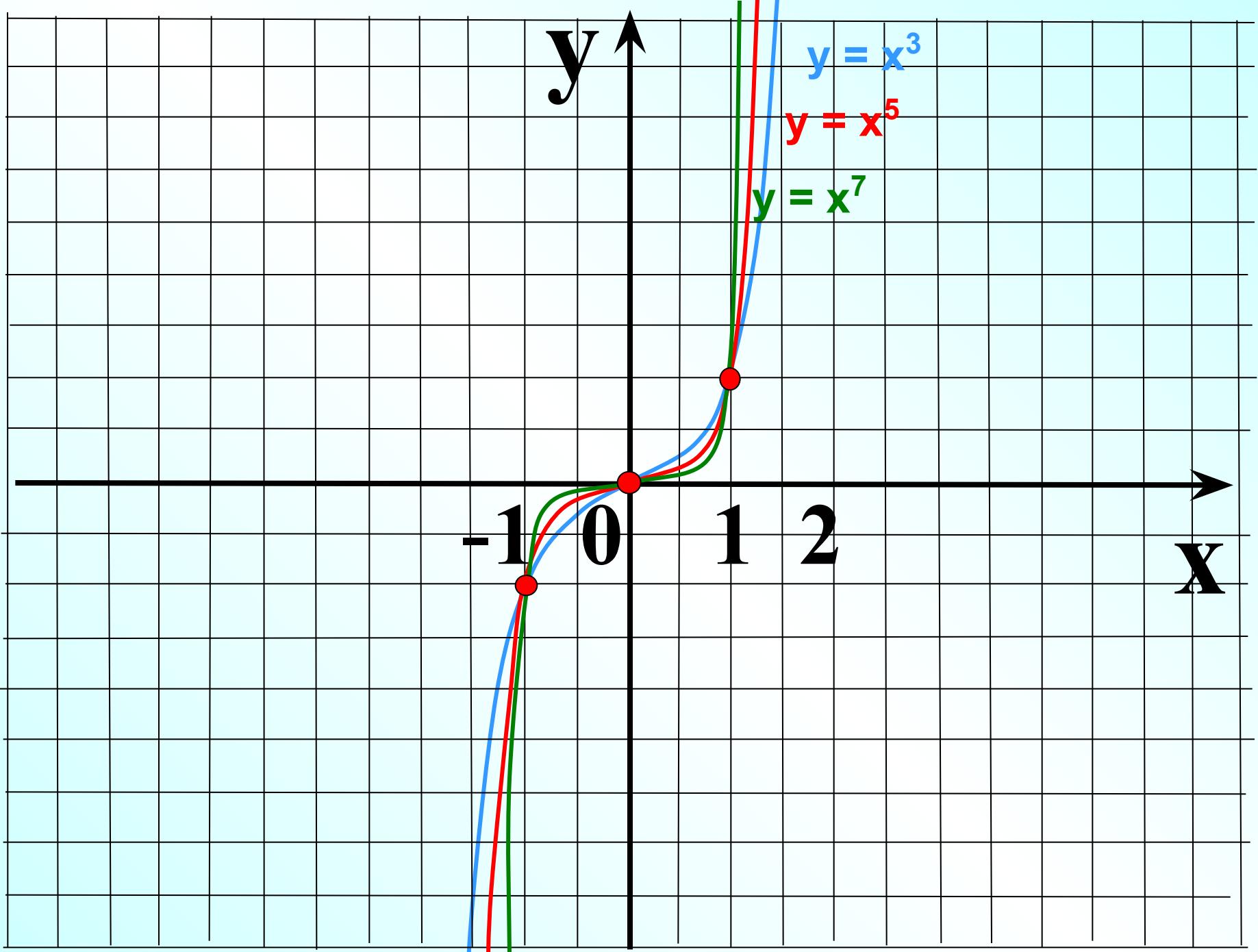


$$D(y): x \in R$$

$$E(y): y \in R$$

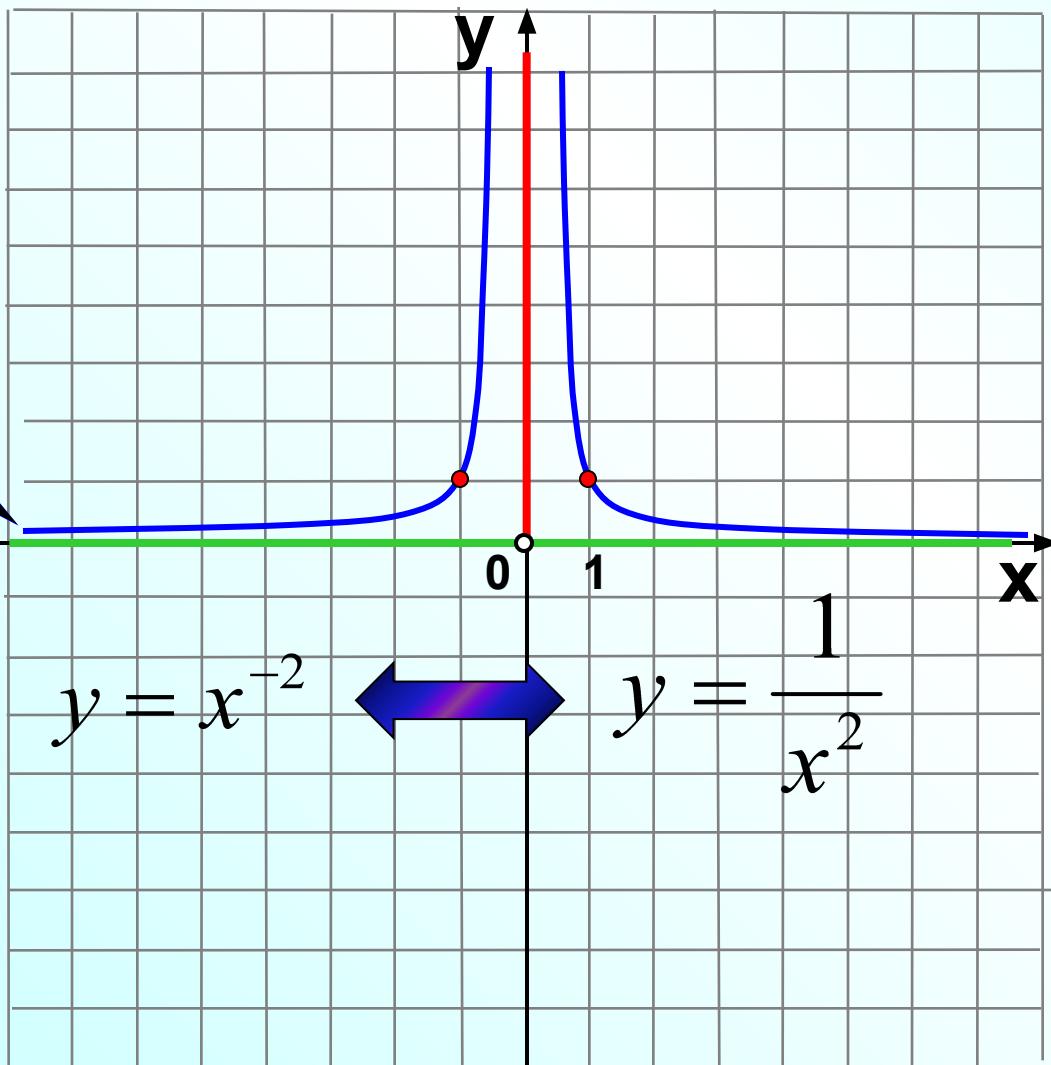
**Функция  $y=x^{2n-1}$  нечетная,  
т.к.  $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$**

**Функция возрастает  
на промежутке  $(-\infty; +\infty)$**



**Показатель  $p = -2n$ , где  $n$  – натуральное число**

$$y = x^{-2}, \quad y = x^{-4}, \quad y = x^{-6}, \quad y = x^{-8}, \dots$$



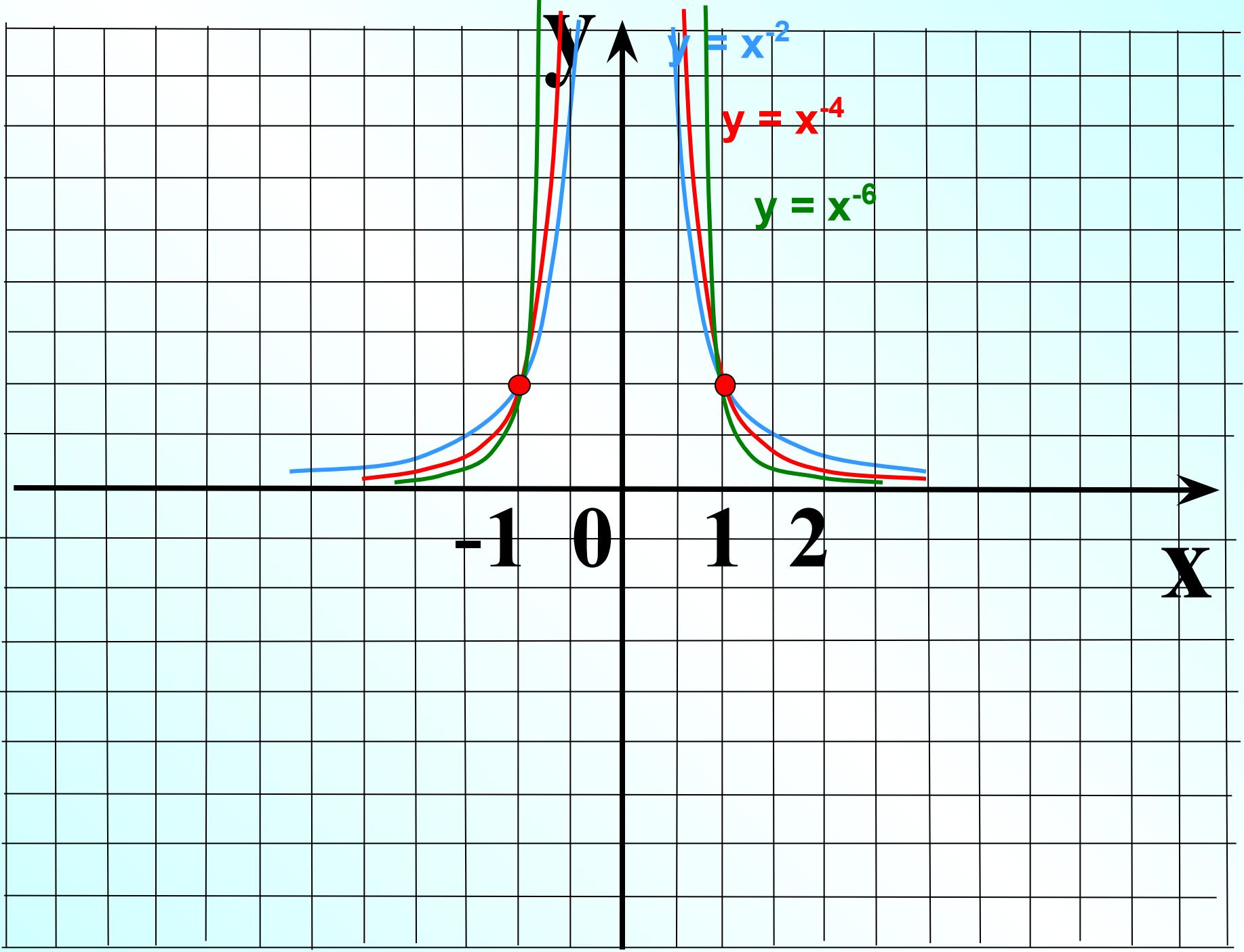
$$D(y) : x \neq 0$$

$$E(y) : y > 0$$

**Функция  $y=x^{2n}$  четная,  
т.к.  $(-x)^{-2n} = x^{-2n}$**

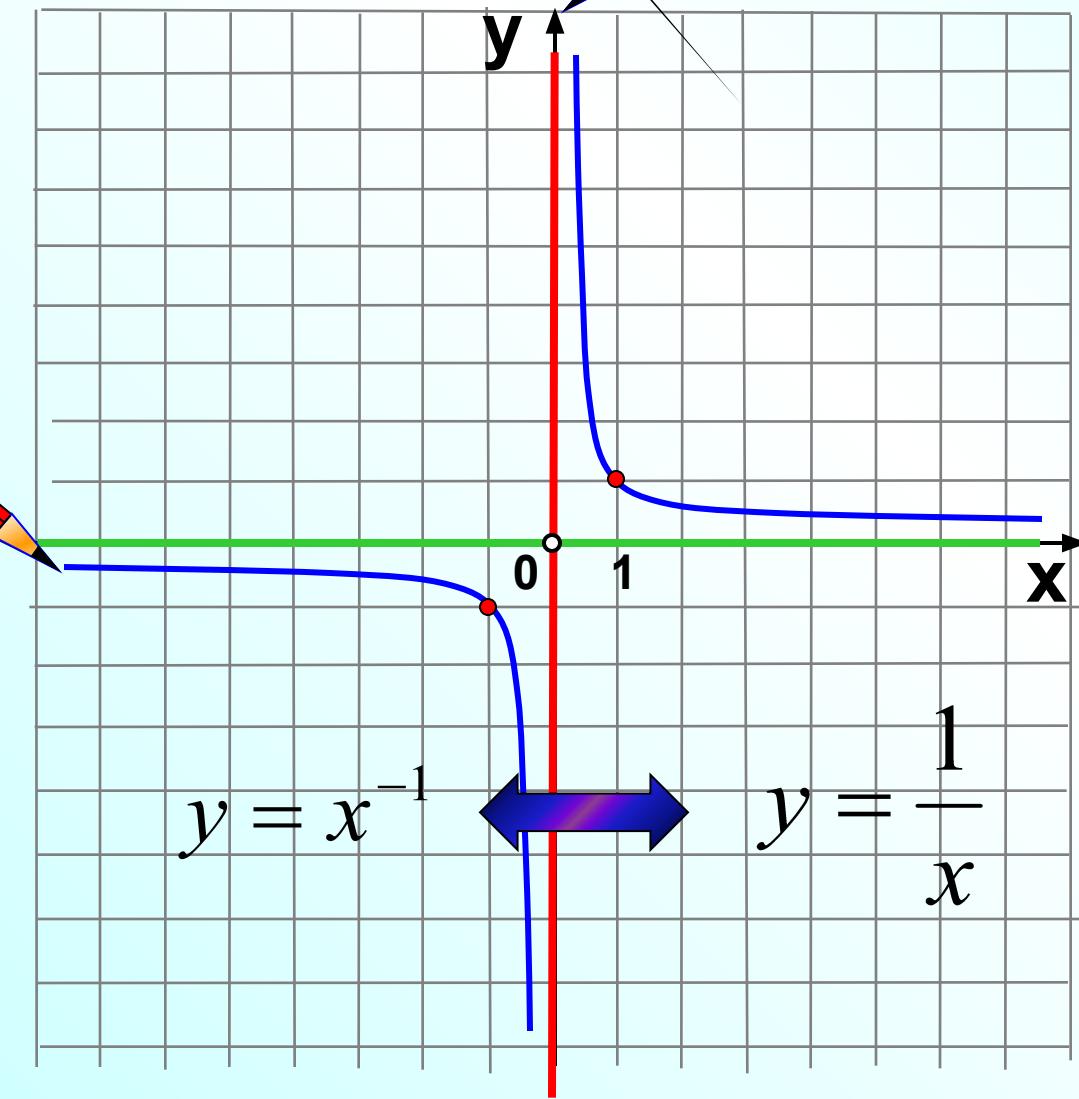
**Функция возрастает на  
промежутке  $(-\infty; 0)$**

**Функция убывает  
на промежутке  $(0; +\infty)$**



**Показатель  $p = -(2n-1)$ , где  $n$  – натуральное число**

$$y = x^{-3}, \quad y = x^{-5}, \quad y = x^{-7}, \quad y = x^{-9}, \dots$$



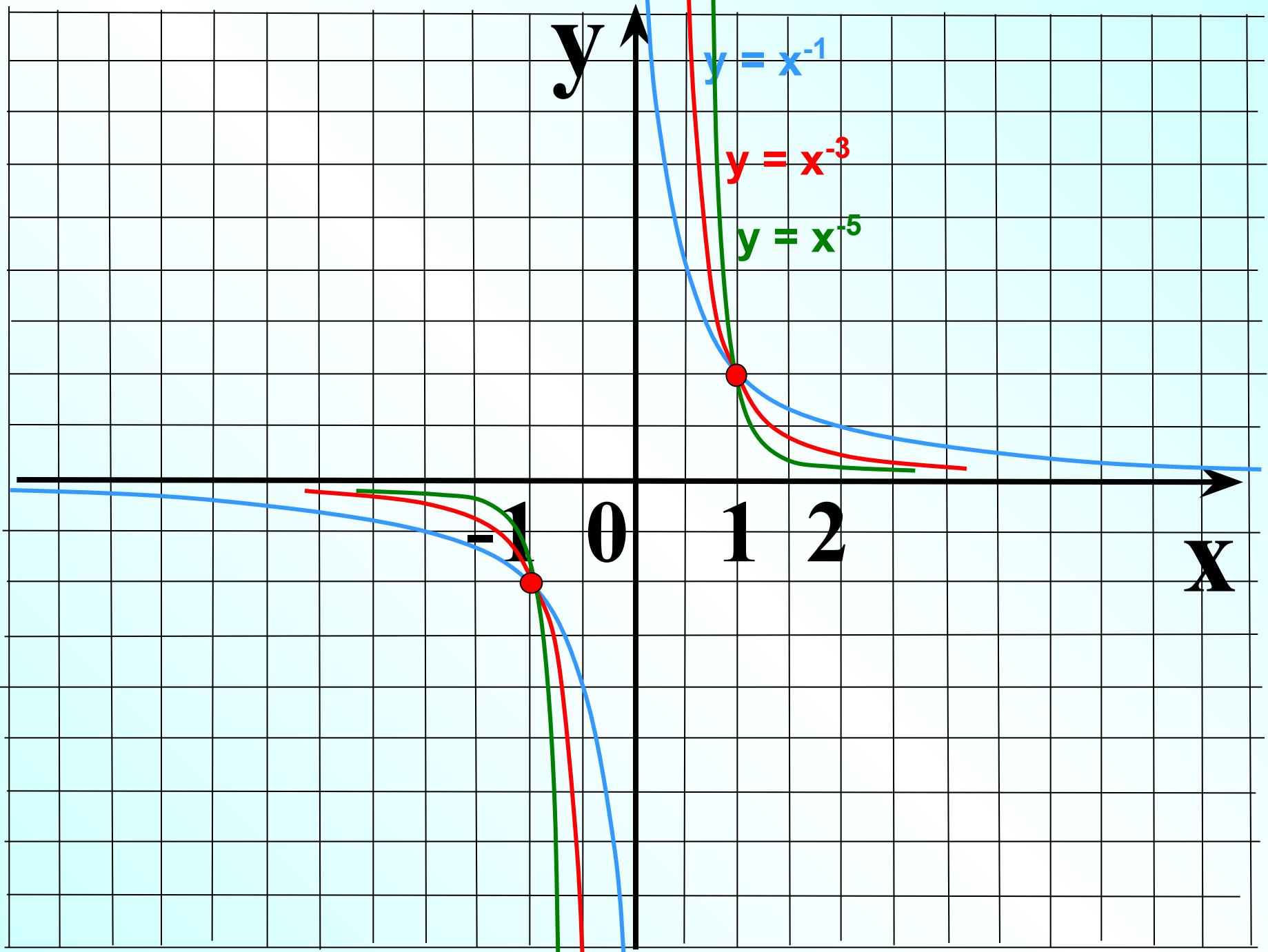
$$D(y) : x \neq 0$$

$$E(y) : y \neq 0$$

**Функция  $y=x^{-(2n-1)}$   
нечетная,  
т.к.  $(-x)^{-(2n-1)} = -x^{-(2n-1)}$**

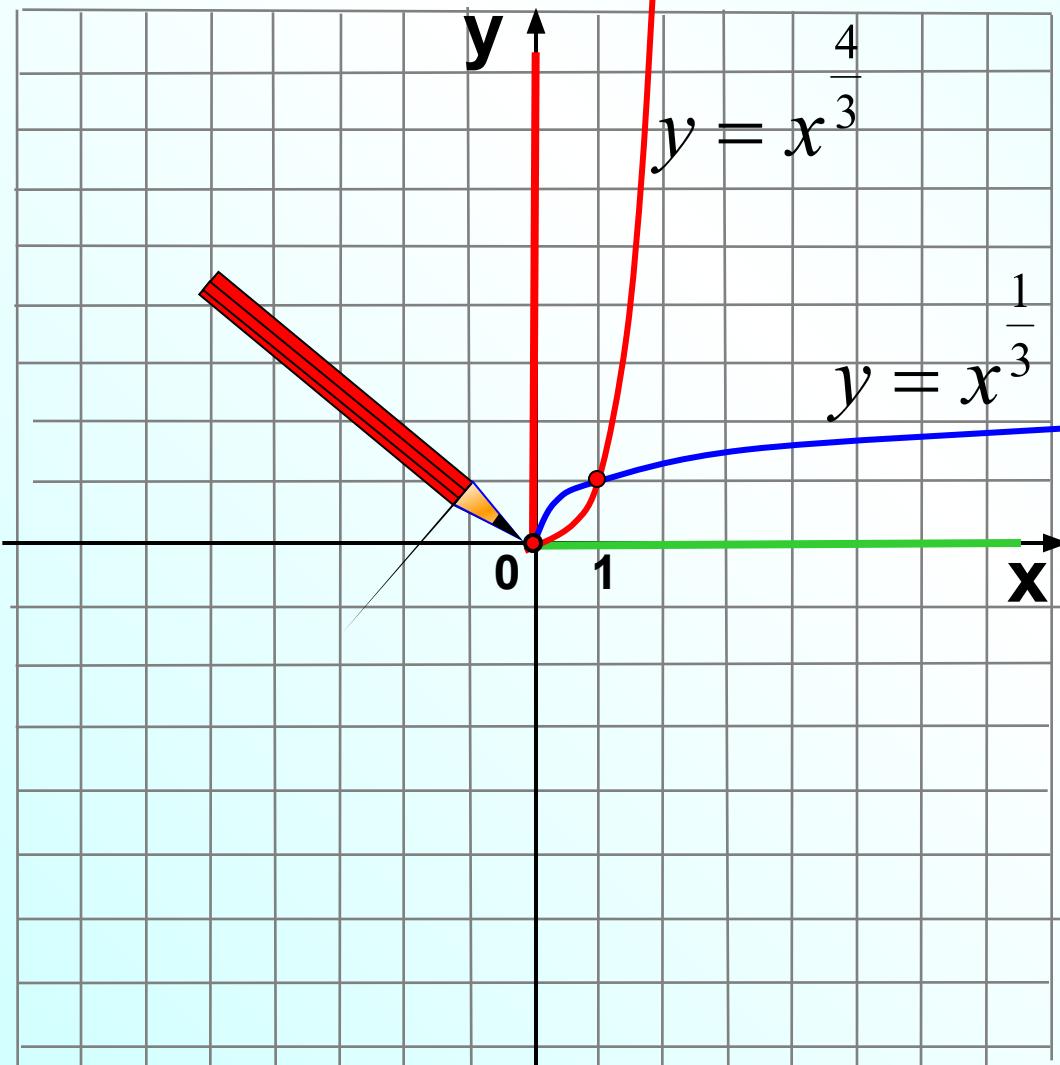
**Функция убывает на  
промежутке  $(-\infty; 0)$**

**Функция убывает  
на промежутке  $(0; +\infty)$**



# Показатель $p$ – положительное действительное нецелое число

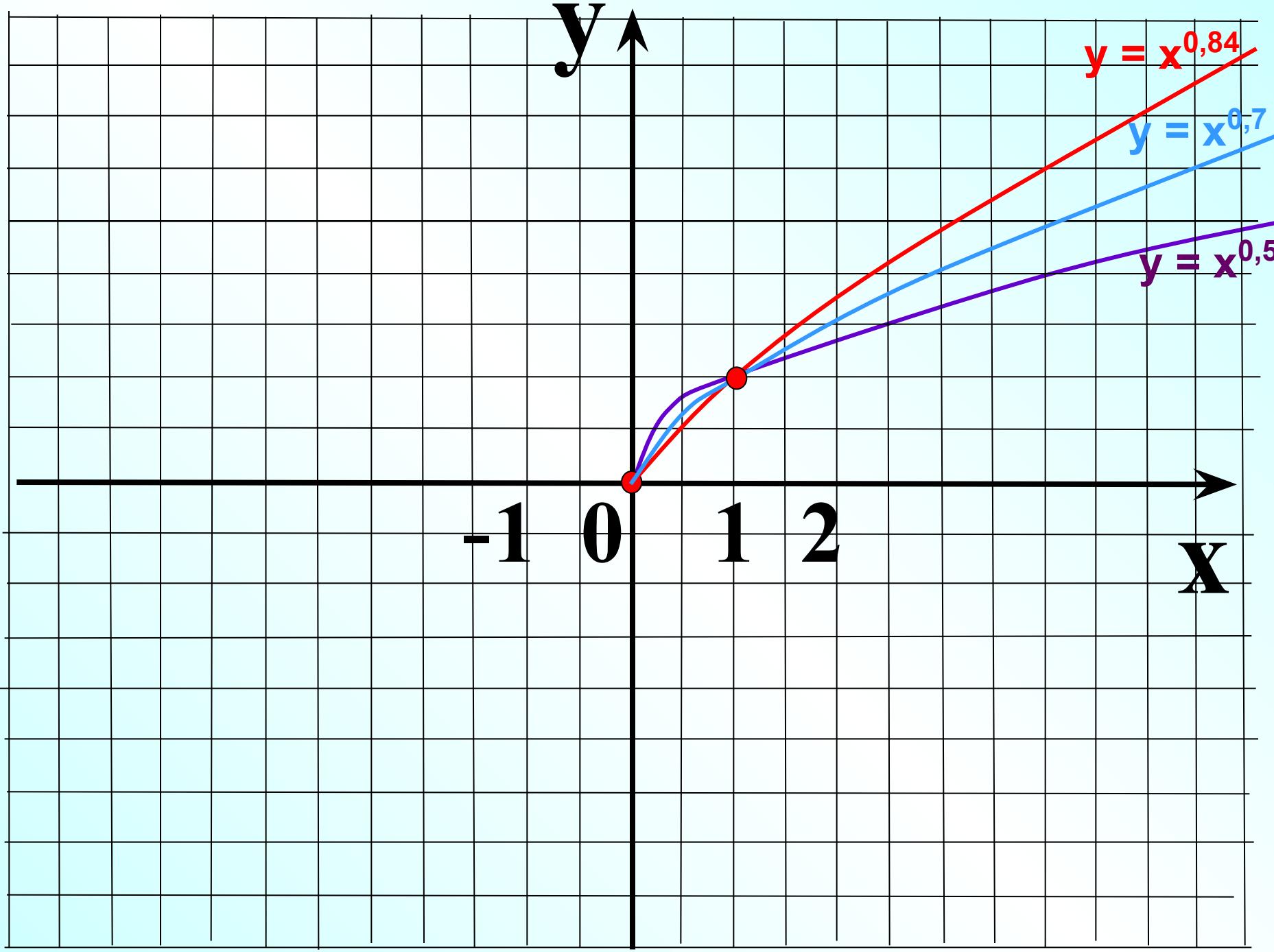
$$y = x^{1,3}, \quad y = x^{0,7}, \quad y = x^{2,12}, \quad y = x^{\frac{1}{3}} \dots$$

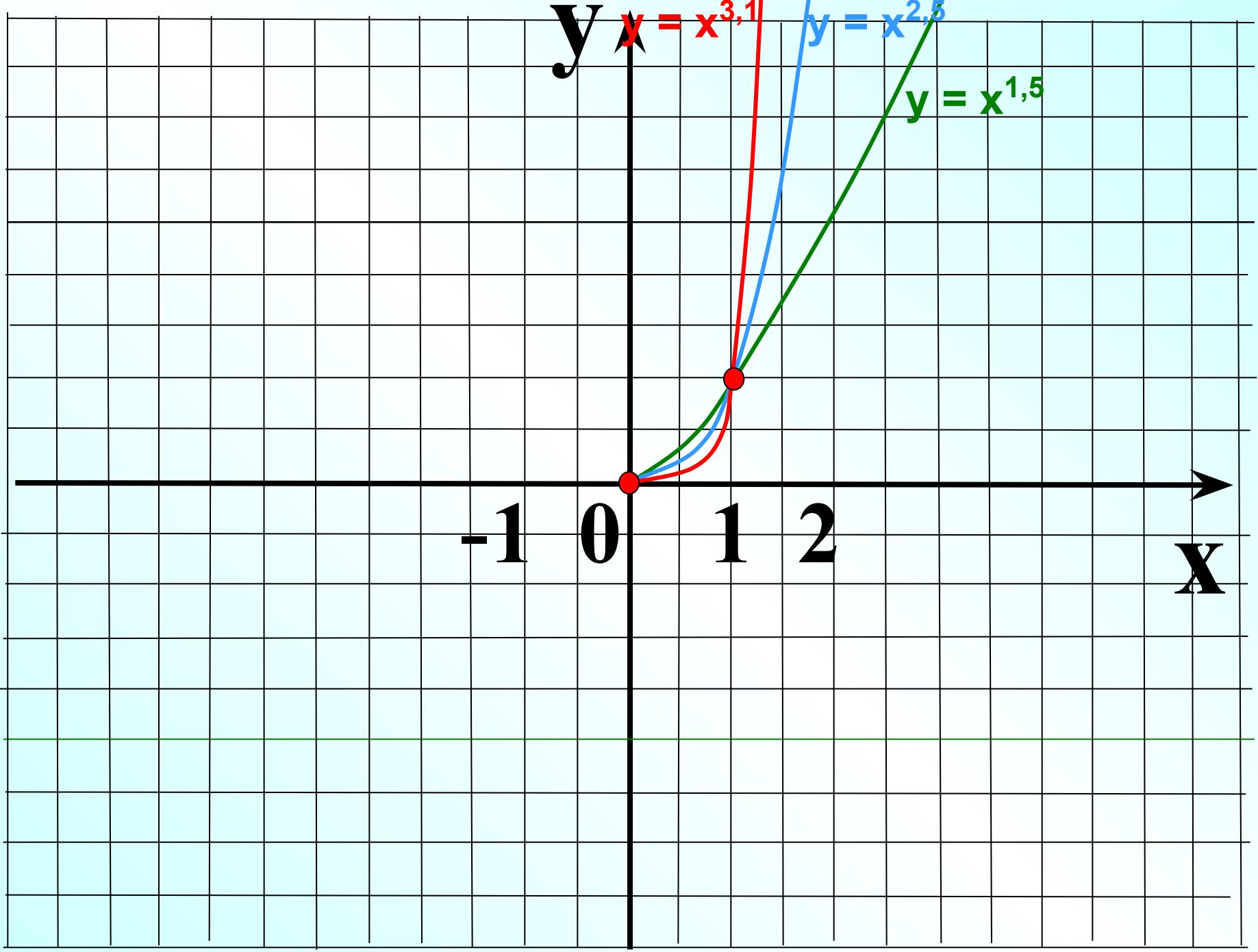


$$D(y) : x \geq 0$$

$$E(y) : y \geq 0$$

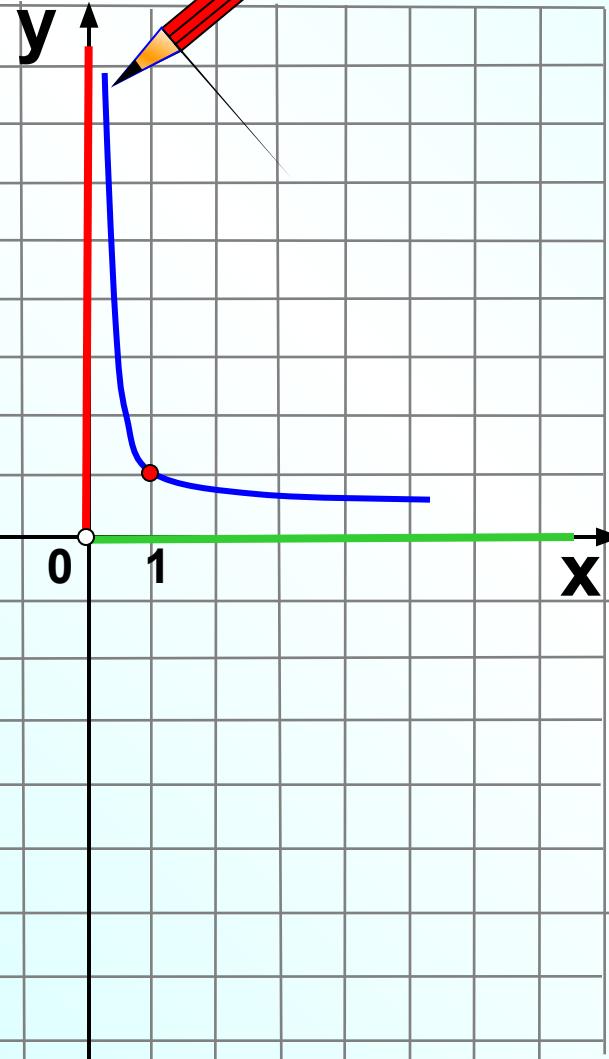
Функция возрастает на  
промежутке  $[0; +\infty)$





# Показатель $p$ – отрицательное действительное нецелое число

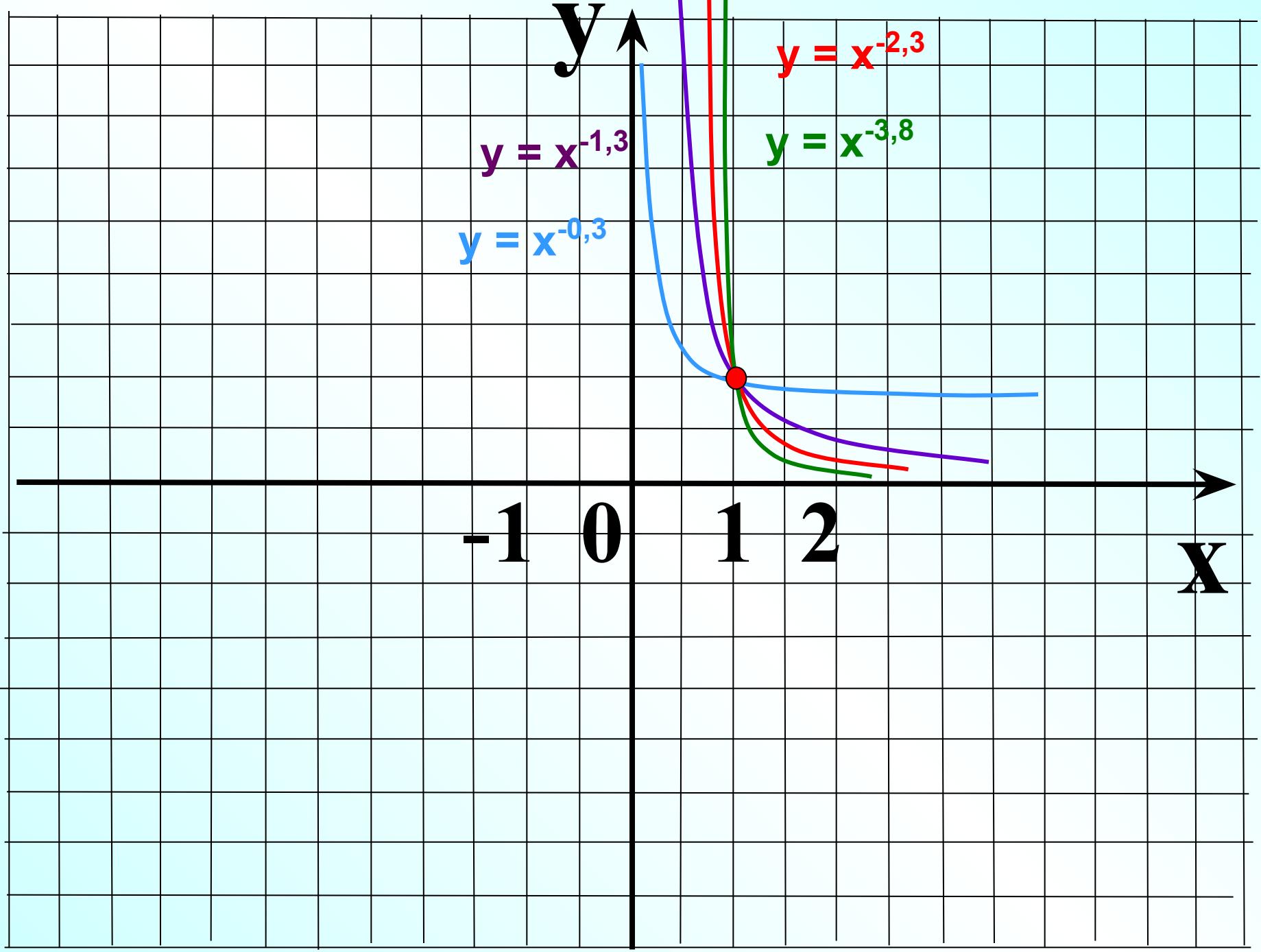
$$y = x^{-\frac{1}{3}}, \quad y = x^{-0.7}, \quad y = x^{-2.12}, \quad y = x^{-\frac{1}{3}} \dots$$



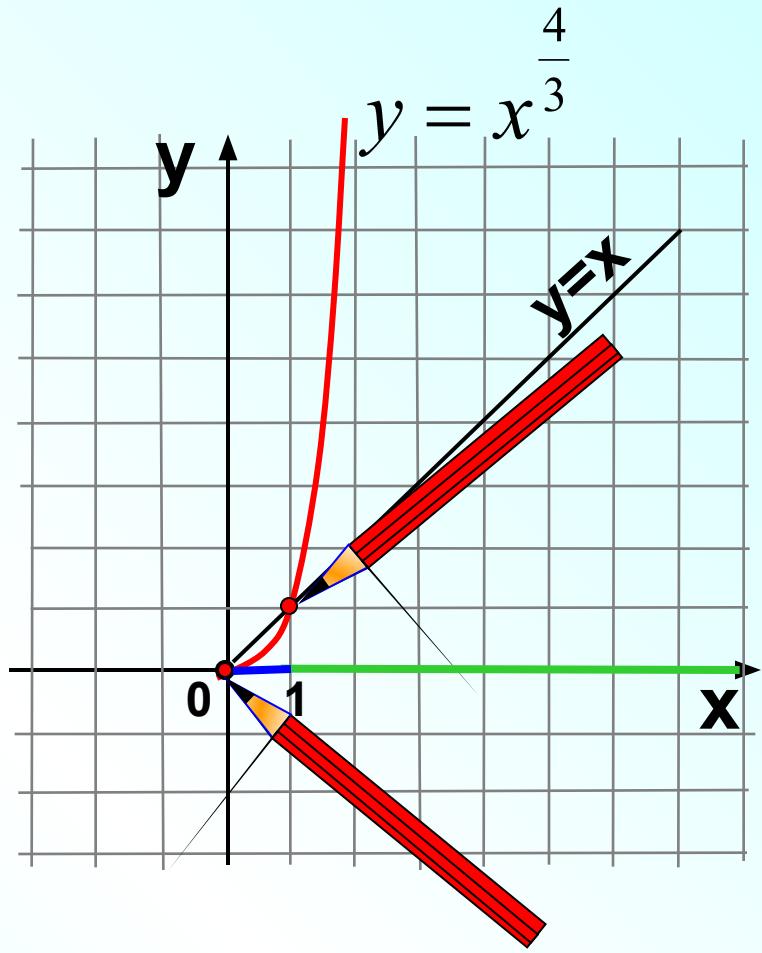
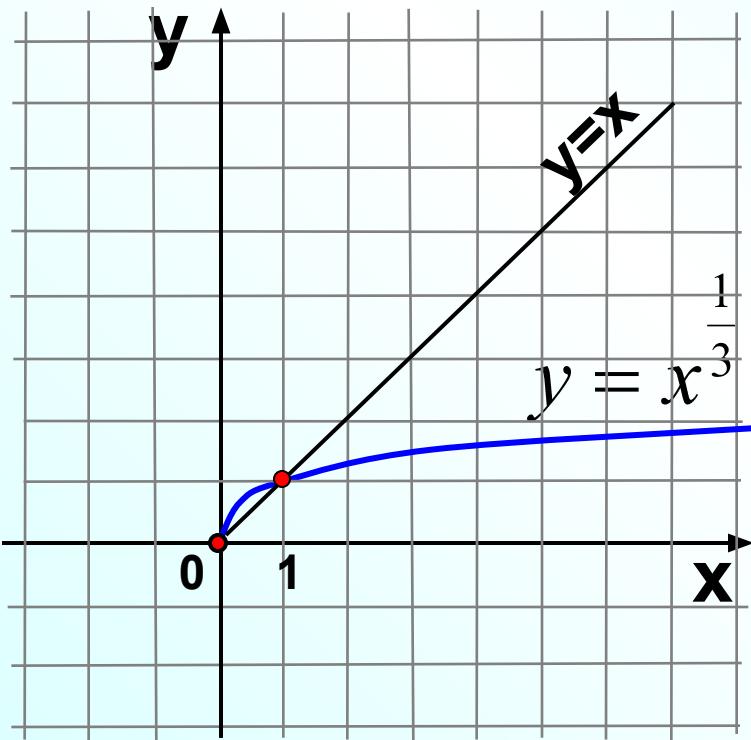
$$D(y) : x > 0$$

$$E(y) : y > 0$$

Функция убывает на  
промежутке  $(0; +\infty)$

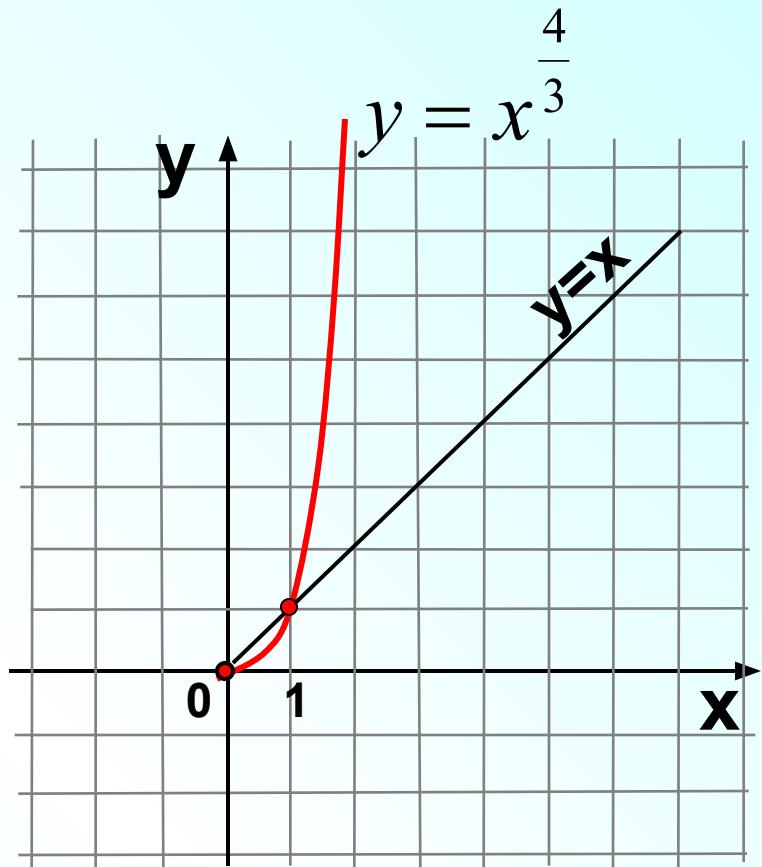
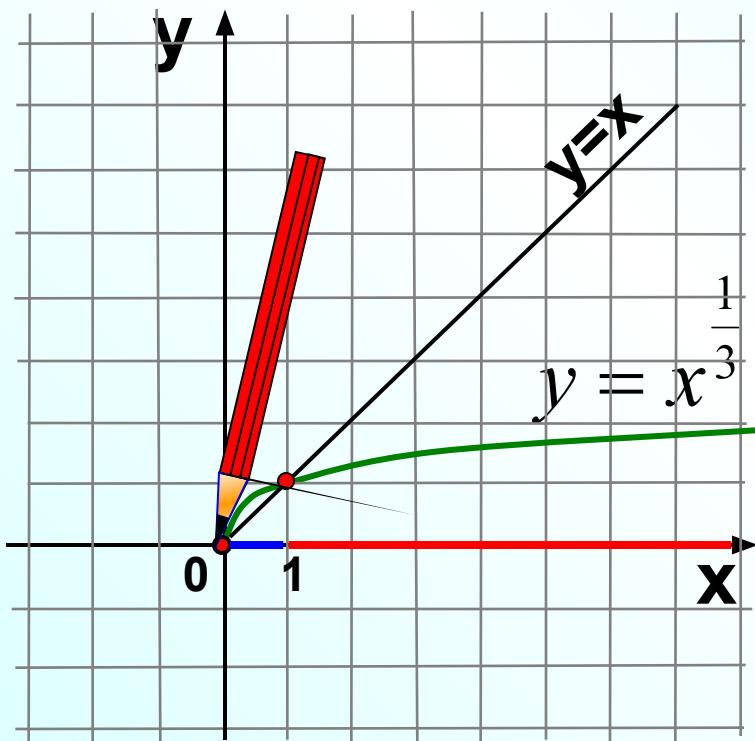


№ 123 (2)



Пользуясь рисунком, найти промежутки, на которых  
график функции  $y = x^\pi$  лежит выше (ниже) графика  
функции  $y = x$ .

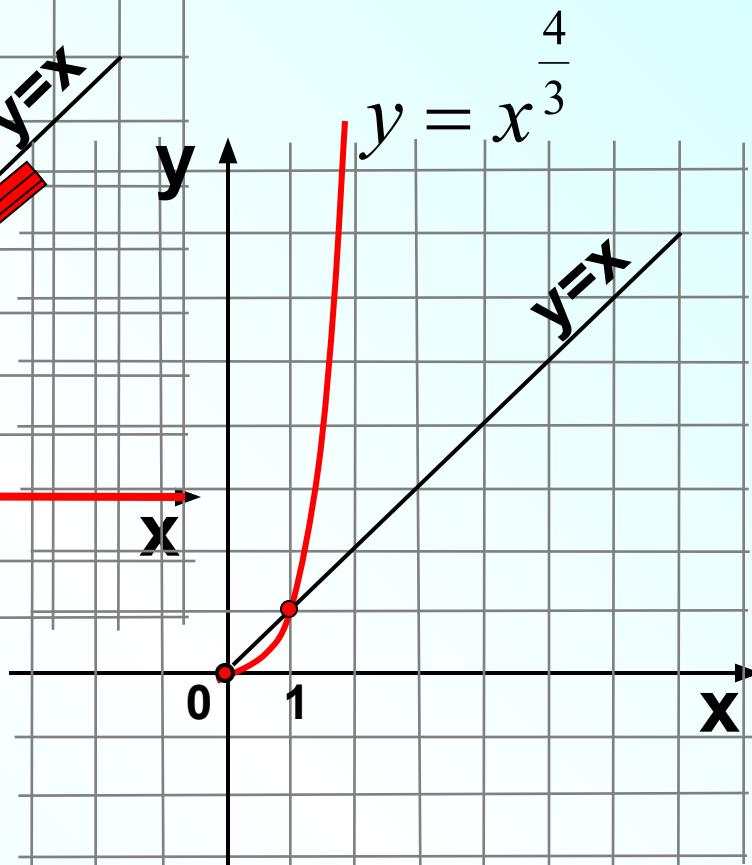
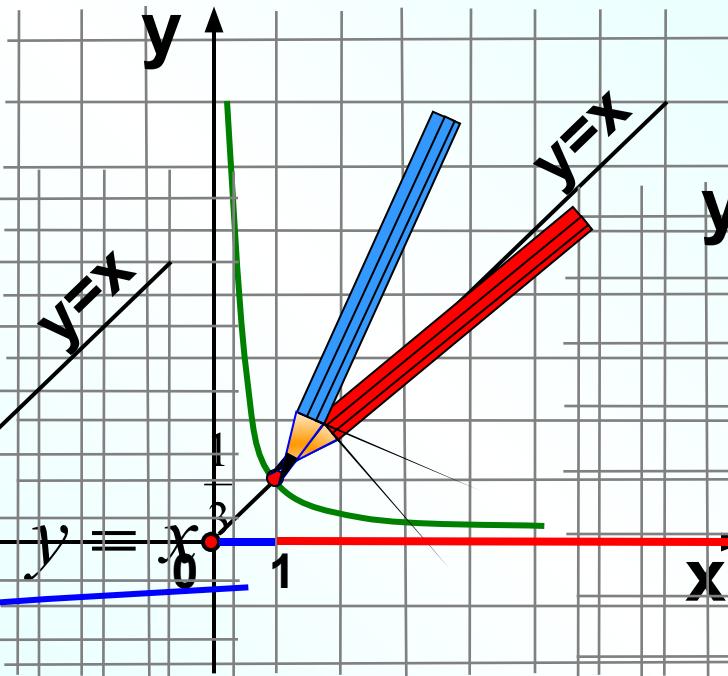
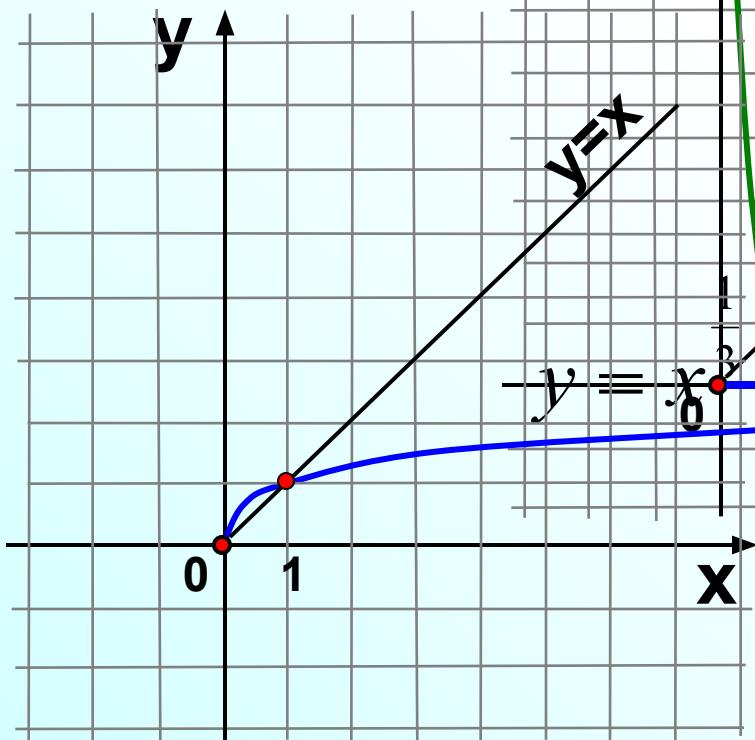
№ 124 (2)

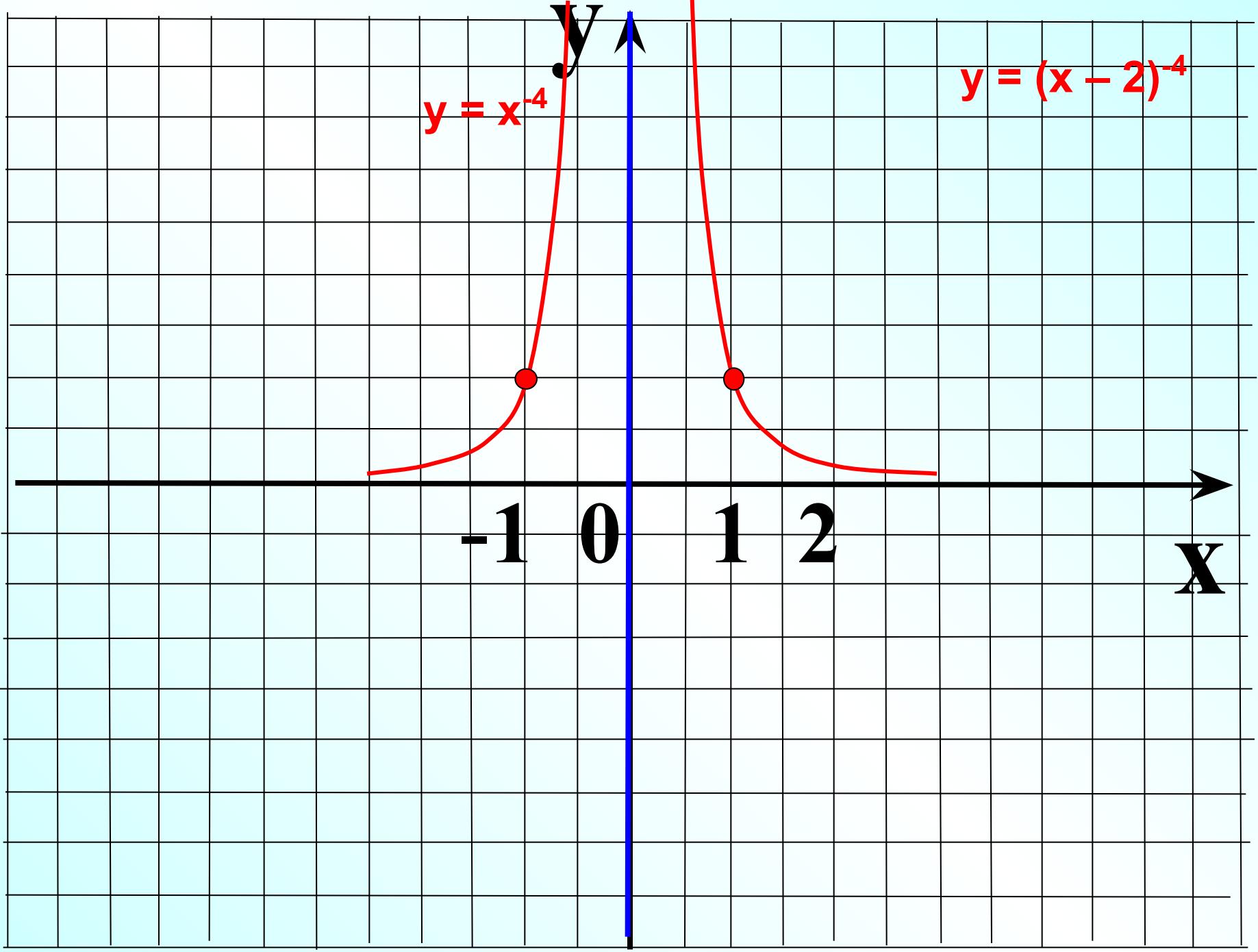


Пользуясь рисунком, найти промежутки, на которых  
график функции  $y = x^{\sin 45^\circ}$  лежит выше (ниже) графика  
функции  $y = x$ .

Пользуясь рисунком, найти промежутки, на которых график функции  $y = x^{1-\pi}$  лежит выше (ниже) графика функции  $y = x$ .

№ 127 (1)





$$y = x^{-4} - 3$$

$$y = x^{-4}$$

-1 0 1 2

X

$$y = x^{-4}$$

$$y = (x+1)^{-4} - 3$$

-1 0 1 2

X

Y

